第 39 卷 第 5 期
1990 年 5 月

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 39, No. 5
May, 1990

二维极化子在磁场中的基态能量

陈传誉[1)]　　金佩琬
广州师范学院物理系，广州，510400
1989 年 4 月 3 日收到

谐振子算符的代数运算方法被用于研究磁场中同时与表面光学声子及表面声学声子相互作用的二维电子．得到二维极化子在强磁场中直至四级微扰的基态能量以及它在任意强度磁场中的二级微扰基态能量表达式．结果发现，对磁场中二维极化子基态能量的影响中，表面声学声子有着与表面光学声子同样的甚至更为突出的贡献，是不容忽视的．

PACC: 7138

一、引　言

自从 Landau[1] 构想自陷电子的可能性之后，许多注意力集中于电子与纵光学声子的相互作用．Toyozawa[2] 指出，电子与声学声子之间的短程相互作用可以看作电子自陷的触发器，这样，关于电子与声学声子之间耦合也有了一些工作[3-5]．从局域电子的观点看，研究电子通过形变势与声学声子的相互作用是颇有意义的．

近年来，发表了许多关于晶体表面或界面极化子的文献[6-10]．其中，Mills[8] 指出，当电子在晶体表面附近运动时，表面光学（SO）声子与电子相互作用使电子周围产生极化云，而表面声学（SA）声子与电子的耦合使电子"陷"于表面附近运动．Ueba 在文献[9]中讨论了电子在表面声子场中同时与 SO 声子及 SA 声子相互作用的运动．最近，表面或界面极化子在磁场中的性质也已引起人们在实验[11,12]和理论[13,14]两个方面的重视． Wu Xiaoguang 等人[14]曾对磁场中与 SO 声子相互作用的二维电子进行了较为深入的研究．但对在磁场中的二维电子，却未曾见过同时考虑 SO 声子和 SA 声子的影响．

Larsen 首次将 Suzuki 和 Hensel 引进的谐振子算符[15]发展为算符代数运算方法研究了磁场中极性晶体内的二维极化子[16]．此方法的主要优点在于用简单的算符代数运算代替复杂的遍及所有矩阵元乘积的取和．本文作者之一及其合作者曾将这一方法用以研究磁场中离子晶体的外表面极化子[17]以及磁场中的界面极化子[18]的基态能量，并得到比较满意的结果．

本文将同时考虑电子与 SO 声子和 SA 声子的相互作用，采用谐振子算符的代数运算方法，研究二维极化子在磁场中的基态能量．得到二维极化子在强磁场中直至四级微扰的基态能量，以及它在任意强度磁场中的二级微扰基态能量表达式．结果发现，在基态能量的微扰修正中，SA 声子和 SO 声子同样重要，而在强磁场中的影响，SA 声子比 SO 声子更为突出．因此，讨论二维极化子在磁场中的性质时，同时考虑 SO 声子和 SA 声子与

1）中国高等科学技术中心(世界实验室)理论物理分中心．

电子的耦合是十分必要的.

二、哈 密 顿 量

本文讨论在二维空间(x-y 平面)内运动并同时与 SO 声子和 SA 声子相互作用的二维电子，当它处于一个与其运动平面垂直的恒稳磁场 $\boldsymbol{B}=(0,0,B)$ 时的基态能量. 在这种情况下，磁场中二维极化子的哈密顿量可以写成[9,16]

$$H=\frac{1}{2m}\left(p_x-\frac{\beta^2}{4}y\right)^2+\frac{1}{2m}\left(p_y+\frac{\beta^2}{4}x\right)^2+\sum_q \hbar\omega_s a_q^+a_q+\sum_q \hbar\omega_q b_q^+b_q$$
$$+\sum_q\left(V_q^*a_q^+e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}+\text{H.c.}\right)+\sum_q W_q\left(b_q^+e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}+\text{H.c.}\right), \tag{1}$$

式中

$$\beta^2=\frac{2e}{c}B,\quad \omega_s^2=\frac{1}{2}(\omega_l^2+\omega_t^2),\quad \omega_q=v_R q,$$
$$V_q=2\pi ie\left(\frac{\hbar\omega_s}{4\pi\epsilon Sq}\right)^{1/2},\quad \frac{1}{\varepsilon}=\frac{\varepsilon_0-1}{\varepsilon_0+1}-\frac{\varepsilon_\infty-1}{\varepsilon_\infty+1},$$
$$W_q=E_d(1-\eta^2)\left(\frac{\hbar}{2SK\rho_0}\right)^{1/2}q, \tag{2}$$

$\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{r}$ 分别为电子的二维正则动量与二维位置矢量; $a_q^+(a_q)$, $b_q^+(b_q)$ 分别为 SO, SA 声子的产生(湮没)算符; $\boldsymbol{q}$ 为表面声子的二维波矢; ω_s, ω_t 和 ω_l 分别为 SO、体内 TO 和 LO 声子的频率; S 为晶体面积; ε_0, ε_∞ 分别为晶体的静态和光学介电常数; v_R 为 Rayleigh 波速; E_d 为形变势常数, ρ_0 为密度, K/v_R 和 $\eta=\left[1-\left(\frac{v_R}{v_B}\right)^2\right]^{1/2}$ 都是 Poisson 比的函数, v_B 为体声速度. 哈密顿量(1)式等号右边头两项为二维电子的运动动能; 第三、四两项分别为 SO 声子和 SA 声子的能量; 最后两项分别为电子与 SO 声子, SA 声子的相互作用能量.

引进两个一维谐振子算符[16]

$$A=\frac{1}{\sqrt{\hbar}\,\beta}\left[\left(p_x-\frac{\beta^2}{4}y\right)-i\left(p_y+\frac{\beta^2}{4}x\right)\right], \tag{3}$$

$$B=A^+-\frac{i\beta}{2\sqrt{\hbar}}(x+iy). \tag{4}$$

它们满足玻色对易关系 $[A,A^+]=[B,B^+]=1$, $[A,B]=[A,B^+]=0$. 引进算符 A, B 以后，哈密顿量(1)式可改写为

$$H=H_0+H_{e-SO}+H_{e-SA}, \tag{5}$$

$$H_0=\frac{\hbar\beta^2}{2m}\left(A^+A+\frac{1}{2}\right)+\sum_q \hbar\omega_s a_q^+a_q+\sum_q \hbar\omega_q b_q^+b_q, \tag{6a}$$

$$H_{e-SO}=\sum_q\left(V_q^*L_qM_qa_q^++V_qL_q^{-1}M_q^{-1}a_q\right), \tag{6b}$$

$$H_{e-SA}=\sum_q W_q(L_qM_qb_q^+ + L_q^{-1}M_q^{-1}b_q),\tag{6c}$$

式中

$$L_q=\exp\left[\frac{\sqrt{\hbar}}{\beta}(q_x+iq_y)A-\frac{\sqrt{\hbar}}{\beta}(q_x-iq_y)A^+\right],\tag{7a}$$

$$M_q=\exp\left[\frac{\sqrt{\hbar}}{\beta}(q_x-iq_y)B-\frac{\sqrt{\hbar}}{\beta}(q_x+iq_y)B^+\right].\tag{7b}$$

在后面的讨论中，H_0 视为系统的未微扰哈密顿量，而 $(H_{e-SO}+H_{e-SA})$ 为微扰哈密顿量。

三、强磁场极限的情况

类似文献[16]，这里强磁场极限的定义为

$$\lambda^2=\omega_c/\omega_s\to\infty,\ 但\ \alpha_{SO}\lambda,\ \alpha_{SA}\lambda^3\to 0,\tag{8}$$

式中 $\omega_c=\beta^2/2m=eB/mc$ 为电子在磁场作用下的迴旋频率，α_{SO} 和 α_{SA} 分别为电子与SO,SA声子之间的耦合常数。由(8)式的定义可知，这里对强磁场的讨论仅限于弱耦合的情况。

在强磁场极限中，电子只处于 Landau 最低能级[16]$(n=0)$。若算符 A 和 B 的真空态分别用 $|0\rangle_A$ 和 $|0\rangle_B$ 表示，计算系统的能量可以用系统的有效哈密顿量

$$H_{eff}={}_A\langle 0|H|0\rangle_A=H_{0,eff}+H_1'+H_2',\tag{9a}$$

$$H_{0,eff}=\frac{1}{2}\hbar\omega_c+\sum_q\hbar\omega_s a_q^+a_q+\sum_q\hbar\omega_q b_q^+b_q,\tag{9b}$$

$$H_1'=\sum_q(V_q^*M_qa_q^++V_qM_q^{-1}a_q)\exp(-\hbar q^2/2\beta^2),\tag{9c}$$

$$H_2'=\sum_q W_q(M_qb_q^++M_q^{-1}b_q)\exp(-\hbar q^2/2\beta^2).\tag{9d}$$

(9a)式中使用了矩阵元

$${}_A\langle 0|L_q|0\rangle_A=\exp(-\hbar q^2/2\beta^2).\tag{10}$$

有效哈密顿量 H_{eff} 的未微扰本征态记为

$$|\Phi\rangle=|M\rangle_B|n_{aq},n_{bq}\rangle=(M!)^{-\frac{1}{2}}(B^+)^M|0\rangle_B|n_{aq},n_{bq}\rangle,\tag{11}$$

式中 $|n_{aq},n_{bq}\rangle$ 为粒子数表象中的声子本征态。下面讨论极化子的基态（声子真空态）能量。

若基态微扰能记为 E_p，则系统基态能量为

$$\begin{aligned}E&=\langle f|H_{eff}|f\rangle=\langle f|H_{0,eff}|f\rangle+\langle f|(H_1'+H_2')|f\rangle\\&=\frac{1}{2}\hbar\omega_c+E_p,\end{aligned}\tag{12}$$

式中

$$|f\rangle=|M\rangle_B|0,0\rangle.\tag{13}$$

采用 Wigner-Brillouin 微扰理论，计算得二级微扰能量为

$$\Delta E^{(2)} = \Delta E_1^{(2)} + \Delta E_2^{(2)}, \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_1^{(2)} &= \sum_{l \neq j} \frac{\langle j|H_1'|l\rangle\langle l|H_1'|j\rangle}{E - E_{l0}} \\ &= (E_p - \hbar\omega_s)^{-1} \sum_q V_q^2 e^{-\hbar q^2/\beta^2} \sum_{l} \langle J;0|M_q^{-1}a_q|J';q\rangle\langle J';q|M_q a_q^+|J;0\rangle \\ &= (E_p - \hbar\omega_s)^{-1} \sum_q V_q^2 e^{-\hbar q^2/\beta^2},\end{aligned} \tag{14a}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_2^{(2)} &= \sum_{l \neq j} \frac{\langle j|H_2'|l\rangle\langle l|H_2'|j\rangle}{E - E_{l0}} \\ &= \sum_q W_q^2 e^{-\hbar q^2/\beta^2}(E_p - \hbar v_R q)^{-1} \sum_{l'} \langle J;0|M_q^{-1}b_q|J';q\rangle\langle J';q|M_q b_q^+|J;0\rangle \\ &= \sum_q W_q^2 e^{-\hbar q^2/\beta^2}(E_p - \hbar v_R q)^{-1}.\end{aligned} \tag{14b}$$

而系统基态的四级微扰能量

$$\Delta E^{(4)} = \Delta E_1^{(4)} + \Delta E_2^{(4)}, \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_1^{(4)} &= \sum_{l \neq j,} \sum_{r \neq j,} \sum_{s \neq j} \frac{\langle j|H_1'|l\rangle\langle l|H_1'|r\rangle\langle r|H_1'|s\rangle\langle s|H_1'|j\rangle}{(E - E_{l0})(E - E_{r0})(E - E_{s0})} \\ &= (E_p - \hbar\omega_s)^{-2}(E_p - 2\hbar\omega_s)^{-1} \sum_{q,l} V_q^2 V_l^2 e^{-\hbar(q^2+l^2)/\beta^2}\, {}_B\langle J|(M_q^{-1}M_l^{-1} \\ &\quad + M_l^{-1}M_q^{-1})M_l M_q|J\rangle_B \\ &= (E_p - \hbar\omega_s)^{-2}(E_p - 2\hbar\omega_s)^{-1} \sum_{q,l} V_q^2 V_l^2 e^{-\hbar(q^2+l^2)/\beta^2} \\ &\quad \cdot \left\{1 + \exp\left[\frac{2i\hbar}{\beta^2}(q_x l_y - l_x q_y)\right]\right\},\end{aligned} \tag{15a}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_2^{(4)} &= \sum_{q,l} (E_p - \hbar\omega_q)^{-2}(E_p - 2\hbar\omega_q)^{-1} w_q^2 w_l^2 e^{-\hbar(q^2+l^2)/\beta^2} \\ &\quad \cdot \left\{1 + \exp\left[\frac{2i\hbar}{\beta^2}(q_x l_y - l_x q_y)\right]\right\},\end{aligned} \tag{15b}$$

式中用到 $M_q^{-1}M_l = M_l M_q^{-1}\exp\left[\frac{2i\hbar}{\beta^2}(q_x l_y - l_x q_y)\right]$关系．将求和改为积分

$$\sum_q(\cdots) \to \frac{S}{(2\pi)^2}\iint(\cdots)q\,dq\,d\varphi,$$

同时将 $\Delta E^{(2)}$ 中的分母展开至适当的幂次项，再令 $\Delta E^{(4)}$ 中的 $E_p = 0$. 通过计算，最后可以得到

$$\Delta E_1^{(2)} = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\alpha_{SO}\lambda\hbar\omega_s + \frac{\pi}{4}(\alpha_{SO}\lambda)^2\hbar\omega_s + \frac{\pi}{8}\alpha_{SO}\alpha_{SA}\lambda^4\hbar\omega_s, \tag{16a}$$

$$\Delta E_2^{(2)} = -\frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SA}\lambda^3\hbar\omega_s + \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SO}\alpha_{SA}\lambda^3\zeta\hbar\omega_s + \frac{\sqrt{\pi}}{8}\alpha_{SA}^2\lambda^5\zeta\hbar\omega_s, \tag{16b}$$

$$\Delta E_1^{(4)} = -\frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4} + K(0.5)/\sqrt{8}\right](\alpha_{SO}\lambda)^2\hbar\omega_s, \tag{16c}$$

$$\Delta E_2^{(4)} = -\frac{\sqrt{\pi}}{16}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\alpha_{SA}^2\lambda^5\zeta\hbar\omega_s, \tag{16d}$$

式中 $\zeta = \omega_S/v_R u_S$; $K(z)$ 为第一类完全椭圆积分，$K(z) = \int_0^{\pi/2}(1 - z\sin^2\theta)^{-1/2}d\theta$; u_s 为波数，由下式给出:

$$\hbar\omega_S = \frac{\hbar^2 u_S^2}{2m}; \tag{17}$$

α_{SO} 为电子-SO 声子间的耦合常数，它定义为

$$\alpha_{SO} = \frac{me^2}{\varepsilon\hbar^2 u_s}; \tag{18}$$

而 α_{SA} 则为电子-SA 声子的耦合常数，

$$\alpha_{SA} = E_d^2 u_S^3\left(\frac{v_R}{v_B}\right)^4 \Big/ (4\pi\rho_0 K v_R \hbar\omega_s). \tag{19}$$

将(16)式的几个式子相加，便得到系统直至四级微扰的基态能修正量

$$\Delta E = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\alpha_{SO}\lambda\hbar\omega_s + \frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4} - K(0.5)/\sqrt{8}\right](\alpha_{SO}\lambda)^2\hbar\omega_s - \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SA}\lambda^3\hbar\omega_s$$
$$+ \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SO}\alpha_{SA}\lambda^3\zeta\hbar\omega_s + \frac{\pi}{8}\alpha_{SO}\alpha_{SA}\lambda^4\hbar\omega_s + \frac{\sqrt{\pi}}{16}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\alpha_{SA}^2\lambda^5\zeta\hbar\omega_s. \tag{20}$$

于是便得到强磁场中二维表面极化子的基态能量

$$E = \frac{1}{2}\hbar\omega_c + \Delta E$$
$$= \frac{1}{2}\hbar\omega_c - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\alpha_{SO}\lambda\hbar\omega_s + 0.06494(\alpha_{SO}\lambda)^2\hbar\omega_s - \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SA}\lambda^3\hbar\omega_s$$
$$+ \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SO}\alpha_{SA}\lambda^3\zeta\hbar\omega_s + \frac{\pi}{8}\alpha_{SO}\alpha_{SA}\lambda^4\hbar\omega_s + 0.07161\alpha_{SA}^2\lambda^5\hbar\omega_s, \tag{21}$$

式中等号右边第一项为电子在强磁场中的 Landau 基态能；第二、三项为计算到四级微扰的 SO 声子对磁场中表面极化子基态能量的修正量；第四、七两项为 SA 声子对表面极化子在磁场中基态能量的修正量；而第五、六两项为电子-SO 声子-SA声子- 磁场之间的耦合交叉能量.

四、一般磁场的情况

在一般磁场中，电子不再局限于 Landau 最低能级，系统的哈密顿量依然为(5)式，系统的未微扰本征态为

$$|\phi\rangle = (n!M!)^{-\frac{1}{2}}(A^+)^n|0\rangle_A(B^+)^M|0\rangle_B|n_{aq}, n_{bq}\rangle, \tag{22}$$

系统基态(声子真空态)为

$$|i\rangle = (n!M!)^{-\frac{1}{2}}(A^+)^n|0\rangle_A(B^+)^M|0\rangle_B|0,0\rangle, \tag{23}$$

系统的未微扰基态能量

$$E_0 = \langle i|H_0|i\rangle = \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c. \tag{24}$$

SO 声子和 SA 声子的作用所引起的二级微扰基态能量修正 ΔE_1, ΔE_2 分别为

$$\Delta E_1 = -\sum_{q,J',n}|V_q|^2|\langle q_s|a_q^+|0\rangle|^2{}_B\langle J|M_q^{-1}|J'\rangle_{BB}\langle J'|M_q|J\rangle_B$$
$$\cdot {}_A\langle 0|L_q^{-1}|n\rangle_A(n\hbar\omega_c+\hbar\omega_s)^{-1}{}_A\langle n|L_q|0\rangle_A, \tag{25a}$$

$$\Delta E_2 = -\sum_{q,J',n}|W_q|^2|q_b|b_q^+|0\rangle|^2{}_B\langle J|M_q^{-1}|J'\rangle_{BB}\langle J'|M_q|J\rangle_B$$
$$\cdot {}_A\langle 0|L_q^{-1}|n\rangle_A(n\hbar\omega_c+\hbar\omega_q)^{-1}{}_A\langle n|L_q|0\rangle_A. \tag{25b}$$

利用 $A^+A|n\rangle_A = n|n\rangle_A$,

$$(n\hbar\omega_c+\hbar\omega_s)^{-1} = (\hbar\omega_s)^{-1}\int_0^\infty \exp[-(n\lambda^2+1)t]dt$$

$$(n\hbar\omega_c+\hbar\omega_q)^{-1} = (\hbar\omega_s)^{-1}\int_0^\infty \exp[-(n\lambda^2+\omega_q/\omega_s)t]dt$$

关系,再将(2)式代人(25)式,并将对 q 的求和改为积分,经过计算,不难得到

$$\Delta E_1 = -\frac{1}{2}\alpha_{SO}\hbar\omega_s(2\hbar/m\omega_s)^{\frac{1}{2}}\int_0^\infty e^{-t}dt\int_0^\infty \exp[-\hbar q^2(1-e^{-\lambda^2 t})/\beta^2]dq$$
$$= -\frac{1}{2}\pi\alpha_{SO}\lambda\hbar\omega_s\Gamma\left(1+\frac{1}{\lambda^2}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\lambda^2}\right), \tag{26a}$$

$$\Delta E_2 = -\alpha_{SA}\hbar\omega_s f(\lambda), \tag{26b}$$

式中

$$f(\lambda) = v_R(\omega_s u_s^3)^{-1}\int_0^\infty q^3dq\int_0^\infty e^{-\omega_q t/\omega_s}\exp[-\hbar q^2(1-e^{-\lambda^2 t})/\beta^2]dt. \tag{26c}$$

至此,便得到系统在任意磁场强度情况下二维极化子的基态能量

$$E = E_0+\Delta E_1+\Delta E_2$$
$$= \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c - \frac{\pi}{2}\alpha_{SO}\lambda\hbar\omega_s\Gamma\left(1+\frac{1}{\lambda^2}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\lambda^2}\right) - \alpha_{SA}\hbar\omega_s f(\lambda). \tag{27}$$

上式等号右边第一项为电子在磁场中的 Landau 能级，后面两项依次为计算到二级微扰时的电子-SO 声子-磁场以及电子-SA 声子-磁场的耦合基态微扰能.

五、讨　　论

前面用谐振子算符的代数运算方法,讨论了磁场中 SO 声子和 SA 声子对二维表面极化子基态能量的影响，得到二维表面极化子在强磁场情况下直至四级微扰的基态能量表达式(21)和在一般磁场情况下的二级微扰基态能量表达式(27).

从(21)式看到,当同时考虑 SO, SA 声子对电子的作用且计算到高阶微扰时，极化子基态能量表达式不是电子在磁场中分别与 SO 声子和 SA 声子相互作用的简单迭加,它还出现电子-SO 声子-SA 声子-磁场之间的耦合交叉作用.

Wu Xiaoguang 等人[14]用路径积分近似法所得的在强磁场中只与 SO 声子作用的二

维极化子基态能量修正

$$\Delta E = -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\alpha\sqrt{\omega_c} - \frac{\alpha\sqrt{\pi}\ln 2}{\sqrt{\omega_c}} + \cdots$$

的主要项即等号右边第一项与本文所得(20)式中单独由 SO 声子与电子耦合引起的主要项即(20)式等号右边第一项是一致的(文献[14]使用 $\hbar = m = \omega_S = 1$ 的单位),而在强磁场弱耦合时,方程右边第二项都是极小的.

对任意强度磁场都适用的(26)式,当 $\lambda^2 \to \infty$,对应强磁场极限的情况,此时 $e^{-\lambda^2 t} \to 0$,(26a)式变为

$$\Delta E_1^S = -\frac{1}{2}\alpha_{SO}\hbar\omega_s(2\hbar/m\omega_s)^{\frac{1}{2}}\int_0^\infty e^{-\hbar q^2/\beta^2}dq$$

$$= -\frac{\sqrt{\pi}}{2}\alpha_{SO}\lambda\hbar\omega_s. \tag{28a}$$

经过计算,由(26b)和(26c)式得到

$$\Delta E_2^S = -\frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha_{SA}\lambda^3\hbar\omega_s. \tag{28b}$$

(28a)和(28b)式分别与上一节讨论强磁场极限时所得的结果(20)式等号右边第一、三两项相同. 如果在上节的讨论中只计算到二级微扰,那么它所得的基态能量修正则与(28)式的结果一致.

注意到,强磁场情况下的二级微扰基态能量修正中,SA 声子的贡献与 λ^3 即 $B^{3/2}$ 成正比,而 SO 声子的贡献则与 λ 即 $B^{1/2}$ 成正比,它表明,在 α_{SO} 与 α_{SA} 相近时,强磁场中 SA 声子比 SO 声子对系统基态能量修正的贡献更为显著. 即使是 α_{SA} 远小于 α_{SO},如 $\alpha_{SA}\sim\alpha_{SO}/\lambda^2$,它们对系统基态能量的修正也同样重要. 因此,在讨论强磁场中的表面极化子时,仅考虑 SO 声子的作用是不够的,必须考虑 SA 声子的影响.

再看弱磁场的情况. 由于 $\lambda^2 \to 0$,将 $e^{-\lambda^2 t}$ 的级数展开项中高于 $(\lambda^2)^2$ 的高阶项略去,那么,$\exp(-\lambda^2 t) \approx 1 - \lambda^2 t + \frac{1}{2}\lambda^4 t^2$. 通过计算,(26a)和(26b)式分别变成

$$\Delta E_1^w = -\frac{1}{2}\alpha_{SO}\hbar\omega_s(2\hbar/m\omega_s)^{\frac{1}{2}}\int_0^\infty e^{-t}dt\int_0^\infty \exp\left[-\hbar q^2\left(\lambda^2 t - \frac{1}{2}\lambda^4 t\right)/\beta^2\right]dq$$

$$= -\frac{\pi}{2}\alpha_{SO}\hbar\omega_s - \frac{\pi}{16}\alpha_{SO}\lambda^2\hbar\omega_s, \tag{29a}$$

$$\Delta E_2^w = -\frac{1}{2}\alpha_{SA}\hbar\omega_s\mu\tau^3\left[1 - 2\mu + 2\mu^2\ln\left(1 + \frac{1}{\mu}\right)\right]$$

$$- \alpha_{SA}\hbar\omega_s\lambda^2\mu\tau\left[\ln\left(1 + \frac{1}{\mu}\right) - \frac{3}{2}\right], \tag{29b}$$

式中 $\mu = \dfrac{2mv_R}{\hbar q_m}$, $\tau = q_m/u_s$.

(29a)和(29b)式分别为弱场时单独由 SO 声子和 SA 声子与电子耦合所引起的基态能量修正.(29a)式与文献[14]只讨论与 SO 声子作用的二维极化子在弱磁场下的基态能

量修正(见该文(13)式)中的主要项一致．而在弱场情况下，其余高阶无穷小项均已略去．当 $\lambda^2=0$，即不存在磁场时，(29a)式变成

$$\Delta E_1^0=-\frac{\pi}{2}\alpha_{SO}\hbar\omega_s, \tag{30a}$$

它与无磁场时的二维表面光学极化子所得到的结果一致[6]．

在计算(29b)式的过程中，由于被积函数的形式，使 $f(\lambda)$ 对波矢 q 的积分上限无法采用∞而用 Debye 截止波数 q_m．当 $\lambda^2=0$ 时，(29b)式变成

$$\Delta E_2^0=-\frac{1}{2}\alpha_{SA}\hbar\omega_s\mu\tau^3\left[1-2\mu+2\mu^2\ln\left(1+\frac{1}{\mu}\right)\right]. \tag{30b}$$

由(29b)和(30b)式可以看到，在弱磁场和零场的情况下，与 SO 声子不同，SA 声子对二维极化子的基态能量修正与 Debye 截止波数有关．

最后还注意到，当只计算到二级微扰，两种声子模都是使极化子基态能量下降．而在强磁场计算到四级微扰时，比计算到二级微扰时的基态能量下降有所减弱．这与 Larsen 讨论电子与 LO 声子耦合在强磁场时的结论[16]是一致的．

[1] L. Landau, *Phys. Zeits. d. Sowjetunion*, 3(1933), 664.
[2] Y. Toyozawa, *Progr. Theor. Phys.*, 26(1961), 29.
[3] D. M. Larsen, *Phys. Rev.*, 142(1966), 428.
[4] A. Sumi and Y. Toyozawa, *J. Phys. Soc. Japan*, 35(1973), 137.
[5] G. Whitfield and P. B. Shaw, *Phys. Rev.*, **B14**(1976), 3346
[6] J. Sak, *Phys. Rev.*, **B6**(1972), 3981.
[7] W. J. Huybrechts, *Solid State Commun.*, 28(1978), 95.
[8] D. L. Mills, *Progr. Surf. Sci.*, 8(1977), 143.
[9] H. Ueba, *Phys. State Sol.* (*b*), 100(1980), 705.
[10] Wu Xiaoguang, F. M. Peeters and J. T. Devreese, *Phys. Rev.*, **B31**(1985), 3420.
[11] D. C. Tsui, T. Englert, A. Y. Cho and A. C. Gössard *Phys. Rev. Lett.*, 44(1980), 341.
[12] Z. Schlesinger, J. C. M. Hwang and S. J. Allen, *Phys. Rev. Lett.*, 50(1983), 2098.
[13] S. Das Sarma, *Phys. Rev. Lett.*, 52(1984), 859.
[14] Wu Xiaoguang, F. M. Peeters and J. T. Devreese, *Phys. Rev.*, **B32**(1985), 7964.
[15] K. Suzuki and J. C. Hensel, *Phys. Rev.*, **B9**(1974), 4184.
[16] D. M. Larsen, *Phys. Rev.*, B33(1986), 799.
[17] 陈传誉，科学通报，**33**(1988)，583.
[18] C. Y. Chen, T. Z. Ding and D. L. Lin, *Phys. Rev.*, B35(1987), 4398; *ibid.*, 36(1987), 9816.

GROUND-STATE ENERGY OF TWO-DIMENSIONAL POLARON IN A MAGNETIC FIELD

CHEN CHUAN-YU JIN PEI-WAN

Department of Physics, Guangzhou Teachers College, Guangzhou, 510400

(Received 3 April 1989)

ABSTRACT

The method of the harmonic oscillator operator algebra has been used to study the two-dimensional polaron in a magnetic field. Both the surface optical phonon and the surface acoustic phonon, and their interaction with the magnetic field are included. Ground-state energy corrections up to fourth-order perturbation for limiting cases of strong field and that in second-order perturbation for field of arbitrary strength are derived. It is found that the surface acoustic phonon makes a significant contribution to ground-state energy of a two-dimensional polaron in magnetic field.

PACC: 7138