

氦原子中双电子相互作用 及其能谱的统计涨落性质

李君清 顾金南

中国科学院近代物理研究所, 兰州, 730000

朱 介 鼎

兰州大学现代物理系, 兰州, 730001

1990年10月29日收到

量子系统能谱的涨落特征与系统的动力学对称性因而与非线性度密切相关, 而不取决于系统自由度多少。通过对氦原子能谱的计算及对能谱涨落的分析发现, 原子中的一对电子电子剩余相互作用, 不足以改变系统中心场的动力学对称性, 即使人为地将这种相互作用加大到可能的程度(不致使系统离解)。系统作用势等位面的形状可直观地显示系统的对称性被破坏的程度和规律。

PACC: 0545; 0540; 3000

一、引 言

在原子核反应的过程中, 常常发现很强的涨落现象和耗散现象。如在复合核反应中, 复合核截面、能级密度、共振态宽度、同位旋相似态的寿命等等都相对于它的平均值有很强的涨落, 不得不用统计理论来处理。无规矩阵模型曾成功地解释了这种性质。在这个模型中哈密顿量 H 被看成是 $N \times N$ 的随机矩阵, 矩阵元都是随机变量。这里统计理论的适用基础常常认为是因为复合核所包含的自由度数非常多及系统哈密顿量的随机性质。如果上述哈密顿量是时间反演不变的, 并具有整数或半整数的角动量, 哈密顿矩阵可取为实对称的, 可看成是一个高斯正交系综 (GOE), 具有高斯正交系综的统计涨落性质, 即能谱的最相邻能级间隔的分布满足 GOE 分布^[1]

$$P(x) = (\pi/2)x \exp[-(\pi/4)x^2]. \quad (1)$$

谱的刚度为

$$\Delta_3(L) = (1/\pi^2) \ln L - 0.007. \quad (2)$$

实验结果表明, 前述复合核态的一些性质满足以上两式描述的关系。但是对在强磁场中的氢原子的能谱的研究发现其统计涨落性质也满足以上两式的关系^[2]。氢原子是少自由度系统, 核外只有一个电子, 很难想像怎样用统计理论来处理问题, 但其能谱涨落性质却与复合核相同。这就提出了一个问题, 为什么这两种自由度数完全不同(一多一少), 由不

同力的定律(核短程力和库仑长程力)所支配的系统,其能谱的性质都可以用无参数的 GOE 理论来描述呢?

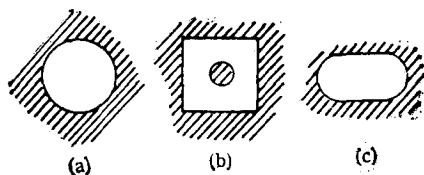


图 1 自由粒子在不同形状的平面内运动
(a) 为圆形; (b) 为 Sinai 形; (c) 为运动场形

另外一些例子的研究结果,可引导我们从另一角度来看待这个问题。例如二维台球的运动问题。质量为 m 的自由点粒子在各种形状的平面区域 Γ 中运动,平面的形状如图 1 所示。当粒子碰到边界时按光学反射定律运动,这时粒子的运动至少有一个运动积分,即能量 $E = 1/2mv^2$ 。当台球在图 1(a) 区域中运动,还存在另一个运动积分——角动量。由于系统的运动积分数目与其维数相同,因此是可积系统。但是当粒子在图 1(b), (c) 所示的形状区域内运动时,角动量不再是运动积分,运动成为不可积的或者是混沌的。当把这个问题作为量子力学问题处理时,可把问题看作质量为 m 的粒子在不同边界的无限深势阱中运动,薛定谔方程为

$$(-\hbar^2/2m)\Delta\phi_n(\mathbf{r}) = E_n\phi_n(\mathbf{r}). \quad (3)$$

波函数的值在边界 Γ 处为零。结果发现,对经典可积的系统,其对应量子力学系统的能谱服从泊松涨落,即最相邻能级间隔的分布满足泊松分布:

$$P(x) = \exp(-x), \quad (4)$$

谱的刚度满足

$$\Delta_3(L) = L/15 \quad (5)$$

等。而对经典上混沌的系统见图 1(b) 和 (c),其对应的量子力学系统的能谱服从(1)或(2)式,即 GOE 分布。还有相当多的计算也证实了这种规律性。如把磁场中的氢原子作为经典问题处理时,磁场强度小时经典问题是规则的,对应的量子能谱的涨落是泊松分布。而当磁场强度渐渐增大时,经典问题渐渐地变为混沌,量子能谱的涨落也渐渐变为 GOE 型的。因此,Bohigas^[1] 猜测,这些例子所得到的上述结论可能是普遍的。更有人用谱的涨落性质来衡量问题是量子可积或不可积的,从而定义量子混沌。

现在回到前面的问题。我们知道磁场中的氢原子问题之所以与复合核问题呈现了相同的谱涨落性质,这与系统的自由度数多少无关,而是因为系统的动力学对称性都受到了一定程度的破坏,以致某些运动积分不再守恒,因此即使是少自由度数的磁场中的氢原子问题,也呈现出 GOE 涨落。统计理论的处理对象不再囿于无穷多自由度的情况,而与更普遍的非线性问题相联系。

在处理原子核问题时,往往把核势看作是个矩形势阱,或差不多相似的 Wood-Saxon 势阱,稳定核平均场运动是规则的,复合核的涨落一般是由中心势外的剩余相互作用引起的。为了研究中心场外剩余相互作用对量子能谱涨落性质的影响,我们选择了可能最简

单的情况——氦原子, 中心场外包含了一对电子电子剩余相互作用。一般三体相互作用将产生较复杂的行为, 其复杂程度取决于作用势的具体形式。

二、氦原子能谱的计算

氦原子问题是个三体问题, 没有严格的精确解。我们在确定角动量和宇称的表象中给出了在希尔伯特空间的矩阵元的解析解公式及相应的选择定则。子空间的截取原则上可根据所需要的精度进行。

在确定角动量 $J = L + S$ 的希尔伯特空间的波函数可写为

$$\begin{aligned} \Phi_{n_1 l_1 m_1 n_2 l_2 m_2}^{JMLS}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sum_{m_L m_S} \langle L m_L S m_S | J M \rangle \sum_{m_1 m_2} \langle l_1 m_1 l_2 m_2 | L m_L \rangle \right. \\ & \times \sum_{m_1 m_2} \left\langle \frac{1}{2} m_{s1} \frac{1}{2} m_{s2} \left| S m_S \right. \right\rangle [\phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_2) \\ & - (-1)^{l_1 + l_2 - L} \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_2)] \chi_{\frac{1}{2} m_{s1}}(1) \chi_{\frac{1}{2} m_{s2}}(2) \Big\}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\phi_{nlm}(\mathbf{r})$ 为主量子数为 n , 角动量子数为 l , 磁量子数为 m 的类氢原子波函数, $\chi_{\frac{1}{2} m_s}$ 为自旋为 $1/2$, 自旋投影为 m_s 的自旋波函数。

在(6)式所表示的空间中, 氦原子的波函数可写成

$$\phi^{JM}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{n_1 l_1 m_1 n_2 l_2 m_2} C_{n_1 l_1 m_1 n_2 l_2 m_2}^{JM} \Phi_{n_1 l_1 m_1 n_2 l_2 m_2}^{JMLS}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (7)$$

它是哈密顿量

$$H = -1/2 \nabla_1^2 - 2/r_1 - 1/2 \nabla_2^2 - 2/r_2 + \frac{1}{r_{12}} \quad (8)$$

的本征解。令

$$\begin{aligned} \left\langle \bar{1}, \bar{2} \left| \frac{1}{r_{12}} \right| 1, 2 \right\rangle &= \int \phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_2) \frac{1}{r_{12}} \phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \\ \left\langle \bar{2}, \bar{1} \left| \frac{1}{r_{12}} \right| 2, 1 \right\rangle &= \int \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_2) \frac{1}{r_{12}} \phi_{n_2 l_2 m_2}(\mathbf{r}_1) \phi_{n_1 l_1 m_1}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \\ l_1 + l_2 - L &= \bar{l}, \quad l'_1 + l'_2 - L' = \bar{l}', \end{aligned} \quad (9)$$

可得久期方程

$$\begin{aligned} C_{n_1 l_1 m_1 n_2 l_2 m_2}^{JM} (E_{01} + E_{02} - E) + \frac{1}{2} \sum_{n'_1 l'_1 m'_1 n'_2 l'_2 m'_2} C_{n'_1 l'_1 m'_1 n'_2 l'_2 m'_2}^{JMLS} \\ \times \sum_{m_L m_S m'_L m'_S} (-1)^{-L-m_L-L'-m'_L-l_1+l_2-l'_1+l'_2} \\ (2J+1)(2L+1)^{1/2}(2L'+1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & S & J \\ m_L & m_S & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L' & S' & J \\ m'_L & m'_S & -M \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & L \\ m_1 & m_2 & m_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_1 & l'_2 & L \\ m'_1 & m'_2 & -m'_L \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$[1 - (-1)^l] \left\langle \bar{1}, \bar{2} \left| \frac{1}{r_{12}} \right| 1, 2 \right\rangle + [(-1)^{l+l'} - (-1)^{l'}] \left\langle \bar{2}, \bar{1} \left| \frac{1}{r_{12}} \right| 2, 1 \right\rangle = 0, \quad (10)$$

式中

$$E_{01,2} = -Z^2/(2n_{1,2}^2), \quad (11)$$

则矩阵元可被解析地表达成

$$\begin{aligned} \left\langle \bar{1}, \bar{2} \left| \frac{1}{r_{12}} \right| 1, 2 \right\rangle &= \sum_{\lambda_i} (-1)^{m'_1+m_2} [(2l_1+1)(2l_2+1)(2l'_1+1) \\ &\times (2l'_2+1)]^{1/2} (2a)^{l'_2} (2b)^{l_2} (2c)^{l'_1} (2d)^{l_1} \\ &\times \begin{pmatrix} l'_1 & \lambda_1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_1 & \lambda_1 & l_1 \\ -m'_1 & m'_1-m_1 & m_1 \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} l'_2 & \lambda_1 & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_2 & \lambda_1 & l_2 \\ -m'_2 & m_1-m'_1 & m_2 \end{pmatrix} \\ &\times N_{n_1 l_1} N_{n_2 l_2} N_{n'_1 l'_1} N_{n'_2 l'_2} \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4} \frac{\alpha k_1 \alpha k_2 \alpha k_3 \alpha k_4 (2a)^{k_1} (2b)^{k_2} (2c)^{k_3} (2d)^{k_4}}{(k_1! k_2! k_3! k_4! \beta_{k_1} \beta_{k_2} \beta_{k_3} \beta_{k_4})} \\ &\cdot \left\{ \sum_{s=0}^{KA-\lambda_1} \frac{(KA-\lambda_1)!(KC-s)!}{[(c+d)^{s+1} (KA-\lambda_1-s)!(a+b+c+d)^{KC-s+1}]} \right. \\ &- \sum_{s=0}^{KA-\lambda_1+1} \frac{(KA+\lambda_1+1)!(KC-s)!}{[(c+d)^{s+1} (KA+\lambda_1+1-s)!(a+b+c+d)^{KC-s+1}]} \\ &\left. + \frac{(KA+\lambda_1+1)!(KC-KA-\lambda_1-1)!}{[(c+d)^{KA+\lambda_1+2} (a+b)^{KC-KA-\lambda_1}]} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $a = -n + L + 1$, $\beta = 2l + 2$,

$$\alpha_k = \alpha(\alpha+1) \cdots (\alpha+k-1), \quad \beta_k = \beta(\beta+1) \cdots (\beta+k-1),$$

$$N_{nl} = \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \frac{2}{n^2 (2l+1)!} \left\{ \frac{(n+l)!}{(n-l-1)!} \right\}^{1/2},$$

$$a = \frac{Z}{n'_i}, \quad b = \frac{Z}{N_i}, \quad c = \frac{Z}{n'_1}, \quad d = \frac{Z}{n_1},$$

$$KA = k_3 + k_4 + l_1 + l'_1 + 1,$$

$$KC = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + l_1 + l_2 + l'_1 + l'_2 + 3,$$

$$k_1 = n'_2 - l'_2 - 1, \quad k_2 = n_2 - l_2 - 1, \quad k_3 = n'_1 - l'_1 - 1, \quad k_4 = n_1 - l_1 - 1. \quad (13)$$

矩阵元 $\langle \bar{2}, \bar{1} | 1/r_{12} | 2, 1 \rangle$ 的表达式则可与上面对应写出。

我们计算了大约三百多条氢原子的激发态能级,并用两种方法检验了计算精度。其一是在对角化哈密顿矩阵时,截取不同大小的空间进行比较。其二是用不同的方法计算低激发态能级,与目前的结果比较。发现精度完全满足需要。

三、能谱的统计性

在计算氢原子的激发能谱后,对能谱的统计分布分析了涨落特征。

在所计算的三百多条能级中,按统计分析的要求截取了约 230 条能级。首先把谱的局域平均间隔重整为 1,这通过折叠展开(unfolding)来实现^[4]。折叠展开后的新能级的各最近邻能级间隔 $s = x_{i+1} - x_i$ 的分布函数 $P(s)$ 在图 2(a) 中给出为阶梯状图形。图 2 中实线表示泊松分布,虚线表示 GOE 分布。谱的长程关联性质,即所谓刚度 Δ_3 ^[3] 在图 2(b) 中给出。由图 2 可见,氦原子的能谱的统计涨落满足泊松分布。

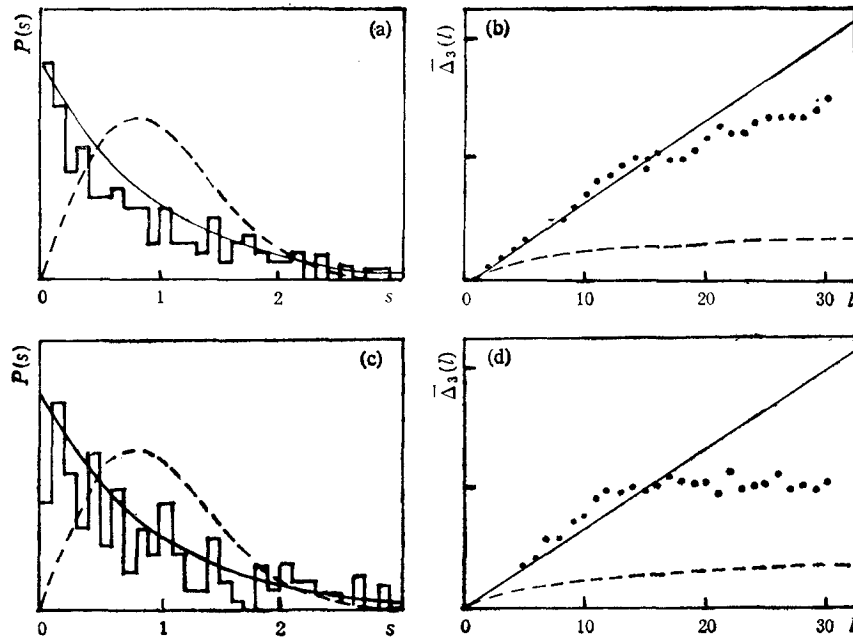


图 2 氦原子能谱的统计涨落特征 (a) 为最近邻能级间隔分布 $p(s)$; (b) 为能谱的刚度 $\Delta_3(l)$; (c), (d) 为取双电子相互作用大小为 $1/r_{12}$ ($f = 1.6$) 时相应的 $P(s)$ 和 $\Delta_3(l)$

为了进一步了解电子之间库仑排斥类型的作用力对原子核与电子的库仑吸引中心势的影响,我们把(8)式中等号右边最后一项 $1/r_{12}$ 乘一因数 f , 并令 $f > 1$ 。当 $f = 1.6$ 时所计算的最近邻能级间隔分布阶梯函数和刚度 $\Delta_3(l)$ 分别示于图 2(c), (d)。可以看到,这时能级间隔接近为零的数目大大减少,能级间隔分布向大的方向移动。说明这时能级排斥现象开始出现,但整个分布比之 GOE 分布更接近泊松分布。 $\Delta_3(l)$ 的分布趋势比之图 2(b) 也略有下压而有点向 GOE 靠近的倾向,但仍更趋于泊松分布。当 $f > 1.6$ 时,能谱开始出现正能级,说明系统已不稳定。因此,总的印象是,在原子核与电子的库仑相互作用势中,电子之间的排斥相互作用是很微弱的,它不足以改变系统的动力学对称性。

四、讨 论

经典系统的运动呈现混沌运动的特征时,至少有一个运动积分被破坏,且被破坏的程度达到一定的强度。由于与经典规则运动对应的量子系统的能谱呈现泊松涨落,与经典

混沌运动相应的量子系统的能谱呈现 GOE 涨落, 则量子能谱的涨落图象反映系统的动力学对称性的破缺、破缺程度及相应的好量子数的丢失情况。

氢原子系统的哈密顿量为

$$H = 1/2P^2 + 1/r, \quad (14)$$

是个对称性相当丰富的系统。系统势能在任何方向的投影产生的等势面都是一圈圈的同心圆。这样一个系统的能谱呈现了规则运动的泊松分布。把问题作为经典问题计算时, 电子的运动轨道也十分规则^[2], 当给氢原子加上外磁场时, 哈密顿量为

$$H = 1/2P^2 - 1/r + \gamma/2L_z + \gamma^2/8(x^2 + y^2), \quad (15)$$

式中 $\gamma = B/B_c$ 为约化磁场强度, $B_c = 2.35 \times 10^5 \text{T}$ 。当磁场强度达到一定数值时, 如

$\gamma = 10^{-4}$ 时, 对里德伯原子(典型的主量子数 $n \approx 50$) 计算发现电子经典轨道出现混沌, 相应的量子能谱呈现 GOE 涨落。外磁场的加入显然破坏了系统的空间各向同性, 角动量不再是好量子数。为了直观地分析这时系统的动力学对称性被破坏的程度, 图 3 示出有外磁场氢原子势在 $(x, y-z)$ 平面的投影等势面图。由图 3 可见, 由于磁场的加入, 势能相对于 x 轴或 y 轴的转动不变性被破坏了, 等势面由圆形被不很规则地拉长了。仔细地观察可见, 对势阱很深的部分, 即低激发态部分, 势能的转动不变性依然存在, 势能面仍为圆形。随着激发能的增加, 势能面开始变形, 且变形的程度不断增强, 对高激发态, 势能面被拉长得厉害。这就直观地表明了为什么在磁场中的氢原子出现 GOE 涨落时必须要求磁场足够强, 并要求对里德伯原子才存在。显然低激发态的对称性不易受外磁场干扰, 因而低激发态部分的能级仍对应泊松涨落。GOE 涨落仅对相当高的激发态存在, 即必须要求等势面的形状畸变到一定的程度, 因而这种涨落特征在能谱中存在边界效应。由于势能在 $x-y$ 平面仍然保持转动不变, 因而角动量在 z 轴的投影仍是好量子数, 整个空间的转动不变性

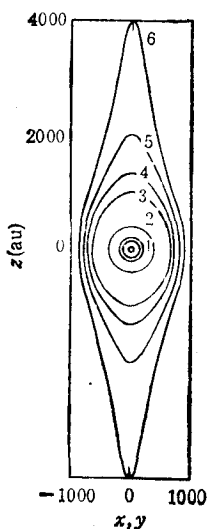


图 3 有外磁场的氢原子势在 $(x, y-z)$ 平面的等势面

只是局部被破坏, 这种局部破缺仍然改变了能谱的涨落特征。如果把图 3 的高位势能面的形状(曲线 4—6)当作二维台球运动的边界, 则很容易看出这样的台球运动是混沌的, 相应的量子力学问题呈现 GOE 涨落。事实上, 我们计算了以曲线 4 为边界的台球运动的 Poincare 截面, 如图 4 所示, 运动是完全混沌的。为了进一步说明系统动力学对称性破缺与谱涨落特征的关系, 图 5 示出三维谐振子势, 即

$$H = 1/2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + x^4 + \frac{1}{2}y^4 + 2z^4 + ky^2(x^2 + z^2) \quad (16)$$

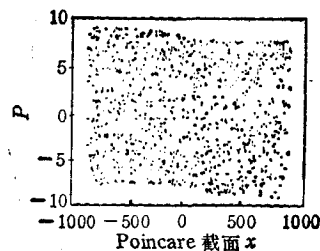


图 4 以图 3 中曲线 4 为边界的二维台球运动的 Poincaré 截面

在能谱出现 GOE 涨落时的等势面投影图。这里随势能的大小, 等势面的大小分布范围虽有变化, 但形状却是一样的, 即对称性破缺程度不随势能的大小而改变。图 5 中可见势

能面在不同方向的均匀性显然被破坏。文献[5]中所给的势能等势面应该与(16)式给出的差不多。该文中指出,对所计算的能谱,作者曾分段检查了其涨落特征的稳定性,分别计算了各段能谱的最近邻能级间隔的分布和 Δ_3 统计,发现涨落现象稳定性是很好的,不存在边界效应。说明等势面的对称特征确实能反映能谱的涨落特征。

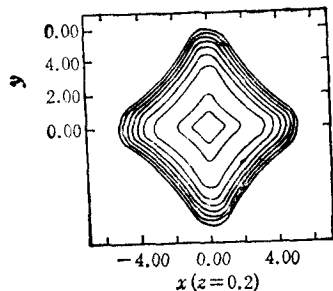


图5 (16)式的势能当能谱出现 GOE 涨落时的等势面投影图

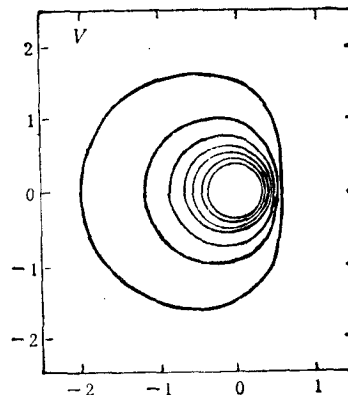


图6 $f = 1.6$ 时氦原子中电子2矢径 r_2 与电子1矢径 r_1 (这里取常数,在零度方向)取不同夹角时的等势面图

基于以上的分析,现在来解释氦原子能谱的涨落特征。在氦原子的哈密顿量(8)式中,如果不存在最后一项 f/r_{12} , 则其对称性与氢原子的完全相同,有了最后一项以后,两电子之间存在相互作用,每个电子的能量不再守恒,而且

$$1/r_{12} = \frac{1}{r_>} \sum_{\lambda=0}^{\infty} (r_</r_>)^{\lambda} 4\pi/2\lambda+1 \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} (-1)^{\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta_1\varphi_1) Y_{\lambda-\mu}(\theta_2\varphi_2), \quad (17)$$

式中 $r_<$, $r_>$ 分别表示 r_1 , r_2 中较小、较大者。势场与两个电子的方位角有关,而不是各向同性。我们取 $f = 1.6$, r_1 等于常数且在零度方向,作 r_2 与 r_1 有不同夹角时的等势面,见图6。可见除了两个电子的排斥关联效应使两个电子不容存在于同一方向,等势面的右方(相应于 r_1 方向)变化特别陡峭而左方特别平缓之外,等势面的形状变化并不大。尤其是低激发态部分,即使人为地把双电子之间的相互作用放大了1.6倍,仍然基本保持圆形。我们只计算了三百多条能级,没有到特别高的激发态。即使是高激发态情况,对称性的破坏也不显著。因而虽然氦原子系统中在中心场外另加了 f/r_{12} 的电子电子剩余相互作用,但由于此作用类型不足以破坏系统的动力学对称性,系统的运动基本上是规则的,而不出现 GOE 涨落。稍有畸变的势场只能使能谱的涨落特征从泊松分布稍稍偏向 GOE 分布一点。

迄今,量子混沌方面的工作多般选择最简单的两个自由度情况,对三个自由度则稍有尝试^[9]。我们这是六个自由度系统,处理起来比较复杂。计算虽然采取了解析解形式,但因为存在非常多的多重求和,且涉及到大数相减的问题,差值的有效数字比之参加运算的数字小得多,又要求有较高的精度,因此需要较长的计算机时间。

总之,作为一个初步尝试,我们得知,如果没有外加磁场,氦原子的中心场外一对电子

电子剩余相互作用对原子的动力学对称性只有微小的扰动,各守恒量基本保持而不致产生无规运动。即使人为地加大这种扰动的强度,只要系统稳定,对称性仍然保持。通过对系统势能面的分析和与其它典型系统的等势面形状的比较以及与台球问题势阱的比较,直观地看到了等势面的形状与系统的涨落特征密切相关,它给出了有关对称性被破坏的程度、被破坏的方式等方面的信息。

感谢兰州大学王顺金教授的有启发的建议和讨论。感谢南京大学王文阁同志提供的有关能谱折叠展开的程序。

- [1] O. Bohigas, Int. Phys. Conf. Harrogate, UK, (1986), p. 511.
- [2] D. Delande & J. C. Gay, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 2006.
- [3] O. Bohigas & M. Giannoni, 1984a in *Mathematical and Computational Methods in Nucl. Phys.* Dehesa J. S. et al., (eds.), Lecture Notes in Phys. 209, Springer Verlag.
- [4] T. H. Seligman, J. J. M. Verbaarschot & M. R. Zirnbauer, *J. Phys. A*, **18**(1985), 2751.
- [5] J. Reichl & H. Buttner, *Europhys. Lett.*, **4**(1987), 1343.

BIELECTRON INTERACTION IN HELIUM ATOM AND THE CORRESPONDING SPECTRAL STATISTICAL FLUCTUATION PROPERTIES

LI JUN-QING GU JIN-NAN

Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou, 730000

ZHU JIE-DING

Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou, 730001

(Received 29 October 1990)

ABSTRACT

The spectral fluctuation properties of a quantum system are related closely to the dynamical symmetries of the system and its nonlinearity but not dependent upon number of the degrees of freedom. The energy spectrum of Helium atom is calculated, and by analysing the spectral fluctuations it is found that the residual one pair electron-electron interaction is not sufficient to change the dynamical symmetry of the nucleus-electron central field, even though the interaction is amplified artificially to a possible extent (as far as the dissociation of the system does not occur). It turns out that the contour plot of the potential intuitively gives the information about the symmetry of the system, indicates the degree of the symmetry breaking as well as the way how the symmetry is lost.

PACC: D545; 0540; 3000