

二维光学几何矩变换*

陈岩松 郑师海 李德华

中国科学院物理研究所, 北京, 100080

1990 年 12 月 3 日收到

提取用于模式识别的不变矩特征量在光学上始终是一个有待进一步研究的问题。本文提出采用单个全息透镜的光学方法实现二维几何矩变换, 并成功地提取了一组英文字母的不变矩特征量, 所提取的不变矩的确呈现出其平移与转动不变的性质。

PACC: 4230; 4240

一、引 言

在模式识别领域中, 如何正确识别经过移动、转动与改变比例大小后的图形与图象, 始终是一个需要研究解决的问题。历年来的科学研究, 提出了不少解决此类问题的方法与途径。其中最使人们感兴趣的是通过几何矩变换提取图形的不变矩特征量。因为不变矩特征量在理论上具有当图形移动、转动与比例大小改变时保持其数值不变的特性, 所以它是模式识别的一个理想工具。近 10 多年来, 基于快速模式识别的需要, 用光学方法提取图形不变矩特征量的研究正日趋活跃, 有越来越多的专家学者开始从事这方面的研究, 目前已发表了一批论文。诸如, 利用边带空间滤波产生的掩膜同图形进行卷积而提取不变矩^[1,2], 利用傅氏变换谱强度与几何矩之间的微分关系确定不变矩^[3], 利用非相干光矩阵运算系统计算不变矩^[4], 等等。然而所有这些文章提供的不变矩特征量都不能令人满意, 实验结果基本上都未能体现不变矩特征量所固有的在图形移动、转动与比例大小改变时保持其数值不变的特性。因此, 用光学方法实现几何矩变换进而提取不变矩特征量至今还是一个有待于进一步研究的问题。

本文采用单个全息透镜组成的光学系统实现几何矩变换, 并由 CCD 器件与微机组成的光电混合系统实时地测量变换谱并提取图形不变矩特征量, 实验结果的确体现了不变矩特征量的平移与转动不变的特性。

二、原 理

几何矩变换由下述迭加积分定义:

* 国家自然科学基金和第三世界科学院基金 TWAS RG MP 890-035 资助的课题。

$$m_{pq} = \iint_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy, \quad (1)$$

$$p, q = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

其中 $f(x, y)$ 是图形函数, $x^p y^q$ 是变换核, m_{pq} 称第 $p + q$ 级几何矩. 根据 Hu 氏理论^[9], 通过各种不同级别几何矩的数学组合, 可以得到七个特征量 $\phi_i (i = 1, 2, \dots, 7)$. 这七个特征量具有当图形 $f(x, y)$ 移动、转动与比例大小改变时保持其数值不变的特性, 因此称它们为不变矩特征量. 下面仅写出同本文有关的前四个不变矩特征量, 它们是

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \mu_{20} + \mu_{02}, \\ \phi_2 &= (\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2, \\ \phi_3 &= (\mu_{30} - 3\mu_{12})^2 + (3\mu_{21} - \mu_{03})^2, \\ \phi_4 &= (\mu_{30} + \mu_{12})^2 + (\mu_{21} + \mu_{03})^2, \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \mu_{20} &= m_{20} - m_{10}^2/m_{00}, \\ \mu_{11} &= m_{11} - m_{10}m_{01}/m_{00}, \\ \mu_{21} &= m_{21} - 2m_{10}m_{11}/m_{00} - m_{01}m_{20}/m_{00} + 2m_{10}^2m_{01}/m_{00}^2, \\ \mu_{30} &= m_{30} - 3m_{20}m_{10}/m_{00} + 2m_{10}^3/m_{00}^2. \end{aligned} \quad (4)$$

至于 μ_{02} , μ_{12} 与 μ_{03} 的表示只需套用(4)式代入相应的脚标即可.

不变矩特征量的平移、转动与比例大小改变而其数值不变的性质, 仅以 ϕ_1 为例, 分别证明如下.

设 $f(x, y)$ 在 x 与 y 方向的平移量分别为 a 与 b , 则平移后的几何矩表达式是

$$m'_{pq} = \iint_{-\infty}^{\infty} (x-a)^p (y-b)^q f(x, y) dx dy. \quad (5)$$

通过(5)式的具体推导, 求得如下各级几何矩:

$$\begin{aligned} m'_{00} &= m_{00}, \\ m'_{10} &= m_{10} - am_{00}, \\ m'_{01} &= m_{01} - bm_{00}, \\ m'_{20} &= m_{20} - 2am_{10} + a^2m_{00}, \\ m'_{02} &= m_{02} - 2bm_{01} + b^2m_{00}. \end{aligned} \quad (6)$$

于是, 平移后的特征量

$$\begin{aligned} \phi'_1 &= m'_{20} + m'_{02} - \frac{(m'_{10})^2}{m_{00}} - \frac{(m'_{01})^2}{m_{00}} \\ &= m_{20} + m_{02} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}} = \mu_{20} + \mu_{02}. \end{aligned} \quad (7)$$

图形转动的不变性证明使用极坐标系讨论比较方便. 设图形 $f(r, \theta)$ 的转动角度为 α , 则它的几何矩表示式为

$$m'_{pq} = \iint [r \cos(\theta - \alpha)]^p [r \sin(\theta - \alpha)]^q f(r, \theta) r dr d\theta. \quad (8)$$

根据(8)式推导的各级几何矩为

$$\begin{aligned} m'_{00} &= m_{00}, \\ m'_{10} &= \cos \alpha \cdot m_{10} + \sin \alpha \cdot m_{01}, \\ m'_{01} &= \cos \alpha \cdot m_{01} - \sin \alpha \cdot m_{10}, \\ m'_{20} &= \cos^2 \alpha \cdot m_{20} + \sin^2 \alpha \cdot m_{02} + 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot m_{11}, \\ m'_{02} &= \cos^2 \alpha \cdot m_{02} + \sin^2 \alpha \cdot m_{20} - 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot m_{11}. \end{aligned} \quad (9)$$

综合(9)式,得到转动后的特征量为

$$\phi'_i = m_{20} + m_{02} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}} = \mu_{20} + \mu_{02}. \quad (10)$$

比例大小改变而其数值不变的证明较为直接。设图形 $f(x, y)$ 的缩放比例因子为 β , 则几何矩的表达式为

$$m'_{pq} = \iint (\beta x)^p (\beta y)^q f(x, y) \beta^2 dx dy = \beta^{p+q+2} m_{pq}. \quad (11)$$

从(11)式的几何矩零级表示,求得比例因子

$$\beta = \left(\frac{m'_{00}}{m_{00}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

于是,只要用此比例因子对各级几何矩作归一化处理,即可实现不变矩特征量的比例大小改变而其数值不变的特性。

三、光学系统的设计

光学变换系统的设计是在离散取样条件下进行的。在离散取样条件下,(1)式变为

$$m_{pq} = \sum_k \sum_l k^p l^q f(k, l) \quad k, l = 1, 2, \dots, N_1. \quad (13)$$

设计一个 4f 光学变换系统,实现(13)式所示的几何矩变换,其核心部分是系统中的全息透镜。这个光学系统的变换功能可由下式表示^[6]:

$$k^p l^q = \sum_n \sum_m G(p, q, n, m) H(n, m) G(n, m, k, l) \quad n, m = 1, 2, \dots, N, \quad (14)$$

其中 G 是傅氏变换因子, H 是全息透镜的复振幅分布。因为变换矩阵 $(k^p l^q)$ 具有分离变量的形式,所以这个二维变换的光学系统设计可以简化为一维变换的方式处理。因此,自然有

$$H(n, m) = H(n)H(m) \quad (15)$$

和

$$k^p = \sum_n G(p, n) H(n) G(n, k), \quad l^q = \sum_m G(q, m) H(m) G(m, l). \quad (16)$$

注意到(16)式中二式具有相同的形式,故只需使用其中之一就可确定全息透镜的复振幅分布。

在我们以前的文章中^[7,8],已经指出,只要光学变换系统的诸参数满足如下表示的一

组关系式,那么求解(16)式所示的方程组可以通过简便的矩阵运算实现。即当关系式

$$\frac{\Delta x_1 \Delta x}{f\lambda} = \frac{1}{N}, \quad \frac{\Delta x \Delta x_2}{f\lambda} = \frac{1}{N_2}, \quad N = N_1 \cdot N_2 \quad (17)$$

满足时,从(16)式直接得到

$$H(n) = H'(n) / \text{sinc} \left(\frac{r_1 n}{N} \right), \quad (18)$$

$$H'(n) = \sum_k \sum_p \exp \left(\frac{i 2\pi n k}{N} \right) k^p \exp \left(\frac{i 2\pi p n}{N_2} \right),$$

$$k = 1, 2, \dots, N_1, p = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1. \quad (19)$$

(17)至(19)式中诸参数的意义如下: Δx_1 , Δx 与 Δx_2 分别是输入、全息透镜与输出平面的取样周期, N_1 , N 与 N_2 分别是上述三平面的 x 方向或 y 方向的取样数目, f 是系统所用傅氏透镜的焦距, λ 是光波长, r_1 是输入平面取样光孔宽度与取样周期之比。

实际上,(17)至(19)式是整个光学系统的设计方程,其中系统的几何参数由(17)式确定,系统中的全息透镜的复振幅分布由(18)与(19)式确定。根据实验室的具体条件,本文中光学系统的一些几何参数确定为: $N_1 = 32$, $N_2 = 4$, $f = 400\text{mm}$, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, $r_1 = 1$ 与 $\Delta x = 68 \mu\text{m}$ 。至于光学系统的其余一些几何参数,则把上述有关参数代入(17)式求得 $\Delta x_1 = 30.17 \mu\text{m}$, $\Delta x_2 = 965 \mu\text{m}$ 与 $N = 128$ 。

在使用(18)与(19)式计算确定全息透镜复振幅分布时,考虑到系统对光轴的对称性要求,式中 k , n 与 p 的数值范围呈中心对称分布;此外为了使求得的 $H(n)$ 数值分布中出现的微小振幅值尽可能少(太小的振幅值在实验上实现有困难),研究分析表明,在变换矩阵上乘一个系数 a^p ,它不改变矩变换的性质,但可改变 $H(n)$ 的数值分布。这样,(18)与(19)式改写为

$$H(n) = H'(n) / \text{sinc} \left[\frac{r_1 \left(n - \frac{N}{2} - \frac{1}{2} \right)}{N} \right], \quad (20)$$

$$H'(n) = \sum_k \sum_p \exp \left[\frac{i 2\pi \left(n - \frac{N}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(k - \frac{N_1}{2} - \frac{1}{2} \right)}{N} \right] (a k)^p \\ \times \exp \left[\frac{i 2\pi \left(p - \frac{N_2}{2} + \frac{1}{2} \right) \left(n - \frac{N}{2} - \frac{1}{2} \right)}{N_2} \right] \quad k = 1, 2, \dots, N_1, \\ p = 0, 1, 2, \dots, N_2 - 1, n = 1, 2, \dots, N. \quad (21)$$

把 N_1 , N 与 N_2 的数值代入(20)与(21)式,通过计算机求得各种不同 a 值的 $H(n)$ 数值分布,发现 $a = 3.4$ 时 $H(n)$ 分布最为合理,即微小振幅值的数据点最少。由于求得的 $H(n)$ 数据量甚大,为节省篇幅不在此列出。

四、实验与结果

图1是二维几何矩光学变换的示意图。该系统由一块全息透镜、两块傅氏透镜、一个

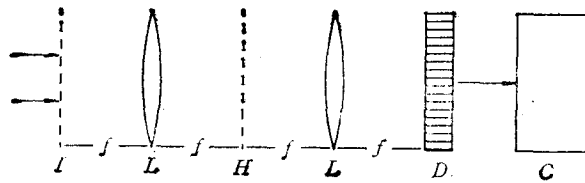


图1 光学变换系统示意图

L ——傅氏透镜; H ——全息透镜; D ——面阵 CCD 器件; C ——微机

表1 六个英文字母的几何矩与不变矩实验测量值

	m_{10}	m_{20}	m_{30}	m_{01}	m_{11}	m_{21}	m_{02}	m_{12}	m_{03}	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
C													
初始位置	0.57	0.48	0.65	0.41	0.21	0.20	0.50	0.26	0.63	0.49	0.03	0.05	0.07
平移	0.56	0.47	0.62	0.41	0.21	0.19	0.50	0.25	0.63	0.49	0.03	0.06	0.06
转动	0.63	0.55	0.80	0.42	0.22	0.21	0.51	0.28	0.63	0.49	0.04	0.07	0.10
复位	0.58	0.50	0.71	0.39	0.16	0.13	0.48	0.23	0.46	0.49	0.04	0.05	0.06
F													
初始位置	1.12	1.28	2.05	0.80	0.59	0.61	0.83	0.60	1.42	0.22	0.40	0.14	1.04
平移	1.01	1.07	1.64	0.78	0.51	0.52	0.82	0.53	1.37	0.26	0.33	0.12	0.77
转动	1.14	1.31	2.05	0.81	0.60	0.61	0.84	0.61	1.40	0.19	0.45	0.19	1.00
复位	1.08	1.20	2.08	0.85	0.58	0.59	0.84	0.56	1.34	0.15	0.46	0.23	1.41
G													
初始位置	0.56	0.51	0.75	0.57	0.29	0.36	0.60	0.40	1.06	0.47	0.01	0.01	0.37
平移	0.48	0.45	0.55	0.56	0.26	0.32	0.58	0.34	1.03	0.49	0.00	0.04	0.27
转动	0.57	0.51	0.74	0.57	0.29	0.36	0.60	0.40	1.03	0.46	0.01	0.01	0.35
复位	0.57	0.51	0.72	0.62	0.32	0.36	0.65	0.43	1.21	0.45	0.01	0.06	0.41
H													
初始位置	0.51	0.47	0.69	0.54	0.26	0.26	0.38	0.21	0.71	0.30	0.02	0.14	0.26
平移	0.45	0.42	0.52	0.53	0.22	0.23	0.37	0.19	0.69	0.31	0.02	0.11	0.21
转动	0.51	0.48	0.67	0.54	0.25	0.25	0.38	0.21	0.69	0.31	0.02	0.12	0.22
复位	0.53	0.50	0.72	0.52	0.25	0.26	0.37	0.21	0.65	0.32	0.02	0.08	0.21
J													
初始位置	1.17	1.56	2.21	1.05	0.75	1.04	0.98	0.44	2.46	0.07	1.01	0.93	4.94
平移	1.06	1.38	1.76	1.03	0.71	0.88	0.95	0.36	2.42	0.15	0.72	1.19	3.77
转动	1.20	1.58	2.18	1.05	0.75	1.04	0.98	0.44	2.44	0.02	1.11	1.14	5.25
复位	1.14	1.47	2.15	1.03	0.71	0.99	0.98	0.44	2.35	0.09	0.93	0.57	4.30
L													
初始位置	1.20	1.29	2.26	0.30	0.34	0.32	1.11	1.03	1.30	0.87	1.37	3.94	0.72
平移	1.12	1.15	1.97	0.25	0.34	0.32	1.08	1.03	1.27	0.91	1.27	3.02	0.65
转动	1.20	1.31	2.26	0.30	0.34	0.32	1.11	1.08	1.30	0.89	1.32	3.14	0.69
复位	1.16	1.29	2.24	0.25	0.34	0.46	1.13	1.08	1.22	1.01	1.27	2.80	0.56

面阵 CCD 器件与一台微机组成。其中作为变换系统中心元件的全息透镜是由计算机产生全息图的方法研制的; CCD 器件直接置于输出平面处,它连同微机一起组成一个实时测量变换谱强度与数据处理的系统。

实验中,作为输入图形的是数个透明的印刷体英文字母 (C, F, G, H, J, L), 它们被分别依次置于系统的输入平面,每个字母测量四次,依次是初始位置、平移、转动与恢复初始位置,其平移量约是字母大小的十分之一,转动角度是 30° 。实验中考虑到高斯型激光束的限制,平移量不能过大。实验测量结果列于表 1,它给出了前四个不变矩特征量 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 与 ϕ_4 以及计算它们所用的各级几何矩的测量值(被 m_{00} 归一化)。实验结果表明,各英文字母的不变矩特征量对平移与转动是不敏感的,即具有平移与转动的不变性质,这结果正是本文所希望的。

五、结 论

本文给出的由全息透镜与 CCD 器件组成的光电混合变换系统,能够有效地进行二维光学几何矩变换和实时提取各种输入图形的不变矩特征量。实验给出的数据表明,不同的输入图形对应于不同的不变矩特征量,同一个输入图形的不变矩特征量的确具有对图形平移与转动不变的性质。因此,本文给出的方法与系统对几何矩变换和提取不变矩而言是一个显著的进展,对重要的模式识别而言是一个有效的手段。

- [1] D. Casasent and D. Psaltis, *Opt. Lett.*, **5**(1980), 395.
- [2] D. Casasent *et al.*, *Appl. Opt.*, **21**(1982), 3292.
- [3] B. V. K. Vijaya Kumar and C. A. Rahenkamp, *Appl. Opt.*, **25**(1986), 997.
- [4] J. Duvernoy and Y. Sheng, *Appl. Opt.*, **26**(1987), 2320.
- [5] M. K. Hu, *IRE Trans. Inf. Theory*, **IT-8**(1962), 179.
- [6] Y. S. Chen *et al.*, *Chin. Phys. Lett.*, **7**(1990), 437.
- [7] 陈岩松、郑师海、李德华, *物理学报*, **37**(1988), 261.
- [8] Y. S. Chen *et al.*, *Appl. Opt.*, **27**(1988), 2608.

TWO-DIMENSIONAL OPTICAL GEOMETRIC MOMENT TRANSFORM

CHEN YAN-SONG ZHENG SHI-HAI LI DE-HUA

Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing, 100080

(Received 3 December 1990)

ABSTRACT

Extraction of invariant moments used for pattern recognition is a subject in optics to be further studied. In this paper, an optical method utilizing a single holographic mask is presented for realizing two-dimensional geometric moment transform. The invariant moments of a group of English letters are extracted successfully, which indeed exhibit the invariant features under translating and rotating

PACC: 4230; 4240