

中子滴线附近核异常大半径的解释*

任 中 洲

南京大学物理系, 南京, 210008

徐 躬 耦

南京大学物理系, 南京, 210008; 兰州大学现代物理系, 兰州, 730001

1990年8月13日收到

基于中子滴线附近核结合能的数据分析, ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 等可看作是核芯-中子-中子组成的三体系统. 假定核芯-中子和中子-中子间作用势为弱吸引指数势, 不足以形成核芯-中子和中子-中子束缚态. 本文的研究表明, 核芯-中子-中子三体系统可形成弱束缚态. ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 核的异常大核半径正是由于外层中子的弱束缚所致.

PACC: 2160G; 2140; 2110F

一、引 言

现代实验设备和技术的发展, 使得研究远离 β 稳定线附近核素的性质成为可能. 近几年来, 在远离 β 稳定线附近核素的研究中, 发现很多新的现象^[1]. 目前, 对于轻的中子滴线核的研究, 是其中深受重视的课题.

对中能核-核碰撞碎裂过程中产生的奇特放射性核束流的研究表明^[2-5], 中子滴线附近核有许多奇特性质. 如 ^{10}Li , ^{13}Be , ^{16}B 对中子发射不稳定, 但 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 核对中子发射稳定. ^{11}Li , ^{14}Be 碎裂过程中核子横向动量分布的双峰结构^[7]. ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的 β 缓发双中子, 三中子和四中子发射现象^[6]. 此外, 对核-核反应总截面的测量表明^[7-9], ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 核有较大的反应总截面, 由 Glauber 模型分析可得, 这类核有异常大的核物质均方根半径(简称核半径).

因此, 对中子滴线附近核素的研究, 引起人们广泛的兴趣.

理论上有必要对这些核的异常大半径进行系统的研究, 这有助于理解这类核的结构和性质.

Hansen 等人^[10]首先研究了 ^{11}Li 核的异常大半径的原因. 他们把 ^{11}Li 核看作是 ^9Li 核芯和无结构的双中子组成的二体系统, 核芯和双中子之间的作用假定为方势阱, 考虑到有限力程效应, 计算表明 ^{11}Li 核的异常大半径是由于双中子的弱束缚所致.

Suzuki 等人^[11]用“结团-轨道”壳模型研究了 ^6He 和 ^8He 的半径, 认为 ^6He 和 ^8He 是由 ^4He 核芯和核芯外中子所组成, 解释了 ^6He 和 ^8He 的异常大核半径.

* 国家自然科学基金资助的课题.

Hoshino 等人^[12]用组态混杂壳模型计算了 ^{11}Li 核的异常大半径。结果发现,仅考虑部分 $2\hbar\omega$ 组态的混杂,不足以解释 ^{11}Li 核的特大半径,只有考虑到 ^{11}Li 中两个外层中子的弱束缚,才能得到与实验相近的结果。

对中子滴线附近核结合能的数据分析表明^[13],由于氦关联效应, ^9Li , ^{12}Be 和 ^{15}B 特别稳定,因此可把 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 看作是核芯-中子-中子组成的三体系统。由于 α 关联效应, ^6He 特别稳定,也可把 ^6He 看作是核芯-中子-中子组成的三体系统。

本文采用三体模型,将统一研究 ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的异常大半径的原因。

Bertsch^[14] 和 Utsunomiya^[15] 的研究也指出,对 ^{11}Li 应考虑到双中子的结构,Bertsch 等人更明确指出,应从三体理论出发研究 ^{11}Li 核,这与我们观点一致。

二、核芯-中子-中子三体系统的相互作用势

对核芯-中子-中子三体系统,为了计算简单起见,相互作用势选为二体中心势。由于核力的饱和性直接影响到中子滴线附近核对中子发射的稳定性,故二体势中应包含反映核力饱和性的因素。

核芯-中子-中子三体系统中,两个中子是全同费密子,总的波函数须满足对两个中子交换反对称,故两个中子处于自旋单态。

自旋单态的中子-中子作用势可通过拟合两核子低能实验数据得到^[16]

$$V(r_3) = -s(751.541)b^{-2}\exp(-3.5412r_3/b). \quad (1)$$

这里 r_3 为中子-中子相对距离, $b = 2.23 \pm 0.22 \text{ fm}$ 为力程, $s = 0.935 \pm 0.006$ 为阱深参数。由于 $s < 1$, 中子-中子无束缚态。

核芯-中子作用势原则上可通过核芯内核子密度分布和核子-核子势进行折叠得到,由于 Pauli 原理,折叠势中包含直接积分和交换积分,交换积分反映核力的饱和性。现在核芯内核子密度分布并不知道,而且直接计算折叠势尚有困难,故核芯-中子作用势选为唯象的指数势

$$U(r_i) = -s_c((N_c + 1)/2N_c)(751.541)b_c^{-2} \cdot \exp(-3.5412r_i/b_c). \quad (2)$$

这里 $r_i (i = 1, 2)$ 为中子相对核芯的距离, N_c 为核芯的核子数,力程 b_c 近似选作核芯半径与核子-核子作用力程之和。阱深参数 s_c 反映核力的饱和性, $s_c < 1$, 核芯-中子无束缚态。

三、三角形坐标系的变分计算

对核芯-中子-中子三体问题,在三角形坐标系中^[17],可以很方便地进行变分计算。在三角形坐标系,空间坐标选取如下:三体问题共有 9 个空间坐标,去掉 3 个质心坐标,还有 6 个空间坐标。这 6 个空间坐标可选为,径向坐标 r_1 , r_2 和 r_3 , 分别表示核芯-中子,核芯-中子和中子-中子的相对距离,即三角形的三个边长;三角形平面在空间的方位,两个角变量;以及三角形在其所在平面内的转角。

对三体问题的基态, 考虑到对称性, 波函数仅为径向变量 r_1, r_2 和 r_3 的函数. r_1, r_2 和 r_3 满足通常的三角形不等式: $r_1 + r_2 \geq r_3, r_2 + r_3 \geq r_1, r_3 + r_1 \geq r_2$. 在三角形坐标系, 为使变分计算给出正确的结果, 试探波函数应考虑到两个粒子之间的关联, 故试探波函数一般形式为

$$\Psi = f(r_1)f(r_2)g(r_3). \quad (3)$$

哈密顿量的平均值为

$$\begin{aligned} E &= \langle \Psi | H | \Psi \rangle \\ &= 8\pi^2 \int r_1 dr_1 r_2 dr_2 r_3 dr_3 \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{\hbar^2(M + M_c)}{2MM_c} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r_i} \right)^2 + \iota(123) + \iota(231) + \iota(312) \right] \right. \\ &\quad + \frac{\hbar^2(M_c - M)}{2MM_c} \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial r_3} \right)^2 - \iota(123) + \iota(231) + \iota(312) \right] \\ &\quad \left. + [U(r_1) + U(r_2) + V(r_3)] \Psi^2 \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

这里

$$\iota(ijk) = \frac{r_i^2 + r_j^2 - r_k^2}{2r_i r_j} \frac{\partial \Psi}{\partial r_i} \frac{\partial \Psi}{\partial r_j}, \quad (5)$$

$i \neq j \neq k = 1, 2, 3$.

对于(1)和(2)式所示的指数势, 可选取一个非常简单的试探波函数

$$\Psi = N e^{-\alpha(r_1+r_2)-\beta r_3}. \quad (6)$$

这里 N 为归一化常数, α 和 β 为变分参数. 在三角形坐标系, 对径向变量 r_1, r_2 和 r_3 的积分应满足三角形不等式, 对角变量的积分给出一个 $8\pi^2$ 因数. 下面定义几个基本积分, 以得到哈密顿量平均值和核半径均方值的解析形式:

$$\begin{aligned} I(A, B, C) &= \int e^{-Ar_1 - Br_2 - Cr_3} dr_1 dr_2 dr_3 \\ &= \frac{2}{(A+B)(B+C)(C+A)}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$K(A, B, C) = -\frac{\partial^3 I(A, B, C)}{\partial A \partial B \partial C}, \quad (8)$$

$$L(A, B, C) = \frac{\partial^2 I(A, B, C)}{\partial B \partial C}, \quad (9)$$

$$R(A, B, C) = \frac{\partial^2 K(A, B, C)}{\partial A^2}, \quad (10)$$

归一化常数 N 满足

$$N^2 8\pi^2 K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta) = 1. \quad (11)$$

动能平均值为

$$\bar{T} = \frac{1}{K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta)} \left\{ \frac{\hbar^2(M + M_c)}{2MM_c} 2\alpha L(2\alpha, 2\alpha, 2\beta) \right.$$

$$+ \frac{\hbar^2}{2M} 2\beta L(2\beta, 2\alpha, 2\alpha) \}. \quad (12)$$

势能平均值为

$$\overline{V(r_3)} = -s(751.541)b^{-2}K(2\alpha, 2\alpha, (2\beta + 3.5412/b))/K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \overline{U(r_1)} = \overline{U(r_2)} = & -s_c((N_c + 1)/2N_c)(751.541) \\ & \cdot b_c^{-2}K(2\alpha, (2\alpha + 3.5412/b_c), 2\beta)/K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta) \end{aligned} \quad (14)$$

能量平均值为

$$E = \overline{T} + 2\overline{U(r_1)} + \overline{V(r_3)}. \quad (15)$$

对给定的二体作用势,通过变分,可得核芯-中子-中子三体系统的基态能量。然后可计算核芯-中子和中子-中子间距离均方

$$\overline{r_1^2} = \overline{r_2^2} = \langle \Psi | r_1^2 | \Psi \rangle = R(2\alpha, 2\alpha, 2\beta)/K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta), \quad (16)$$

$$\overline{r_3^2} = \langle \Psi | r_3^2 | \Psi \rangle = R(2\beta, 2\alpha, 2\alpha)/K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta). \quad (17)$$

核芯-中子-中子三体系统的核物质半径均方根由下式计算:

$$R_m = \overline{R_m^2} = \left\{ \frac{N_c}{N_c + 2} \left[\overline{r_c^2} + \frac{2}{N_c + 2} \overline{r^2} \right] + \frac{\overline{r_3^2}}{2(N_c + 2)} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

这里 $\overline{r^2} = \overline{r_1^2} = \overline{r_2^2}/4$ 为两个中子质心到核芯的距离均方, $\overline{r_c^2}$ 为核芯的半径均方, N_c 为核芯的核子数, $\overline{r_c^2}$ 的数值可由实验得到。

四、数值计算结果与讨论

利用上述表达式,计算 ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$ 和 ${}^{17}\text{B}$ 核的基态能量和核物质半径均方根。

计算中输入量 b_c 和 s_c 的数值见表 1。核芯-核子作用力程 b_c 选为核芯半径与核子-核子作用力程之和。对 ${}^6\text{He}$, $b_c \approx 4.0 \text{ fm}$; 对 ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$ 和 ${}^{17}\text{B}$, 由于它们的核芯为 $1p$ 壳核,核芯半径几乎为常数,故 $b_c \approx 5.0 \text{ fm}$ 。调节强度参数 s_c ($s_c < 1$), 以给出这些核的基态能量和核半径。

基态能量随核芯-核子阱深参数 s_c 的变化分别如图 1 和图 2 所示。图 1 为 ${}^{11}\text{Li}$ 的基态能量 E_0 随 s_c 的变化关系, ${}^{14}\text{Be}$ 和 ${}^{17}\text{B}$ 的曲线与 ${}^{11}\text{Li}$ 几乎重合, 因此仅给出 ${}^{11}\text{Li}$

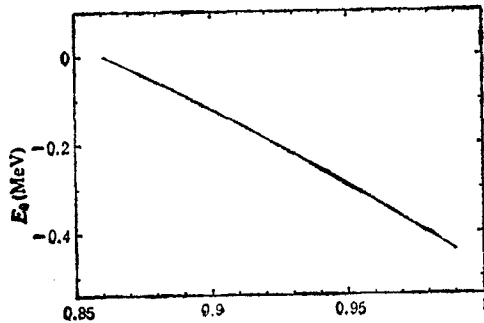


图 1 ${}^{11}\text{Li}$ 的基态能量 E_0 随阱深参数 s_c 的变化

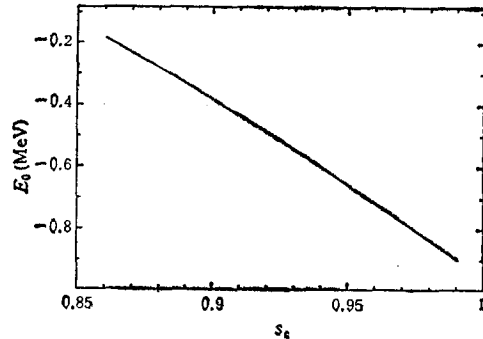


图 2 ${}^6\text{He}$ 的基态能量 E_0 随阱深参数 s_c 的变化

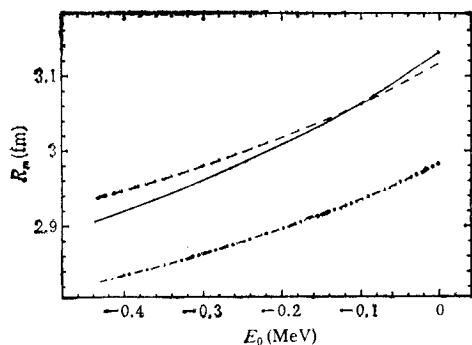


图3 核半径 R_m 随基态能量 E_0 的变化 ——为 ^{11}Li ;
-----为 ^{14}Be ; - · - · - 为 ^{17}B

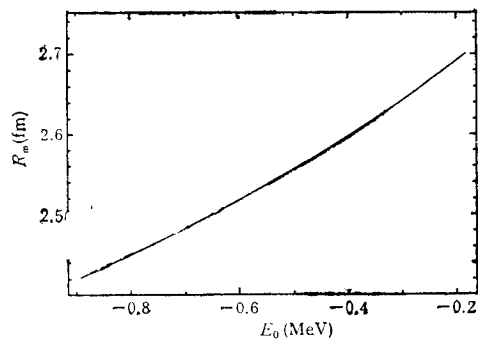


图4 ^6He 的核半径 R_m 随基态能量 E_0 的变化

的结果。图2为 ^6He 的基态能量 E_0 随 s_c 的变化关系。由图1和图2可知,虽然核芯-中子,中子-中子无束缚态,但核芯-中子和中子-中子作用势的阱深参数接近临界值1时 ($s = 0.935$, $0.86 < s_c < 1$), 核芯-中子-中子三体系统有束缚态,这证实了 Migdal^[18] 的观点。

核物质半径均方根 R_m 随基态能量 E_0 的变化关系如图3和图4所示。图3为 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的结果。图4为 ^6He 的结果。由图3和图4可知, ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的异常大核半径正是由于两个外层中子的弱束缚所致, 我们的核芯-中子-中子三体模型成功解释了这些核异常大半径的实验结果^[7-9]。

图5中,对 ^{11}Li 还给出核芯-中子距离均方 $\overline{r_1^2}$ 和中子-中子距离均方 $\overline{r_2^2}$ 随基态能量 E_0 的变化关系, 显然基态束缚越弱,核芯-中子和中子-中子距离均方越大,这更清楚地说明异常大核半径是由于两个外层中子的弱束缚所致。

最后的数值结果如表1所示,表1中给出输入量 b_c 和 s_c 的数值以及计算结果和实验数据。核物质半径均方根的计算结果与实验数据完全一致^[7-12]。对 ^{11}Li , 基态能量的计算值也与实验一致^[19], 但 ^{14}Be 和 ^{17}B 的基态能量稍高于实验值^[2,19], 它与 Garvey 等人^[9] 和 Wapstra 等人^[9] 的估计值接近。 ^6He 的基态能量也稍高于实验值。

从表1和图5可以看出, ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的基态 $\overline{r_1^2} = \overline{r_2^2} \approx \overline{r_3^2}$, 故这些核的组态类似等边三角形。这是由于核芯-中子-中子三体系统中, 核芯-中子和中子-中子均无束缚态,二者作用势的阱深参数接近于临界值时 ($s_c \approx s$), 导致三体系统的束缚态。故这种组态是中子滴线附近核特有的, 与势的形状无关。我们也曾用汤川势做过计算, 证实这一点。

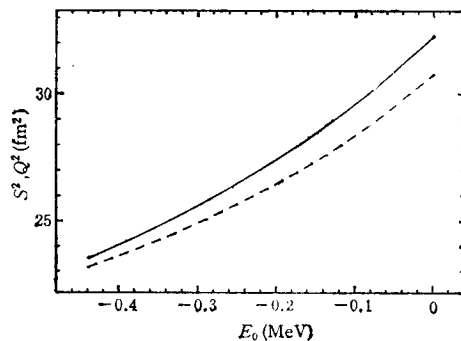


图5 核芯-中子和中子-中子距离均方随基态能量 E_0 的变化 ——为 $s_2 = \overline{r_1^2}$; ----为 $Q^2 = \overline{r_2^2}$

表 1 基态能量和核半径的数值结果

AX	b_c	s_c	α_0	β_0	E_0	$\overline{r}_1$	$\overline{r}_2$	$r_c(\text{exp})$	R_m	$E_0(\text{exp})$	$R_m(\text{exp})$
^6He	4.0	0.97	0.2706	0.2717	-0.77	17.53	17.48	1.57	2.45	-0.98	2.48 ± 0.03
^{11}Li	5.0	0.90	0.2088	0.2210	-0.12	28.77	27.65	2.41	3.04	-0.19 ± 0.11	3.27 ± 0.24
^{14}Be	5.0	0.99	0.2352	0.2357	-0.43	23.23	23.19	2.57	2.94	-1.12 ± 0.20	3.10 ± 0.30
^{17}B	5.0	0.98	0.2341	0.2328	-0.40	23.52	23.60	2.50	2.84	-1.49 ± 0.20	3.00 ± 0.40

由表 1 还可看出,核芯-中子和中子-中子距离均方与核芯半径均方相比很大,这必然导致中子晕的出现。Bertulani 等人^[20]曾对 ^{11}Li 的双中子到核芯距离进行了估计,这与我们的计算结果接近。

总之,我们的研究表明,虽然 ^6He , ^{10}Li , ^{13}Be 和 ^{16}B 无束缚态,但 ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 可存在弱束缚态,它们的组态类似等边三角形。 ^6He , ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的异常大半径正是由于两个外层中子的弱束缚所致。故三体理论可用来研究中子滴线附近核的结构。

- [1] J. H. Hamiltonian *et al.*, *Rep. Prog. Phys.*, **48**(1985), 631.
- [2] I. Tanihata *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2676.
- [3] J. M. Wouters *et al.*, *Z. Phys.*, **A331**(1988), 229.
- [4] A. Gillibert *et al.*, *Phys. Lett.*, **B176**(1986), 317.
- [5] Y. Suzuki *et al.*, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 736.
- [6] A. C. Mueller *et al.*, *Z. Phys.*, **A330**(1988), 63.
- [7] T. Kobayshi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2599.
- [8] W. Mittig *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 1889.
- [9] M. G. Saint-Laurent *et al.*, *Z. Phys.*, **A332**(1989), 457.
- [10] P. G. Hansen *et al.*, *Europhys. Lett.*, **4**(1987), 409.
- [11] Y. Suzuki *et al.*, *Phys. Rev.*, **C38**(1988), 410.
- [12] T. Hoshino *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A506**(1990), 271.
- [13] Ren Zhongzhou and Xu Gongou, *Phys. Lett.*, **B237**(1990), 1.
- [14] G. Bertsch *et al.*, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1300.
- [15] H. Utsunomiya *et al.*, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1309.
- [16] J. M. Blatt *et al.*, *Phys. Rev.*, **76**(1949), 18.
- [17] R. H. Dalitz *et al.*, *Phys. Rev.*, **119**(1958), 958.
- [18] A. B. Migdal, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **16**(1972), 427 (in Russian).
- [19] A. H. Wapstra *et al.*, *Atomic data and nuclear data table*, **39**(1988), 281.
- [20] C. A. Bertulani *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1099.

EXPLANATIONS TO THE ANOMALOUSLY LARGE RADII OF NUCLEI NEAR THE NEUTRON DRIP LINE

REN ZHONG-ZHOU

Department of Physics, Nanjing University, Nanjing, 210008

XU GONG-OU

*Department of Physics, Nanjing University, Nanjing, 210008; Department of Modern Physics, Lanzhou University,
Lanzhou, 730001*

(Received 13 August 1990)

ABSTRACT

Based on the analysis of the binding energy in light nuclei near the neutron drip line, the nuclei ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$ and ${}^{17}\text{B}$ are considered as core-neutron-neutron three-body systems. The core-neutron and neutron-neutron interactions are assumed to be the weakly attractive exponential potentials. It has been shown that the three-body system can have a bound state even if any two constituents of the system cannot have a bound state. The anomalously large root-mean-square radii of ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$ and ${}^{17}\text{B}$ is due to the weak binding of the outer neutrons.

PACC: 2160G; 2140; 2110F