

热核动力学演化的一个简单模型*

李 国 强

杭州大学物理系, 杭州, 310028

1989 年 7 月 4 日收到

以半经验的能量密度为基础, 利用 Fermi-Dirac 积分的低温展开, 得到了核的状态方程 $P(s, \rho)$. 在绝热假定下, 采用流体动力学方程, 具体研究了不同的热压缩核的动力学演化, 特别分析了热能和压缩能对热压缩核稳定性的影响.

PACC: 2110; 2130; 2160J; 2430

一、引 言

重离子反应机制的研究是当前核物理的一个重要前沿领域. 按入射能量的不同, 重离子反应大致可分为低能、中能和高能三个区域. 在低能区^[1], 由于泡利原理限制了核子间的碰撞(核子平均自由程具有核半径的数量级), 重离子碰撞机制主要由平均场决定. 在高能区^[2], 随入射能量的增加, 泡利原理的影响, 从而核子平均自由程越来越小^[3], 反应机制主要由核子-核子两体碰撞决定, 而在中能区^[4-6], 平均场及两体碰撞几乎起着同等重要的作用, 目前的主要研究方法是带两体碰撞项的 Ulasov 方程(即通常所说的 BUU 或 VUU 方程).

碰撞过程中, 入射核的部分能量转化为相互作用系统的热能 E^* (和内禀温度 T 相联系) 和压缩能 E_c^* (与核的压缩 $\Delta\rho$ 相联系). 研究这样的热压缩系统的动力学演化, 特别是分析稳定核所能具有的临界热能和压缩能, 对于研究重离子反应机制具有很重要的意义^[7,8].

时间相关的 Hartree-Fock (TOHF) 及其有限温度推广 (FTTDHF) 的处理对象是单核子波函数 $\varphi_q(x_i)$, 而 BUU 方程则研究相空间的分布函数 f_q (相当于核子密度 ρ_q). 两者都涉及大量的数值运算, 且给出的多是数值化的结果, 很难清楚地反映物理本质. 在文献 [8] 中提出了一个简单且合理的能量密度 $\mathcal{E}[\rho]$, 其体积部分来自微观的 Skyrme-HF 能量密度^[9,11], 而表面修正与 Coulomb 相互作用则取自半经验的质量公式. 这样的能量密度给出的原子核的结合能和实验事实很好地相一致. 将此能量密度推广到有限温度时, 对其中的 Fermi-Dirac 积分作了低温展开, 得到了解析的状态方程 $P(s, \rho)$. 本文中将从此状态方程出发, 利用流体动力学公式, 研究热压缩核的时间演化. 流体动力学方程本质上是一种平均场理论, 因而不包括两体碰撞. 事实上, 在热核的演化过程中,

* 国家自然科学基金资助的课题.

核子具有集团的倾向。如果出现一个大质量的集团(一般称为主集团),则平均场的涨落是小的,流体动力学方法适用,而在有些情况下,形成的是一些中间质量的集团,平均场的涨落将是重要的。流体动力学方法不再适用,核将经历多重散裂。本文中利用文献[8]的结论,在目前的框架下研究热压缩核的稳定性问题。

二、理论方法与公式

能量密度的体积部分取自 Skyrme-HF 能量密度,对其中的动能密度采用 Thomas-Fermi (TF) 近似。引入非对称参数 β 后,则可以将此体积部分 \mathcal{E} , 表示为核子密度 ρ 的泛函^[9], 对于表面修正及Coulomb 相互作用,则采用半经验质量公式的结果^[9]。将这三部分贡献相加,可以得到有限核的能量密度 $\mathcal{E}[\rho]$ 。

对于有限温度情形,认为能量密度的温度效应只来自动能密度的温度依赖性。利用 Fermi-Dirac 积分的低温展开,可以得到化学势 μ_q , 动能密度 τ_q 及熵密度 \mathcal{S}_q 作为核子密度 ρ_q 泛函的解析形式^[9]。由 $f = e - TS$ 得到每核子自由能,再由 $P = \rho^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \rho} \right)_T$ 得到物态方程^[9]。

这样给出的物态方程是关于 T 和 ρ 的函数。事实上,在忽略摩擦效应的前提下,热核的演化将保持熵不变,属于等熵过程,因此有必要将物态方程表示为 S 和 ρ 的函数 $P(S, \rho)$ 。

记任意时刻 t 核的密度为 $\rho(t)$, 其时间导数为 $\dot{\rho}(t)$, 则由连续方程可得速度场为

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{3} (\dot{\rho}/\rho) \mathbf{r}, \quad (1)$$

相应的宏观动能 K 为

$$\begin{aligned} K &= \frac{m}{2} \int \rho v^2 d\mathbf{r} = 2\pi\rho m \int_0^R v^2 r^2 dr \\ &= \frac{Am}{30} \left(\frac{3A}{4\pi} \right)^{2/3} \dot{\rho}^2 / \rho^{8/3}. \end{aligned} \quad (2)$$

把热核的内能记为 $E(S, \rho)$, S 和 ρ 为 t 时刻的熵和密度,由能量守恒可得

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{dK}{dt}. \quad (3)$$

另一方面,绝热演化满足下列关系:

$$\frac{dE}{dt} = -P \frac{dV}{dt}, \quad (4)$$

式中 V 为体积。利用(2)–(4)式,得到热核演化所满足的流体动力学方程

$$\ddot{\rho} - \frac{4}{3} \dot{\rho}^2 / \rho = -\frac{15}{m} \left(\frac{4\pi}{3A} \right)^{2/3} P(S, \rho) \rho^{2/3}. \quad (5)$$

在一定的初始条件下解此微分方程,可以得到 ρ 随 t 的变化,由 $\frac{4}{3} \pi R^3 \rho = A$ (A 为核子数)可得到半径 R 随 t 的变化,由 S 和 T 的关系可得到 T 随 t 的变化。这些结果将在第三节中讨论。

给定初始密度 $\rho(t=0)$ 和熵 S , 相当于给定核的初始压缩能 \mathcal{E}_c^* 和初始热能 \mathcal{E}_T^* , \mathcal{E}_c^* 和 \mathcal{E}_T^* 分别定义为

$$E(0, \rho) - E(0, \rho_0) = A\mathcal{E}_c^*, \quad (6)$$

$$E(S, \rho) - E(0, \rho) = A\mathcal{E}_T^*, \quad (7)$$

式中 ρ_0 为核基态密度, 由下列条件决定:

$$\left. \frac{dE(0, \rho)}{d\rho} \right|_{\rho_0} = 0. \quad (8)$$

显然总的激发能量 \mathcal{E}^* 为

$$E(S, \rho) - E(0, \rho_0) = A\mathcal{E}^* = A(\mathcal{E}_c^* + \mathcal{E}_T^*). \quad (9)$$

为了研究热核的稳定性, 按文献 [8], 定义两个参量 $p(t)$ 和 $q(t)$

$$p(t) = \rho(t)/\rho(t=0), \quad (10)$$

$$q(t) = 1 - \mathcal{E}_T^*(t)/b(t=0), \quad (11)$$

式中 $b(t)$ 为核在初始时刻的每核子结合能. 以前的研究表明^[8], 热核的稳定区(存在主集团)和不稳定区(经历多重散裂)的临界条件满足

$$p^{1.12}q = 0.3. \quad (12)$$

依据此条件可以判断临界激发能 \mathcal{E}_c^* . 具体的做法是从给定的初始条件 $\rho(t=0)$ 和 S 出发(认为 $\rho(t=0) = 0$), 解(5)式得到 $\rho(t)$, 计算 p 和 q , 判断是否满足(12)式.

三、计算结果与讨论

本文中研究 5 个球形核 ^{40}Ca , ^{60}Ni , ^{90}Zr , ^{120}Sn 和 ^{208}Pb . 它们的基态密度和相应的结合能已在文献 [9] 中确定. 共用了三套扩展 Skyrme 力 SIII, SKa 和 SKM, 主要用的是 SIII.

图 1 至图 3 给出核 ^{208}Pb 的密度随时间 t 的变化. 所用参数为 SIII. 图 1 对应于每核子熵 $S = 0.0$. 图 2 对应于 $S = 1.0$. 图 3 对应于 $S = 2.0$. 每幅图包含 4 条曲线, 分别对应于初始密度 $\rho(t=0) = 0.30; 0.25; 0.20$ 和 0.15 fm^{-3} . 分析比较这 3 幅图不难得得到下列结论:

1. 密度的变化具有明显的周期性. 周期的长短同初始密度 $\rho(t=0)$ (即初始压缩) 有很大的关系, $\rho(t=0)$ 越大, 振动周期亦长.

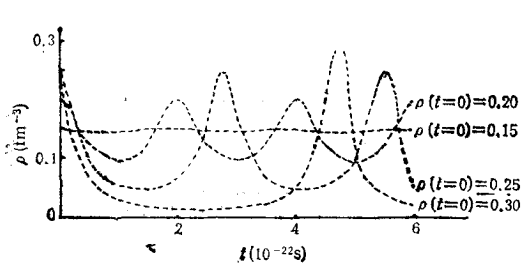


图 1 核子密度随 t 的变化 $S = 0$, ^{208}Pb , 初始密度 $\rho(t=0) = 0.3; 0.25; 0.20$ 和 0.15 fm^{-3} ; SIII

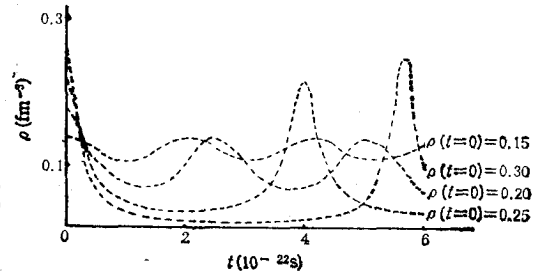
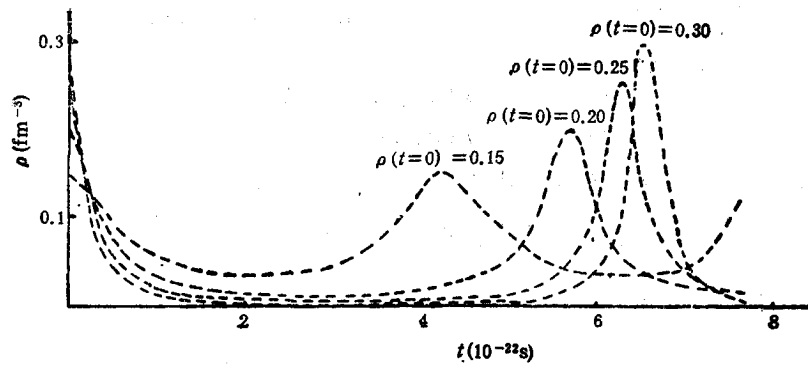


图 2 图注同图 1, 但每核子熵 $S = 1.0$

图3 图注同图1,但每核子熵 $S = 2.0$

2. 密度的变化幅度(振幅)也同初始密度有关。当初始密度接近平衡密度 ρ_0 (对于 ^{208}Pb , $S = 0$ 时,其平衡密度约为 0.158 fm^{-3}) 时,振幅很小,核经历小振幅的微振动,对应于巨单极共振。若 $\rho(t=0)$ 远离 ρ_0 , 核将经历大振幅运动,有可能发生裂变或多重散裂。

3. 对于相同的初始密度 $\rho(t=0)$, 不同的每核子熵 S , 密度演化的图象也有所不同,熵 S 越大,周期和振幅都变化。这是不难理解的。因为按文献[9]的结论,熵 S 越大,核的平衡密度越小,因而对于相同的初始密度 $\rho(t=0)$, 熵 S 大的情况离开平衡点就远。

图4示出不同的 Skyrme 力参数对核密度演化的影响。研究对象为 ^{208}Pb 。初始密度 $\rho(t=0) = 0.2 \text{ fm}^{-3}$ 。每核子熵 $S = 1.5$ 。从图4中可以看到,三套参数给出的密度演化有所区别。SKa 给出的周期最长,SIll 给出的最短。而振幅以 SKa 最大,SKM 最小。从不可压缩系数看,应是 SKM 最小,SIll 最大。因而可以认为核的演化不仅与不可压缩系数有关,还依赖于别的因素。

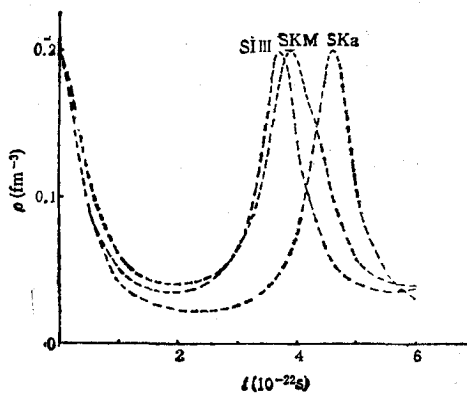
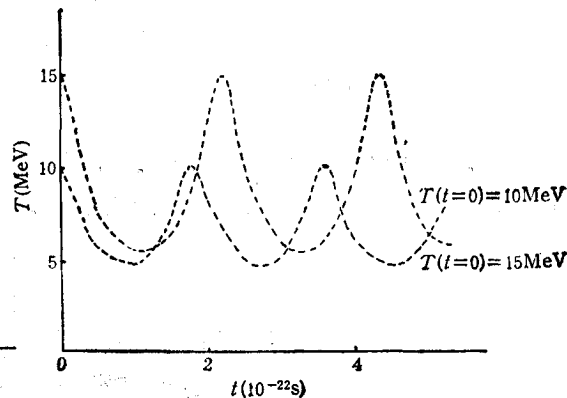
图4 三套 Skyrme 力的比较 ^{208}Pb , $S = 1.5$,
 $\rho(t=0) = 0.2 \text{ fm}^{-3}$ 图5 温度 T 的演化曲线 ^{136}Sn ,
 $\rho(t=0) = 0.2 \text{ fm}^{-3}$ SIll

图5示出核温度 T 随 t 的变化,初始温度分别为 15 和 10 MeV。温度的变化也具有周期性,初始温度越高,振动的周期和振幅亦大。

图 6 示出 ^{90}Zr 的核半径随时间 t 的演化。每核子熵 $S = 1.0$ ，所用参数为 SIII，初始密度分别为 $\rho(t=0) = 0.25$ 和 0.15 fm^{-3} 。核半径同核密度密切相关。当 $\rho(t=0) = 0.15 \text{ fm}^{-3}$ 时，核经历的是小振幅集体振动，半径的变化不明显。

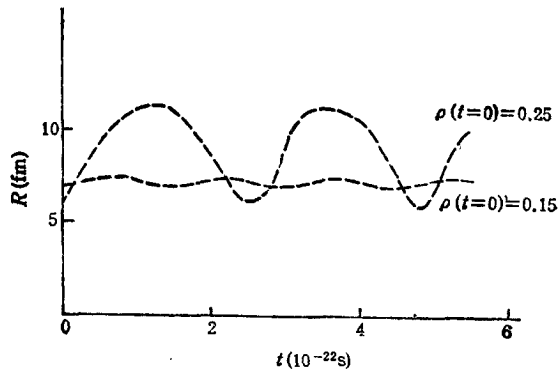


图 6 核半径的演化曲线 ^{90}Zr , $S = 1.0$, SIII

以上结果是在流体动力学框架下，通过解 (5) 式得到的。正如前面所指出的，在某些情况下（初始压缩 $\Delta\rho$ 和每核子熵 S 比较大时）核子可能会组成一些中间质量的集团，以平均场近似为基础的流体动力学方法不再适用。核的振动将是不稳定，有可能发生多重散裂，依据 (10)–(12) 式可以判断核发生多重散裂的临界条件。

利用热核的内能公式^[9]以及 (6), (7), (9) 式，可以计算压缩能 \mathcal{E}_c^* ，热能 \mathcal{E}_T^* 以及总激发能 \mathcal{E}^* 与 ρ 和 S 的关系。对于 ^{208}Pb 和 ^{120}Sn 的计算结果见图 7 和图 8。

从图 7 和图 8 中可见， \mathcal{E}_T^* 与 ρ 基本上成线性关系，而 \mathcal{E}_c^* 随 ρ 的增大而迅速增加。同时也看到，对 \mathcal{E}_T^* 和 \mathcal{E}_c^* ， ^{208}Pb 和 ^{120}Sn 所对应的结果基本上无差异。

具体分析核的稳定性时，从一定的初始熵 S 和密度 $\rho(t=0)$ 出发，解 (5) 式得到 $\rho(t)$ ，利用 (10), (11) 式计算 $\rho(t)$ 和 $q(t)$ ，以判断 (12) 式是否成立。所考虑的时间范围为 $0 - 8.0 \times 10^{-22} \text{ s}$ ，因为一般认为核的多重散裂发生的时间尺度为 10^{-22} s 的数量级。如果在所考察的时间范围内，(12) 式不成立，则说明核对于多重散裂是稳定的，用 (5) 式描述 ρ 随 t 的演化是完全合理的。否则将停止进一步的运算，并认为核将发生多重散裂，散

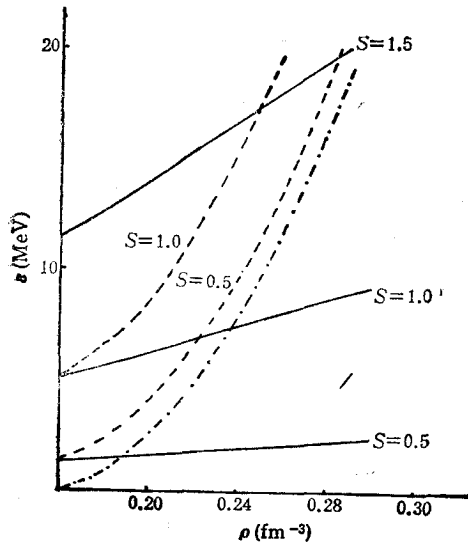


图 7 压缩能 \mathcal{E}_c^* (---) 热能 \mathcal{E}_T^* (—) 以及总激发能 \mathcal{E}^* (···) 与 ρ 和 S 的关系 ^{208}Pb , SIII

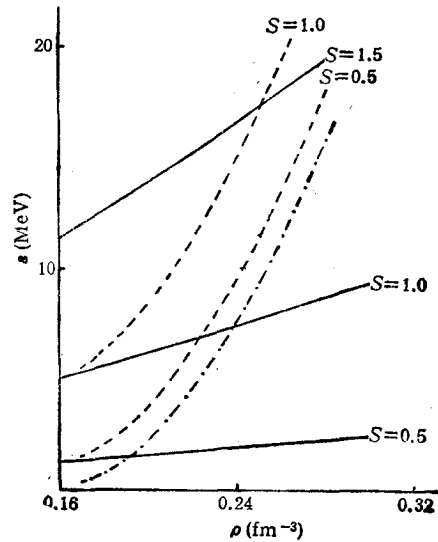


图 8 图注同图 7, 对 ^{120}Sn

裂过程可用渗透理论 (percolation) 研究^[8].

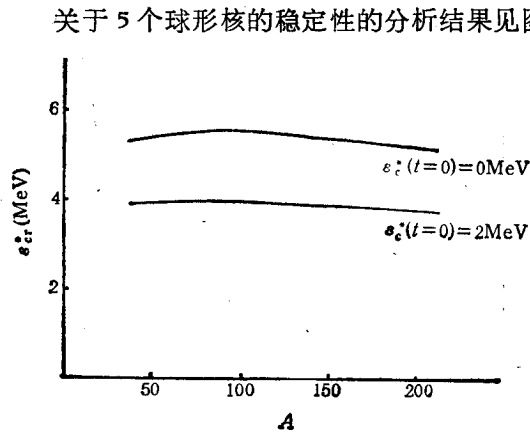


图9 部分球形核的临界激发能量 SIII

散裂的发生中的作用。

关于5个球形核的稳定性的分析结果见图9. 分析了初始压缩能 $\mathcal{E}_c^*(t=0) = 0$ 和 2MeV 两种情况. 其中 $\mathcal{E}_c^*(t=0) = 0\text{MeV}$ 表明初始时核是不被压缩的. 而从图7和图8可知, $\mathcal{E}_c^*(t=0) = 2\text{MeV}$ 相应于 $\rho(t=0) \approx 0.20\text{fm}^{-3}$ (对不同的核略有不同). 图9中纵坐标是临界激发能量 $\mathcal{E}_{cr}^* (= \mathcal{E}_c^* + \mathcal{E}_T^*)$. 从图9中可以看到, 当 $\mathcal{E}_c^*(t=0) = 0$ 时, 临界激发能量 \mathcal{E}_{cr}^* 比较高. 随 $\mathcal{E}_c^*(t=0)$ 的增大, \mathcal{E}_{cr}^* 变小, 说明核的稳定性降低. 这同前面对 $\rho(t)$ 的分析是一致的. 同时也说明, 核的初始压缩在核的多重

四、小 结

本文中以半经验的能量密度为基础, 利用 Fermi-Dirac 积分的低温展开, 得到了解析的核物态方程 $P(S, \rho)$. 在绝热近似, 整体平衡以及球对称性的假定下, 利用无旋流体力学方程, 具体研究了不同的热压缩核的密度 ρ , 温度 T 及半径 R 随时间 t 的变化. 通过对计算结果的分析 and 比较, 对初始条件、力参数等对核性质演化的影响有了进一步的了解. 另外, 还以文献 [8] 的结论为基础, 研究和分析了热压缩发生多重散裂的可能性. 所得结论和文献 [8] 基本一致. 同时使得整个研究所涉及的数值运算大为简化, 可以得到与复杂的计算相接近的结果, 对于小振幅运动的情形, 还可以用此方程研究巨多极共振的平均性质. 这一工作正在进行中.

- [1] U. Schroder, J. Huizenga, *Treatises on heavy-ion science*, Vol. 2, p. 115.
- [2] M. T. Collins, J. J. Griffin, *Nucl. Phys.*, **A348**(1980), 63.
- [3] Ge Ling-Xian, Zhou Yi-Zhong, W. Norenberg, *Nucl. Phys.*, **A459**(1986), 77.
- [4] C. Gregoire, B. Remand, F. Scheuter, F. Sebille, *Nucl. Phys.*, **A436**(1985), 365.
- [5] J. Aichelin, G. Bertsch, *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 1730.
- [6] L. Vinet, C. Gregoire, P. Schuck, B. Remand, E. Sebille, *Nucl. Phys.*, **A466**(1987), 321.
- [7] J. Nemeth, M. Barranco, C. Ngo, E. Tomaji, *Z. Phys.*, **A**, **323**(1986), 419.
- [8] J. Nemeth, M. Barranco, J. Desbois, C. Ngo, *Z. Phys.*, **A**, **325**(1986), 347.
- [9] 李国强, *物理学报*, **39**(1990), 待发表.
- [10] Li Guo-Qiang, Xu Gong-Ou, *J. Phys.*, **G**, **14**(1988), 1387.
- [11] Li Guo-Qiang, Xu Gong-Ou, *Nucl. Phys.*, **A492**(1989), 340.

A SIMPLE APPROACH TO THE DYNAMICAL EVOLUTION OF HOT NUCLEI

LI GUO-QIANG

Department, of Physics, Hangzhou University, Hangzhou, 310028

(Received 4 July 1989)

ABSTRACT

Based on a simple energy density and with the help of lowtemperature expansion of Fermi-Dirac integrals, an analytical nuclear equation of state (EOS) $P(s, \rho)$ is obtained. Under the assumption of adiabatic approximation, the time evolution of several hot/compressed nuclei are studied within the hydrodynamical framework. The critical condition of multifragmentation is Particularly analysed.

PACC: 2110; 2130; 2160J; 2430