

# 横场伊辛铁磁薄膜的自旋波\*

戴松涛 李振亚

苏州大学物理系, 苏州, 215006

1989 年 4 月 10 日收到

本文在格林函数理论的框架内, 研究横场伊辛铁磁薄膜系统的自旋波, 分析了横场、表面特性等薄膜参数对自旋波频谱及谱强度分布的影响, 证实一定的参数条件下可以出现一致进动模和局域的表面模.

PACC: 7530D; 7570; 7510H

## 一、引 言

横场伊辛模型最初是作为赝自旋模型来研究有序-无序铁电体(例如  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ) 的相变问题的<sup>[1]</sup>. 局域的自旋对应于铁电体内每个原胞中的准偶极子, 而横场则代表一种隧道贯穿效应, 增大铁电体所受的压力, 则相应于提高横场的强度. 此后, 横场伊辛模型广泛应用于各种系统, 如强单轴各向异性的磁性材料, 合作 Jahn-Teller 体系(如  $\text{DyVO}_4$ ), 具有单晶场基态的稀土化合物等<sup>[2,3]</sup>. 近来, 这个模型还应用于介子场理论和格点规范场理论<sup>[4,5]</sup>, 以及质子玻璃<sup>[6]</sup>等问题.

对于铁电体, 当外界压力增大到某个临界值时, 铁电-顺电相转变温度可降到 0K<sup>[7]</sup>; 对于伊辛铁磁系统, 当横场  $Q$  增加到某个临界值  $Q_c$  时, 体系的铁磁-顺磁相转变温度也可以降到 0K. 对于磁性薄膜系统,  $Q_c$  值与薄膜厚度有关<sup>[8]</sup>. 横场对于自旋波激发以及自旋波的色散曲线和谱强度分布均会产生一系列的影响. 对于横场伊辛系统内的自旋波, 已有很多理论方法, 如半经典的 Bloch 方程、图形微扰展开、格林函数等进行了研究.

对于半无限大的伊辛系统, 由于垂直于表面方向的对称性的破缺, 系统的相变会呈现一些新的特点. 为了研究相变的表面效应, 通常都假设体内自旋之间的交换作用常数  $J$  与表面层内自旋之间的交换常数  $J_s$  不相同, 并引入一个参量  $\Delta$  来表征它们的差别, 即假设  $J_s = J(1 + \Delta)$ <sup>[9]</sup>. 按照这个模型, 平均场理论证实存在一个临界值  $\Delta_c$ , 当  $\Delta > \Delta_c$  时, 表面将具有区别于体内的相变特征, 表面的转变温度  $T_s^*$  高于体内的转变温度  $T_b^*$ , 这在定性上和实验结果是一致的. 这样的半无限大伊辛系统就可能处于三种状态: 体铁磁相、表面铁磁相和顺磁相. 另一方面, 系统的自旋波也可以存在两种类型, 即体自旋波模式 (BM) 和局域在表层附近的表面自旋波模式 (SM)<sup>[10,11]</sup>. 与 BM 不同, SM 有一个

\* 国家自然科学基金资助的课题.

非常有趣的特点,它可以沿着表面不可逆传播,而且传播方向、样品表面的法线方向和外磁场的方向满足右手螺旋定则<sup>[12,13]</sup>。对于半无限大横场伊辛自旋体系铁磁相和顺磁相的自旋波,已有作者作了分析<sup>[14,15]</sup>。

含有  $L$  个原子层的伊辛铁磁薄膜,至多可以激发  $L$  个平行于薄膜表面传播的自旋波模式,它们并不是分别局域于  $L$  个原子层内。一般情况下,这些模式也可以分成 BM 和 SM 两种类型<sup>[16,17]</sup>。对于通常的薄膜系统,SM 能否出现,取决于晶格的类型和表面的取向<sup>[17]</sup>。例如,简单立方结构具有 (001) 表面的薄膜一般不会有局域的 SM 出现;而体心立方结构具有 (001) 表面的薄膜则比较容易激发局域的 SM。另一方面,SM 对薄膜的热力学性质也有很大的影响,例如在通常条件下,温度给定时,对于无限大的系统,体心立方晶格的磁化高于简单立方晶格的磁化;但是,对于薄膜,上述结论未必能成立,这就是因为体心立方结构的薄膜可以有 SM,而简单立方结构的没有 SM 的激发。关于纵场薄膜中的自旋波,已经有作者进行了详细的讨论<sup>[18,19]</sup>,而横场伊辛薄膜中自旋波的特点,尚未见有人分析。本文应用格林函数理论,分析了薄膜参数对自旋波的频谱及谱强度分布的影响。

## 二、格林函数理论

横场伊辛模型的哈密顿量为

$$H = - \sum_i Q_i s_i^z - \frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} s_i^x s_j^x, \quad (1)$$

$Q_i$  表示作用在位于  $i$  处自旋  $s_i$  上的横场;  $J_{ij} (> 0)$  表示位于  $i$  和  $j$  处自旋之间的交换作用常数;  $s_i^a (\alpha = x, y, z)$  为自旋算符位于  $i$  处的分量。

定义格林函数  $G_{lm}(t-t') = \langle \langle s_l^z(t); s_m^z(t') \rangle \rangle$ , 这里  $l, m$  为位置指标。  $G_{lm}(t-t')$  的傅里叶变换  $G_{lm}(\omega)$  满足下面的运动方程:

$$\omega \langle \langle s_l^z; s_m^z \rangle \rangle_\omega = \frac{1}{2\pi} \langle [s_l^z, s_m^z] \rangle + \langle \langle [s_l^z, H]; s_m^z \rangle \rangle_\omega, \quad (2)$$

利用无规相截断近似<sup>[20]</sup>

$$\langle \langle s_l^z s_j^z; Y \rangle \rangle_\omega = \langle s_l^z \rangle \langle \langle s_j^z; Y \rangle \rangle_\omega + \langle s_j^z \rangle \langle \langle s_l^z; Y \rangle \rangle_\omega (l \neq j), \quad (3)$$

这里  $\alpha, \gamma = x, y, z$ ;  $Y$  代表自旋的任何一个分量。将 (1), (3) 式代入 (2) 式后, 运动方程变成

$$\left( \omega^2 - Q_l^2 - \sum_{k,j} J_{kl} J_{jl} R_k^z R_j^z \right) G_{lm}(\omega) + R_l^z Q_l \sum_j J_{lj} G_{jm}(\omega) = \frac{Q_l}{2\pi} R_l^z \delta_{lm}, \quad (4)$$

式中  $R_k^z = \langle s_k^z \rangle$ ,  $R_k^x = \langle s_k^x \rangle$ ,  $\langle \dots \rangle$  表示正则平均值。在平均场近似下,

$$R_k^z = \frac{1}{2} \tanh(\beta Q_k / 2) \quad (5)$$

式中  $\beta = 1/k_B T$ ,  $k_B$  为玻耳兹曼常数。

将上面的方程式应用到薄膜系统。考虑一个含有  $L$  个原子层的简单立方结构的伊辛



$$\begin{aligned}
T_a &= \frac{1}{Q_m} [R_m - (4J_1 R_1^2 + J R_0^2)^2], \\
T_b &= \frac{1}{Q_0} [R_0 - (4J R_0^2 + J R_1^2 + J R_1'^2)^2], \\
T_c &= \frac{1}{Q_n} [R_n - (4J_1' R_1'^2 + J R_0^2)^2], \\
T_d &= \frac{1}{Q_0} [R_0 - (5J R_0^2 + J R_1^2)^2], \\
T_e &= \frac{1}{Q_0} [R_0 - (5J R_0^2 + J R_1'^2)^2], \\
T_f &= \frac{1}{Q_0} [R_0 - (6J R_0^2)^2], \\
T_g &= \frac{1}{Q_m} [R_m - (4J_1 R_1^2)^2], \\
T_h &= \frac{1}{Q_m} [R_m - (4J_1 R_1^2 + J R_1'^2)^2], \\
T_i &= \frac{1}{Q_n} [R_n - (4J_1' R_1'^2 + J R_1^2)^2].
\end{aligned} \tag{12}$$

在上式中

$$\begin{aligned}
Q_m &= -Q_1 R_1^2 J, \quad Q_0 = -Q R^2 J, \quad Q_n = -Q_1' R_1'^2 J, \\
R_m &= \omega^2 - Q_1^2 + 4\gamma(q) J_1 Q_1 R_1^2, \quad R_0 = \omega^2 - Q^2 + 4\gamma(q) J Q R^2, \\
R_n &= \omega^2 - Q_1'^2 + 4\gamma(q) J_1' Q_1' R_1'^2,
\end{aligned} \tag{13}$$

式中

$$\gamma(q) = \frac{1}{2} [\cos(q, a) + \cos(q, a)]. \tag{14}$$

求解矩阵方程 (7) 得到

$$L = 1 \quad F_{11} = -\frac{1}{2\pi J \det(A)}, \tag{15}$$

$$L = 2 \quad F_{nn} = -\frac{1}{2\pi J \det(A)} \begin{cases} T_i & (n=1); \\ T_h & (n=2), \end{cases} \tag{16}$$

$$L = 3 \quad F_{nn} = -\frac{1}{2\pi J \det(A)} \begin{cases} T_b D_{L-2} - D_{L-3} & (n=1); \\ T_c A_{L-2} - A_{L-3} & (n=L); \\ A_{n-1} D_{L-n} & (1 < n < L), \end{cases} \tag{17}$$

$$L \geq 4 \quad F_{nn} = -\frac{1}{2\pi J \det(A)} \begin{cases} T_d D_{L-2} - D_{L-3} & (n=1); \\ T_e A_{L-2} - A_{L-3} & (n=L); \\ A_{n-1} D_{L-n} & (1 < n < L). \end{cases} \tag{18}$$

这里函数序列  $\{D_n\}$ ,  $\{A_n\}$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) 定义为

$$\begin{aligned} D_0 &= 1; D_1 = T_c; D_2 = T_c D_1 - D_0; \\ D_n &= T_i D_{n-1} - D_{n-2} \quad (n \geq 3). \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} A_0 &= 1; A_1 = T_a; A_2 = T_d A_1 - A_0; \\ A_n &= T_f A_{n-1} - A_{n-2}. \end{aligned} \quad (20)$$

这样已给出不同层数薄膜的格林函数, 由此可以求解自旋波的色散关系和谱强度沿薄膜厚度方向的分布.

格林函数的奇点决定自旋波的频谱, 由 (15)–(18) 式可得频谱方程

$$\det(A) = 0. \quad (21)$$

应用 (8)–(11) 和 (19)–(20) 式, 上述方程变为

$$\begin{aligned} L=1 & \quad T_g = 0, \\ L=2 & \quad T_i T_h = 1, \\ L=3 & \quad T_a(T_b D_{L-1} - D_{L-2}) - D_{L-1} = 0, \\ L \geq 4 & \quad T_a(T_d D_{L-2} - D_{L-3}) - D_{L-1} = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

相关函数

$$\langle s_i^z(t) s_m^z(0) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} K_n(\mathbf{q}, \omega) e^{i(\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_m) - i\omega t)},$$

式中  $n_i = n_m \equiv n$ ,  $K_n(\mathbf{q}, \omega)$  为自旋波谱强度, 它由格林函数的虚部确定

$$K_n(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{1}{\pi} \coth(\beta\omega/2) \text{Im} F_{nn}(\mathbf{q}, \omega). \quad (23)$$

定义谱强度沿薄膜厚度方向的相对强度分布

$$P_n(\mathbf{q}, \omega) = \frac{K_n(\mathbf{q}, \omega)}{K_1(\mathbf{q}, \omega)} \quad n = 1, 2, \dots, L. \quad (24)$$

如果薄膜两个表面是对称的, 则在顺磁相有

$$T_a = T_c = T_g = T_h = T_i \equiv d + D, \quad (25)$$

$$T_b = T_d = T_e = T_f \equiv d. \quad (26)$$

因此 (15)–(18) 式简化为

$$F_{nn} = -\frac{1}{2\pi J} \frac{1}{\det(A)} A_{n-1} D_{L-n}. \quad (27)$$

相应地, 频谱方程 (22) 简化为

$$\begin{cases} d + D = 0 & (L=1); \\ (d + D)A_{L-1} - A_{L-2} = 0 & (L > 1). \end{cases} \quad (28)$$

进一步假设  $L \gg 1$ , 则  $|d| \leq 2$ , 因此可以定义

$$d = 2 \cos \theta.$$

于是频谱方程 (28) 简化为

$$\frac{1}{\sin \theta} [\sin(L+1)\theta + 2D \sin(L\theta) + D^2 \sin(L-1)\theta] = 0. \quad (29)$$

### 三、数值计算结果与讨论

下面应用(22),(24)和(25)式进行数值计算.

如果薄膜只包含一个原子层,即  $L = 1$ , 那么由方程(22)可得出自旋波的色散关系

$$\omega = [Q_s^2 + (4J_s R_s^2)^2 - 4\gamma(q)J_s Q_s R_s^2]^{1/2}. \quad (30)$$

由此可见,在横场较弱时,自旋波频率  $\omega$  随  $J_s$  的增加而单调上升,随温度升高而单调下降(因为温度升高导致自旋平均值  $R_s^2$  和  $R_s^2$  下降);在横场较强时,则恰好相反.另一方面,(30)式中限制

$$Q_s^2 + 4(J_s R_s^2)^2 - 4\gamma(q)J_s Q_s R_s^2 \geq 0,$$

即

$$\frac{Q_s}{J_s} + \frac{J_s}{Q_s} (4R_s^2)^2 - 4\gamma(q)R_s^2 \geq 0. \quad (31)$$

由此可见,布里渊区内不同点处自旋波的激发对横场、交换作用常数等参量条件的要求不同,一般说来,边缘的点更容易激发.

在顺磁相,(30)式成为

$$\omega = [Q_s^2 - 4\gamma(q)J_s Q_s R_s^2]^{1/2}. \quad (32)$$

这时自旋波频率对温度和交换作用  $J_s$  有单调的函数依赖关系;与(30)式比较可见,沿

$z$  轴方向自发磁化的出现,导致自旋波频率的升高.对于给定的横场  $Q_s$ ,交换常数  $J_s$  存在一个临界值  $J_s^c$ ,当  $J_s > J_s^c$  时,不会有自旋波的激发, $J_s^c$  满足  $Q_s/J_s^c = 4\gamma(q)R_s^2$ .

在下面的数值计算中,对于温度、横场和交换常数的选择,以相关有效场理论<sup>[20]</sup>给出的临界值作为参考依据.相关有效场理论,改进了平均场的结果,已广泛应用于各种系统,对于横场伊辛系统也有许多有意义的结果<sup>[21-24]</sup>.对于简单立方结构的均匀对称薄膜 ( $Q = Q_s = Q_s'$ ,  $J = J_s = J_s'$ ),有效场理论给出, $L = 3$  时,  $Q_c/J = 2.059$ ;  $L = 15$  时,  $Q_c/J = 2.331$ <sup>[8]</sup>.对于半无限大伊辛系统,  $\Delta_c$  值随体内横场  $Q$  的增大而减小,而随表面横场  $Q_s$  的增大而增大<sup>[22]</sup>.有效场理论给出,  $Q = Q_s = 0$  时<sup>[21]</sup>,  $\Delta_c =$

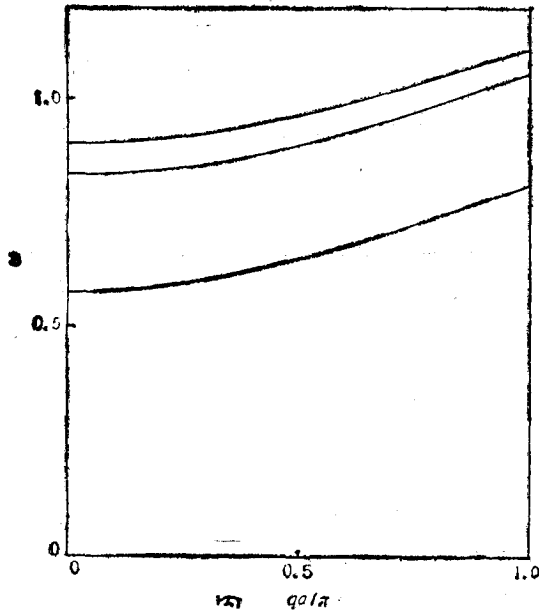


图1  $L = 3$  的铁磁薄膜有表面铁磁相存在时,自旋波三种模式的色散曲线. 选取  $K_B T = 1.0$ ;  $Q = Q_s = Q_s'$ ,  $J = J_s = J_s'$ ;  $\Delta = 0.424$ ;  $\Delta_c \approx 0.33$

$0.3068$ ;  $Q_s/Q_c = Q/Q_c = 1/2.35$  时<sup>[24]</sup>,  $\Delta_c \approx 0.32$ . 这表明,当表面横场和体内横场较小时对  $\Delta_c$  值的影响也较小.

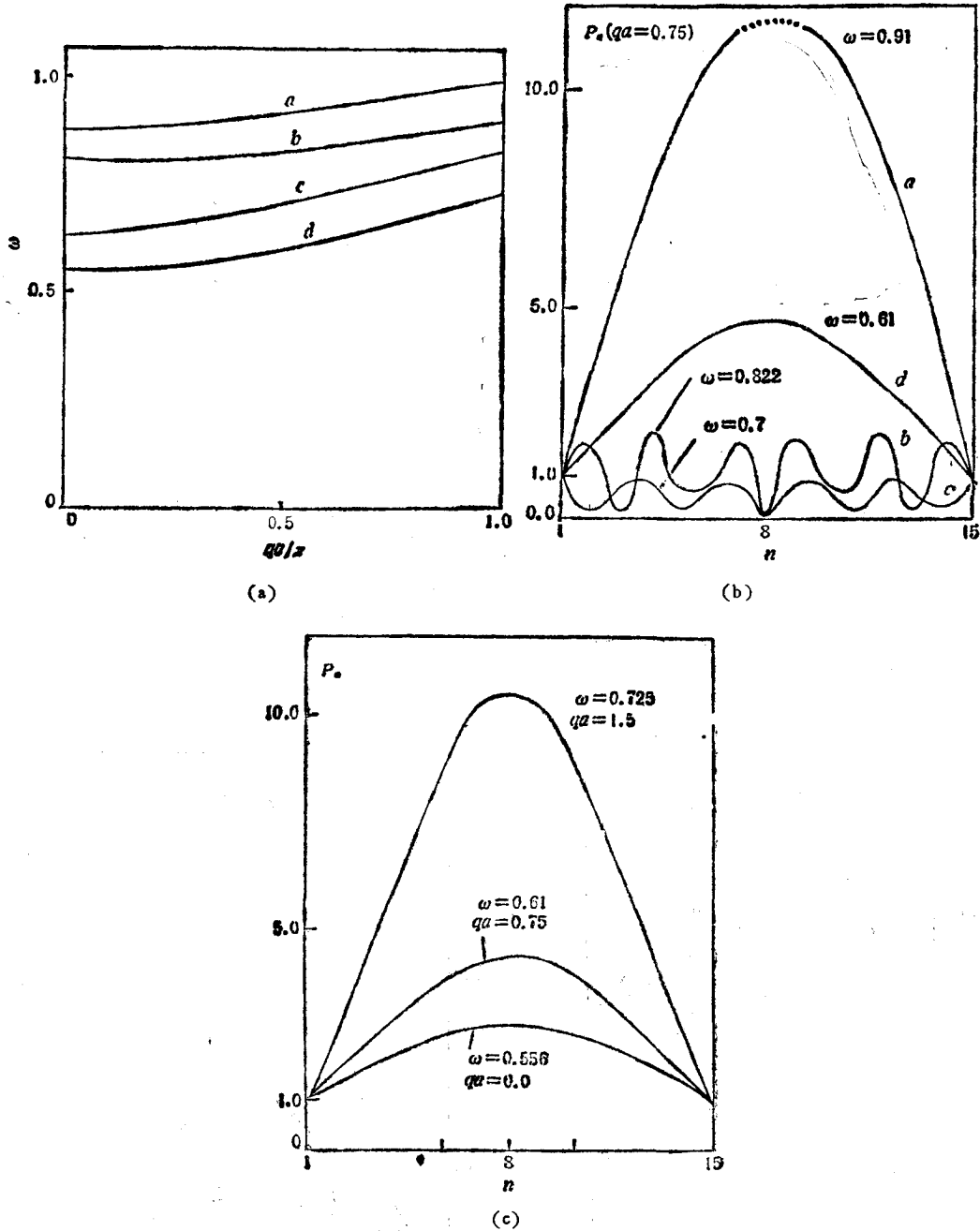


图2  $L=15$  的薄膜处于顺磁相时, 四种模式自旋波的色散曲线 (a), 谱强度沿薄膜厚度方向的分佈 (b) 和模式 *d* 的谱强度分佈与波矢量  $q$  的关系 (c) 选取  $k_B T = 1.0$ ;  $\Omega = \Omega_s = \Omega_c = 1.0$ ;  $\Delta = 0.2$ ;  $\Omega/\Omega_c = 0.86$

图1 给出包含三个原子层的对称铁磁薄膜在  $\Omega < \Omega_c$ , 而  $\Delta > \Delta_c$  时, 有表面铁磁相存在时出现的三个自旋波模式的色散曲线。可以看出, 薄膜中不同模式的频率对波矢的依赖关系是相似的, 具有类似的单调性。

图 2 给出  $L = 15$  的对称薄膜在  $Q < Q_c$  且  $\Delta < \Delta_c$  条件下, 处于顺磁相时出现的四个模式自旋波的色散曲线和谱强度沿薄膜厚度方向的相对强度分布。从这一组曲线可以看出:

1) 四个模式基本上都属于奇次模。在自旋波共振实验中也已经观察到奇次模的激发<sup>[25]</sup>。

2) 四个模式可以分成两类, 即钉扎型 a、d 和非钉扎振荡型 b、c。它们都属于体模自旋波, 并不局域于表层附近。显然, 沿着薄膜原子层平面传播的自旋波, 其谱强度沿厚度方向的分布情况与自旋波垂直于薄膜平面方向传播的波矢  $k_x$  有关。无论是钉扎型或是非钉扎型模式, 自旋波的频率都随着  $k_x$  的增加而增大。这一点也与自旋波共振实验结果一致<sup>[25]</sup>。

3) 图 2(c) 表明, 自旋波所受的钉扎与波矢有关, 当波矢增加时, 钉扎加剧。这个结论与在低温下将哈密顿量对角化所得到的结果一致<sup>[20]</sup>。

图 3 给出  $L = 15$ ,  $Q < Q_c$  的薄膜在顺磁相时, 表面参数  $\Delta$  对自旋波谱强度分布的影响。由图 3 可见, 同一个自旋波模式, 随着  $\Delta$  的增加逐渐由钉扎的体模过渡到局域的表面模; 曲线 c 表明, 在表面参数  $\Delta$  取某一临界值时可以出现一致进动模。在  $\Delta$  较小时, 其值增加导致体模钉扎程度的减小; 在  $\Delta$  较大时, 其值增加导致表面模局域程度的提高。无横场存在时, 对于简单立方结构具有 (001) 表面的薄膜, 已证实没有局域的 SM 激发<sup>[27]</sup>, 因此图 3 表明, 横场的存在有可能导致局域 SM 自旋波的激发。

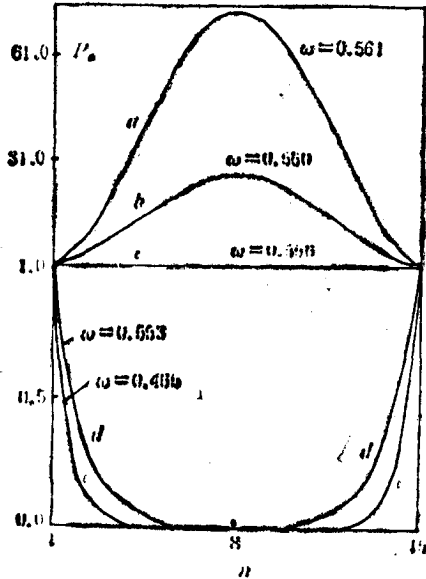


图 3  $L = 15$  铁磁薄膜处于顺磁相时, 表面参数  $\Delta (= J_s/J - 1)$  对自旋波谱强度分布的影响。选取  $Q/Q_c = 0.858$ ;  $k_B T = 1.0$ ;  $qa = 0.15$ ; 曲线 a:  $\Delta = -0.2$ ; 曲线 b:  $\Delta = 0$ ; 曲线 c:  $\Delta = 0.25$ ; 曲线 d:  $\Delta = 0.4$ ; 曲线 e:  $\Delta = 0.6$

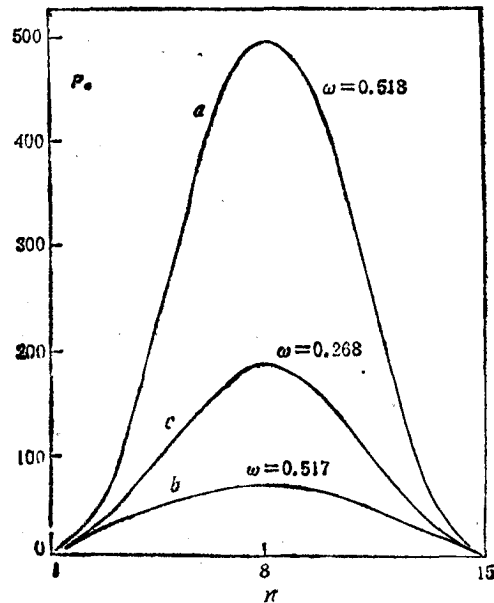


图 4  $L = 15$  的铁磁薄膜的表面磁性和体磁性对谱强度分布的影响。选取  $\Delta = 0.424$ ;  $k_B T = 0.8$ ;  $qa = 0.15$ ;  $Q/Q_c = 0.65$ ;  $R_1^z = R_1'^z$ ; 曲线 a:  $R_1^z = 0.15$ ,  $R_1^x = 0.25$ ; 曲线 b:  $R_1^z = 0.15$ ,  $R_1^x = 0.2$ ; 曲线 c:  $R_1^z = 0.1$ ,  $R_1^x = 0.2$

图 4 给  $L = 15$  的铁磁薄膜在  $Q < Q_c$  且  $\Delta > \Delta_c$  时, 表面层磁化和体磁化的强弱对自旋波谱强度分布的影响。由图 4 可见, 表面磁化的增加将使自旋波在边界受到的钉扎急剧加强。这个结果是可以理解的, 因为当表面的自旋由于某种因素使其完全固定后, 自旋波在表面的强度自然应该为零。体磁化的增加对钉扎的影响则恰好相反。另一方面, 表面磁性的改变对自旋波频率的影响较小, 而体磁性的改变对自旋波频率的影响则很大。

至此, 应用格林函数理论详细分析了横场伊辛铁磁薄膜系统处于顺磁相、体铁磁相和表面铁磁相时, 自旋波模式的特点及薄膜厚度、表面效应对它们的影响。并且预言横场可能导致简单立方结构具有 (001) 表面的薄膜中局域的表面自旋波的激发。

- [1] P. G. Gennes, *Solid State Commun.*, **1**(1963), 132.
- [2] R. Blinc and Bzeks, *Adv. Phys.*, **21**(1972), 693.
- [3] R. B. Stincombe, *J. Phys. C*, **6**(1973), 2459.
- [4] D. Amati *et al.*, *Nucl. Phys.*, **B112**(1976), 107.
- [5] E. Fradkin and L. Susskind, *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 2637.
- [6] R. M. Stratt, *J. Chem. Phys.*, **84**(1986), 2315; *Phys. Rev.*, **B33**(1986), 1721.
- [7] V. Dobrosavljevic, S. H. Adachi and R. M. Stratt, *Phys. Rev.*, **B37**(1988), 3703.
- [8] Z. M. Wu(吴祖媚), C. Z. Yang(杨传章) and Z. Y. Li(李振亚), *Solid State Commun.*, **68**(1988), 205.
- [9] D. L. Mills, *Phys. Rev.*, **B3**(1971), 3887.
- [10] H. Puzskarski, *Prog. Surf. Sci.*, **9**(1979), 191.
- [11] M. G. Cottam, *Solid State Commun.*, **45**(1983), 771.
- [12] M. S. Almedra and D. L. Mills, *Phys. Rev.*, **B37**(1988), 3400.
- [13] K. W. Damno and J. R. Eshbach, *J. Phys. Chem. Solids*, **19**(1961), 308.
- [14] M. G. Cottam, D. R. Tilly and B. Zeks, *J. Phys. C*, **17**(1984), 1793.
- [15] B. A. Shiwai and M. G. Cottam, *Phys. Stat. Sol. (b)*, **134**(1986), 597.
- [16] W. Haubenreisser *et al.*, *Phys. Stat. Sol. (b)*, **53**(1972), 9.
- [17] T. H. Diep *et al.*, *Phys. Stat. Sol. (b)*, **93**(1979), 351.
- [18] I. Harada and O. Nagai, *Phys. Rev.*, **B19**(1979), 3622.
- [19] A. Duda, *Phys. Stat. Sol. (b)*, **133**(1986), 509.
- [20] R. Honmura and T. Kaneyoshi, *J. Phys. C*, **12**(1979), 3979.
- [21] T. Kaneyoshi, I. Tamura and E. F. Sarmiento, *Phys. Rev.*, **B28**(1983), 6491.
- [22] I. Tamura, E. F. Sarmiento and T. Kaneyoshi, *J. Phys. C*, **17**(1984), 3207.
- [23] T. Kaneyoshi, *J. Phys. C*, **19**(1986), 2979; *ibid.*, **21**(1988), 5259.
- [24] E. F. Sarmiento and T. Kaneyoshi, *J. Phys. C*, **21**(1988), 3993.
- [25] M. H. Seavey and P. E. Tannenwald, *J. Appl. Phys.*, **30**(1959), 2275.

## SPIN WAVES IN TRANSVERSE ISING FERRO- MAGNETIC FILMS

DAI SONG-TAO LI ZHEN-YA

*Department of Physics, Suzhou University, Suzhou, 215006*

(Received 10 April 1989)

### ABSTRACT

In this paper, we study the spin waves in transverse Ising ferromagnetic films by means of the Green function theory. The dependence of the spectrum and intensity of spin waves on the parameters related to the film is discussed in detail

**PACC:** 7530D; 7570; 7510H