

# 白光图象处理中颗粒噪声的研究

方志良 周春燕 许欣 母国光

南开大学现代光学研究所,天津,300071

1989年3月8日收到

本文对白光处理系统的主要噪声——输入面上的振幅型颗粒噪声进行了研究,从理论上分析了光栅编码片中振幅型噪声的形成原因.说明傅里叶频谱面的滤波处理及编码光栅的衍射效率对图象输出信噪比的影响.

PACC:4230

## 一、引言

白光处理系统由于既可以象相干系统那样处理复振幅信号,又可以象非相干系统那样避免相干噪声,因而在实际光学图象处理中具有很好的应用前景<sup>[1]</sup>.

但是,根据 Yu 等人对白光处理系统的噪声演绩的分析<sup>[2-4]</sup>,白光处理系统尽管降低了时间与空间的相干性,对输入面的位相型及傅里叶频谱面的位相和振幅型噪声起了较理想的抑制作用,但是输入面上的振幅型颗粒噪声却无明显削弱.在实际工作中发现,白光处理系统中光栅编码片在经过频谱面滤波处理后,失去了零级能量,输出图象中弱信号部分出现明显的颗粒状噪声,严重影响了成象质量.鉴于前面所述的噪声演绩分析,可以认为这些颗粒状噪声主要来源于输入面上的振幅型噪声.因而,抑制这种噪声已成为白光信息处理中急待解决的问题.

本文研究了这种颗粒状噪声在白光处理中的形成原因,分析了傅里叶频谱面的滤波处理及编码光栅的衍射效率对输出信噪比的影响.指出即使在理想状况下,频谱面的小孔滤波对输入面的振幅型颗粒噪声具有放大作用,光栅衍射效率更直接影响了输出信噪比.经分析发现,当频谱面滤波孔的位置发生变化时,输出面上颗粒噪声的位置不变,而就单个颗粒而言,其强度与宽度会发生较大的变化,这一点为抑制这种颗粒噪声奠定了理论基础.

## 二、理论分析

### 1. 白光处理系统

图1为常见的白光处理系统<sup>[1]</sup>.

$S$  为白光光源; $L_1$  为准直透镜; $L_2$  为傅里叶变换透镜,处于 $(u, v)$ 坐标系; $P_1, P_2, P_3$  分别为输入面、傅里叶频谱面和输出面,坐标系分别为 $(x, y), (p, q), (\alpha, \beta)$ ;  $a_1$  为物距;  $d$  为

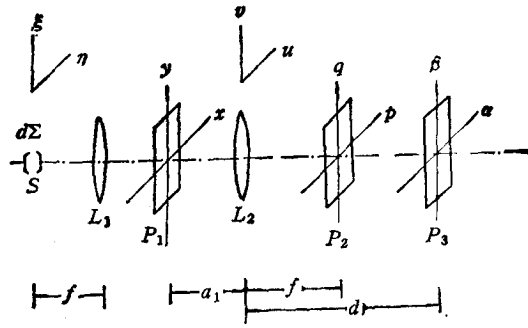


图1 白光处理系统

象距;  $f$  为透镜的焦距.

对于某一波长  $\lambda$ , 光源  $d\Sigma$  在输入面上产生的复振幅分布为  $u(x, y, \lambda)$ , 如果  $P_1$  面上的物函数振幅透过率为  $f(x, y)$ , 频谱面上的透过率函数为  $T_p(p, q)$ , 那么输出面  $P_3$  上的复振幅透过率为

$$g(\alpha, \beta, \lambda) = u(x, y, \lambda) f(x, y) * h_{a_1}(u, v) T(u, v) * h_f(p, q) T_p(p, q) * h_{d-f}(\alpha, \beta), \quad (1)$$

\* 为卷积运算符号;  $T(u, v)$  为透镜  $L_2$  对光场的透过率函数;  $h_{a_1}, h_f(p, q), h_{d-f}(\alpha, \beta)$  分别为各区间的脉冲响应函数.

当光源为点光源时,  $u(x, y, \lambda)$  可视仅为与波长  $\lambda$  有关的均匀透过函数, 则输出光强表达式

$$I(\alpha, \beta) = c \int |g(\alpha, \beta, \lambda)|^2 d\lambda = c \int u(\lambda) u^*(\lambda) |g'(\alpha, \beta, \lambda)|^2 d\lambda, \quad (2)$$

$c$  为常数,  $u^*$  为  $u$  的复共轭函数. 式中

$$g'(\alpha, \beta, \lambda) = f(x, y) * h_{a_1}(u, v) T(u, v) * h_f(p, q) T_p(p, q) * h_{d-f}(\alpha, \beta). \quad (3)$$

## 2. 频谱面滤波处理对象平面成像质量的影响

(a) 单颗粒象的复振幅函数表达式

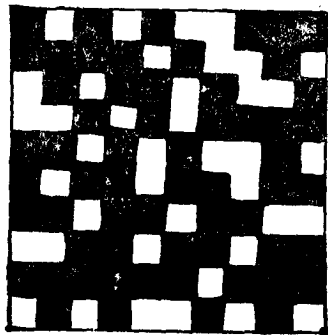


图2 底片颗粒噪声的棋盘模型

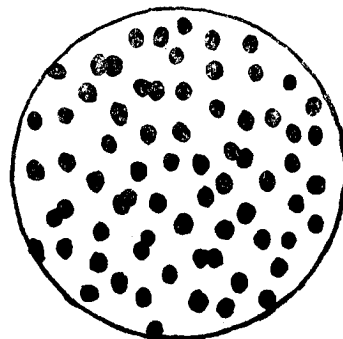


图3 底片颗粒噪声的重叠圆模型

照相胶片是由许多随机分布在胶片乳胶层上的颗粒组成, 描述这种随机分布的数学模型有许多种, 常见的有棋盘模型和重叠圆模型等<sup>[2]</sup>.

在此, 采用棋盘模型, 认为噪声颗粒是由透明与不透明的均匀透光颗粒组成, 在一维情况下讨论单个颗粒在图 1 所示的白光处理系统中的成象过程.

按照棋盘模型, 输入面上的振幅透过率函数  $f(x, y) = \begin{cases} 1 & |x - c| \leq a; \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$  颗粒宽度为  $2a$ , 中心位于  $(c, 0)$  点, 采用图 1 所示光路, 光源为点光源, 且(3)式中各项

$$T(u, v) = \exp \left[ -i \frac{k}{2f} (u^2 + v^2) \right], \quad h_i(x, y) = \exp \left[ \frac{ix}{\lambda l} (x^2 + y^2) \right],$$

$$1/a_1 + 1/d = 1/f.$$

设滤波孔宽为  $b$  (一维情况), 中心位于  $(p_0, 0)$ , 即

$$T_p(p) = \begin{cases} 1 & |p - p_0| \leq b/2; \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

将以上建立的数学模型代入(3)式, 得到

$$g'(\alpha, \beta, \lambda) = C \cdot \exp \left[ \frac{ik}{2f} s\alpha^2 \right] \int_p f(x, y) \exp \left[ -\frac{ik}{f} (x + s\alpha)p_0 \right] \cdot \frac{\sin \left[ \frac{k}{f} (x + s\alpha) \frac{b}{2} \right]}{\frac{k}{2f} (x + s\alpha)} dx, \quad (4)$$

式中  $s = a_1/d$ , 为放大倍数的倒数, 由于计算光强时指数项不起作用, 只需考察

$$g_1(\alpha, \beta, \lambda) = \int_{\frac{k}{f}(s\alpha+c-a)}^{\frac{k}{f}(s\alpha+c+a)} \exp[-izp_0] \frac{\sin \frac{bz}{2}}{\frac{z}{2}} dz \quad z = \frac{k}{f} (x + s\alpha). \quad (5)$$

$g_1(\alpha, \beta, \lambda)$  的实部与虚部分别为

$$\operatorname{Re}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] = \int_{\frac{k}{f}(s\alpha+c-a)}^{\frac{k}{f}(s\alpha+c+a)} \left\{ \left[ \sin \left( \frac{b}{2} + p_0 \right) z + \sin \left( \frac{b}{2} - p_0 \right) z \right] / z \right\} dz;$$

$$\operatorname{Im}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] = \int_{\frac{k}{f}(s\alpha+c-a)}^{\frac{k}{f}(s\alpha+c+a)} \left\{ \left[ \cos \left( \frac{b}{2} + p_0 \right) z - \cos \left( \frac{b}{2} - p_0 \right) z \right] / z \right\} dz.$$

利用泰勒展开公式分别对正弦和余弦函数进行级数展开, 并利用二项式定理, 略去无关系数, 得

$$\operatorname{Re}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] = \sum_{p=0}^{+\infty} \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{2p} t(p), \quad (6)$$

$$t(p) = \sum_{n=p+1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} B_1(n)}{(2n-1)(2n-2p+1)!(2p)!} \left( \frac{abk}{2f} \right)^{2n-1},$$

$$B_1(n) = \frac{1}{2} [(m+1)^{2n-1} - (m-1)^{2n-1}] = \sum_{q=0}^{n-1} C_{2n-1}^{2q} m^{2q},$$

$$\operatorname{Im}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] = \sum_{p=0}^{+\infty} \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{2p+1} R(p), \quad (7)$$

$$R(p) = \sum_{n=p+1}^{+\infty} \frac{(-1)^n D_1(n)}{(2n)(2n-2p-1)!(2p+1)!} \left( \frac{abk}{2f} \right)^{2n},$$

$$D_1(n) = \frac{1}{2} [(m+1)^{2n} - (m-1)^{2n}] = \sum_{q=0}^{n-1} C_{2n}^{2q+1} m^{2q+1},$$

式中  $m = 2p_0/b$ .

(6)式与(7)式为单颗粒象在输出面上的复振幅分布的实,虚部的数学表达式,它们都是幂级数求和式. 经过严格的数学推导可以证明它们是收敛的,并可推论由此得到的光强级数表达式也是收敛的.

(b) 单颗粒象的光强表达式

对于某一波长  $\lambda$ , 由(6),(7)式得到光强分布

$$I_1(\alpha, \beta, \lambda) = |g_1(\alpha, \beta, \lambda)|^2 = \{ \operatorname{Re}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] \}^2 + \{ \operatorname{Im}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] \}^2. \quad (8)$$

由(6)式知,  $\operatorname{Re}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)]$  为  $\left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)$  的偶数幂级数求和式,平方后仍应为偶数幂级数求和式. 即

$$\{ \operatorname{Re}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] \}^2 = \sum_{p=0}^{+\infty} \alpha_1(p) \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{4p} + \sum_{p=0}^{+\infty} \alpha_2(p) \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{4p+2}. \quad (9)$$

经数学推导可以证明

$$\alpha_1(p) = r^2(p) + 2 \sum_{\mu=0}^{p-1} r(\mu) r(2p - \mu) \quad p = 1, 2, 3 \dots$$

特例  $\alpha_1(0) = r^2(0)$ ,

$$\alpha_2(p) = 2 \sum_{\mu=0}^p r(\mu) r(2p + 1 - \mu) \quad p = 0, 1, 2 \dots$$

由(7)式可知,  $\operatorname{Im}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)]$  为  $\left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)$  的奇数幂级数求和形式,由于无常数项,平方后为  $\left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)$  的偶级数幂求和式.

$$\{ \operatorname{Im}[g_1(\alpha, \beta, \lambda)] \}^2 = \sum_{p=0}^{+\infty} \beta_1(p) \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{4p+2} + \sum_{p=0}^{+\infty} \beta_2(p) \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{4p+4}. \quad (10)$$

同样可证

$$\beta_1(p) = R^2(p) + 2 \sum_{\mu=0}^{p-1} R(\mu) R(2p - \mu) \quad p = 1, 2, 3 \dots$$

特例  $\beta_1(0) = R^2(0)$ ,

$$\beta_2(p) = 2 \sum_{\mu=0}^p R(\mu) R(2p + 1 - \mu) \quad p = 0, 1, 2 \dots$$

因此,总光强表示式为

$$I_1(\alpha, \beta, \lambda) = K \left\{ \alpha_1(0) + [\alpha_2(0) + \beta_1(0)] \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^2 + \sum_{p=1}^{+\infty} [\alpha_1(p) + \beta_2(p-1)] \cdot \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{4p} + \sum_{p=1}^{+\infty} [\alpha_2(p) + \beta_1(p)] \left( \frac{s\alpha + c}{a} \right)^{4p+2} \right\}, \quad (11)$$

式中  $K$  为常数。(11)式即为对于单个颗粒,经光学系统(图1)成象后,对于单一波长  $\lambda$  的输出光强的级数表达式,其计算由计算机完成。

### (c) 运算结果与讨论

首先,从(11)式中可以看出: 1) 如果颗粒位于物平面  $(c, 0)$  位置,将成象于象平面  $(-\frac{c}{s}, 0)$  点,  $s$  为几何放大倍数的倒数。2) 由于光强只与  $((s\alpha + c)/a)$  的偶次幂有关,那么无论参数  $a, b, p_0$  等如何变化,即强度表达式的系数如何发生变化,颗粒象的中心位置坐标均为  $(-c/s)$ 。

对物面上一均匀透光的小颗粒,考察其大小  $a$ , 谱面滤波孔位置  $p_0$ , 孔宽  $b$  及照明光源波长  $\lambda$  对其成象的影响。为此,选取 20 组不同的  $(a, b, f, \lambda, p_0)$  数据,代入(11)式中,由计算机绘出  $s\alpha/a-I$  曲线,同时就每一组情况,列出相对光强的峰值  $I_m$  和半强宽坐标  $hwc$ ,这里选最大的  $I_m$  值定为 100,其它  $I_m$  值均是与之比较得到的相对值,由于  $s\alpha/a-I$  曲线是相对于  $\alpha$  轴对称的,所以只作出  $+s\alpha/a$  轴的曲线,图 4 为其中一例。各组  $(a, b, \lambda, p_0, f)$  所对应的  $hwc$  与  $I_m$  值列于表 1。

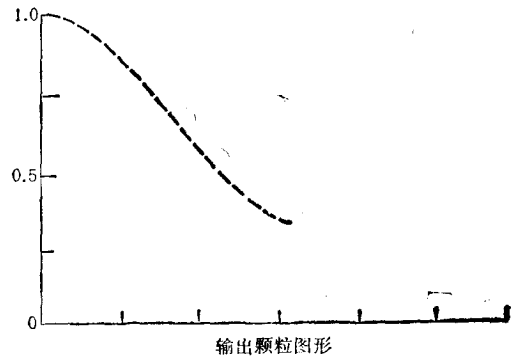


图 4  $s\alpha/a-I$  曲线一例(第 1 组数据)

$I_m = 0.29; hwc(34.2, 0.5)$

对于振幅型颗粒噪声,颗粒尺寸  $2a$  通常在  $1-10\mu\text{m}$  数量级。如果没有小孔滤波的存在,在  $1:1$  成象的条件下,使频谱全部通过,那么象面上颗粒宽度  $w \approx 2a$ , 仍为  $1-10\mu\text{m}$ 。这样小的颗粒即使存在,人眼也无法判别。但是,经频谱面小孔滤波处理后,由表 1 可以看出,半强宽坐标  $hwc$  均大于 0.5,也就是当  $1:1$  成象 ( $s=1$ ) 时,颗粒宽度将大于  $2a$ 。因此即使在理想成象条件下,由于频谱面小孔滤波处理的存在,输入面上的颗粒噪声被放大。且原颗粒越小,放大程度越高。例如对于宽为  $1\mu\text{m}$  的颗粒,  $hwc = 34.2$  (选用第 1 组数据),  $s=1$  时,输出颗粒宽度  $w = 5 \times 34.2 \times 2a \approx 0.2\text{mm}$ ; 如果  $2a = 10\mu\text{m}$ ,  $hwc = 3.45$  (选用第 7 组数据),  $s=1$ ,  $w \approx 0.2\text{mm}$ 。  $0.2\text{mm}$  的颗粒已是肉眼可以判别的。此外,如考虑光路放大倍数  $1/s$ , 波长  $\lambda$  及滤波孔宽  $b$  对输出结果的影响,颗粒宽度还要增大。所以,以前在编码片原物上无法观察到的颗粒噪声,现在在象平面可以看到。

表 2,表 3,表 4,表 5 分别表示  $hwc$  与  $I_m$  随颗粒宽度  $2a$ , 滤波孔宽  $b$ , 位置  $p_0$  及波长  $\lambda$  的变化。由上述计算结果得出如下结论。

1) 随着输入颗粒直径增大,输出颗粒宽度放大倍数变小,输出光强相对峰值增大。

表1 计算机运行结果

参 量	序号										
	单位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
颗粒宽度 $2a$	$\mu\text{m}$	1	2	2	2	2	2	10	10	10	10
滤波孔位置 $p_0$	mm	0	0	1.5	3.0	5.0	8.0	0	1.5	3.0	5.0
滤波孔宽度 $b$	mm	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
波长 $\lambda$	$\text{\AA}$	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
半强宽 $h_{wc}$		34.2	17.1	15.26	10.14	6.68	4.35	3.45	3.10	2.13	1.39
相对峰高 $I_m$		0.29	1.19	1.18	1.17	1.14	1.06	28.50	25.88	19.49	10.31

参 量	序号										
	单位	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
颗粒宽度 $2a$	$\mu\text{m}$	20	20	20	2	2	2	2	2	10	10
滤波孔位置 $p_0$	mm	0	1.5	3.0	0	0	0	0	0	0	0
滤波孔宽度 $b$	mm	3.5	3.5	3.5	1.0	2.5	5.0	3.5	3.5	3.5	3.5
波长 $\lambda$	$\text{\AA}$	5000	5000	5000	5000	5000	5000	7000	3500	3500	7000
半强宽 $h_{wc}$		1.78	1.73	1.19	60.00	24.00	12.45	23.94	12.00	2.46	4.80
相对峰高 $I_m$		100.0	72.71	29.42	0.10	0.61	2.25	0.61	2.43	55.50	14.87

表2  $h_{wc}$  和  $I_m$  随颗粒尺寸  $2a$  的变化

参 量	序号							
	单位	1	2	3	4	5	6	7
颗粒宽度 $2a$	$\mu\text{m}$	1	2	10	20	2	10	20
滤波孔位置 $p_0$	mm	0	0	0	0	1.5	1.5	1.5
滤波孔宽度 $b$	mm	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
波长 $\lambda$	$\text{\AA}$	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
半强宽 $h_{wc}$		34.2	17.1	3.45	1.78	15.26	3.10	1.73
相对峰值 $I_m$		0.29	1.19	28.50	100.0	1.18	25.88	72.71

表3  $h_{wc}$  和  $I_m$  随滤波孔中心位置  $p_0$  的变化

参 量	序号									
	单位	1	2	3	4	5	6	7	8	9
颗粒宽度 $2a$	$\mu\text{m}$	2	2	2	2	2	10	10	10	10
滤波孔位置 $p_0$	mm	0	1.5	3.0	5.0	8.0	0	1.5	3.0	5.0
滤波孔宽 $b$	mm	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
波长 $\lambda$	$\text{\AA}$	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
半强宽 $h_{wc}$		17.1	15.26	10.14	6.68	4.38	3.45	3.10	2.31	1.39
相对峰值 $I_m$		1.19	1.18	1.17	1.14	1.06	28.50	25.88	19.49	10.31

2) 随着傅里叶面滤波孔位置发生变化,输出颗粒的宽度和光强会发生较大改变。滤波孔距中心光轴的偏离越大,输出颗粒放大倍数越小,光强也减弱。

3) 滤波孔越小,输出颗粒放大倍数越大,相对输出光强峰值减小。

4) 光源波长  $\lambda$  越大,输出颗粒宽度放大倍数增大,输出光强峰值减弱。

5) 无论颗粒大小、滤波孔位置及宽度,光源波长诸参量如何变化,输出颗粒位置不会

表4  $hwc$  和  $I_m$  随滤波孔宽  $b$  的变化

参 量	序号	1	2	3	4
	单位				
颗粒宽度 $2a$	$\mu\text{m}$	2	2	2	2
滤波孔位置 $p_0$	mm	0	0	0	0
滤波孔宽 $b$	mm	1.0	2.5	3.5	5.0
波长 $\lambda$	$\text{\AA}$	5000	5000	5000	5000
半强宽 $hwc$		60.00	24.00	17.10	12.45
相对峰值 $I_m$		0.10	0.61	1.19	2.25

表5  $hwc$  和  $I_m$  随波长  $\lambda$  的变化

参 量	序号	1	2	3	4	5	6
	单位						
颗粒宽度 $2a$	$\mu\text{m}$	2	2	2	10	10	10
滤波孔位置 $p_0$	mm	0	0	0	0	0	0
滤波孔宽 $b$	mm	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
波长 $\lambda$	$\text{\AA}$	3500	5000	7000	3500	5000	7000
半强宽 $hwc$		12.00	17.10	23.94	2.46	3.45	4.80
相对峰值 $I_m$		2.43	1.19	0.61	55.50	28.50	14.87

发生改变。

6) 小孔滤波对振幅型噪声颗粒(输入面上)有放大作用,即使是理想成象情况下亦是如此。

以上诸条结论,特别是第2条,使我们设想可否通过使滤波孔作随机振动的方法来达到抑制这种颗粒噪声的目的。

尽管小孔滤波对颗粒噪声具有放大作用,但一般来说,如果原片物函数的强度较噪声大得多时,输出信噪比还比较高。可是如果象在白光信息处理中经常做的那样,将物片进行光栅编码,取其彩虹状衍射谱进行再处理,那么光栅的衍射效率会直接影响到输出信噪比。

### 三、结 语

综合以上分析,白光信息处理中光栅编码片信号较弱的部分,成象时出现明显的颗粒噪声,这是由于对编码片进行滤波处理时,滤波孔的存在对振幅型颗粒噪声起了放大作用,而编码光栅的衍射效率也直接影响了输出信噪比。因此,在实际应用中应选择小颗粒胶片,高衍射效率的编码光栅等方法来尽量抑制这种噪声。

同时,本文分析表明,如果频谱面滤波孔的位置发生一点变化,输出颗粒噪声的宽度与强度都会发生明显的改变。基于这种情况,可以设想利用使滤波孔位置在衍射谱附近做随机振动的方法抑制颗粒噪声,改善图象质量。此方法将另文报道。

- [1] 杨振寰等著, 光学信息处理, 母国光等译, 南开大学出版社, (1986), 228—406 页.  
[2] F. T. S. Yu; *White light Optical Signal Processing* John Wiley & Sons, (1985), p. 118—151.  
[3] F. T. S. Yu *et al.*, *Appl. Phys.*, **B36**, (1) (1985), 11.  
[4] F. T. S. Yu *et al.*, *J. Opt. Soc. Am.*, **A1** (5) (1984), 489.  
[5] 杨振寰等著, 光学信息处理, 母国光等译, 南开大学出版社, (1986), 138—139 页.

## A STUDY OF THE AMPLITUDE FILM-GRAIN NOISE IN WHITE-LIGHT OPTICAL PROCESSING

FANG ZHI-LIANG    ZHOU CHUN-YAN    XU XIN MU GUO-GUANG

*Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin, 300071*

(Received 8 March 1989)

### ABSTRACT

The amplitude film-grain noises are the important noises in white-light optical processing system. Their appearance gives a low output SNR. This is mainly influenced by the filtering process in Fourier plane and the low diffraction efficiency of the encoding grating.

PACC: 4230