

在具有竞争相互作用的混合光学系统中 反馈强度对振荡模式的影响*

戴 建 华 张 洪 钧

中国科学院物理研究所, 北京, 100080

1990 年 5 月 9 日收到

本文报道在具有竞争相互作用的混合光学系统中, 反馈强度对振荡模式的影响. 观察到锁频, 相邻模式间的频率跳变及滞后等现象. 计算与实验结果表明, 反馈强度是竞争相互作用源.

PACC: 4250

一、引 言

具有竞争相互作用的混合光学系统的动力学行为, 一直是人们十分关注的课题^[1-3]. Ikeda 和 Mizuno^[4] 用数论方法研究了有两个延时反馈的非线性环形腔的动力学行为后指出, 在这种系统中, 腔长(即延时)的微小变化将导致振荡模式的极大变化, 即系统进入 Frustration 不稳定性. 我们在液晶混合光学系统中从实验上观察到了这种不稳定性^[5]. 在上述的理论和实验中都假定两个延时反馈强度相等, 且等于 1. 本文则介绍两个反馈强度不等时, 该系统的动力学行为, 即反馈强度对系统振荡模式的影响.

双延迟反馈的混合光学系统, 可由时延微分方程描述^[6]

$$\gamma^{-1} \frac{dx(t)}{dt} = -x(t) + A \sin^2 [Fx(t-t_1) + Gx(t-t_2) - x_b],$$

式中 γ^{-1} 为非线性介质的弛豫时间; t_1, t_2 为反馈回路的延迟时间, 且 $t_1 > t_2$; F 为长延迟时间 t_1 的反馈强度因数; G 为短延迟时间 t_2 的反馈强度因数; $x(t)$ 和 A 分别正比于输出光强和输入光强; x_b 为加到非线性介质上的直流偏压. 定义 $\omega = |t_1 - t_2| / (t_1 + t_2)$, 这是十分重要的参数, 它将强烈影响系统的状态. 可以通过频谱, Lyapunov 指数和 Poincaré 截面等方法来研究系统的动力学行为.

二、数 值 计 算

计算时固定直流偏压 $x_b = -1$, 以输入光强 A 和延时比 ω 为参变量.

* 国家自然科学基金资助的课题.

1. 不同 ω 值的振荡模式与反馈强度 F 和 G 的关系

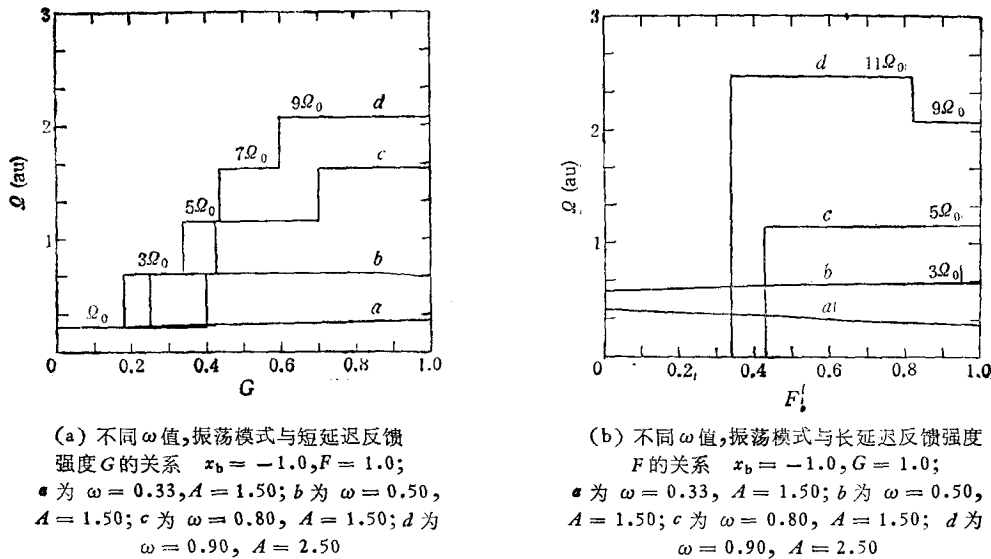


图 1

图 1(a) 给出不同 ω 相应的振荡模式与短延迟反馈强度 G 的关系。对 $\omega = 0.90$, 当 G 值较小即短延时反馈强度很弱时, 振荡模式是以基频为 Q_0 的方波, 与单延迟反馈情况相同, 振荡模式由长延迟反馈强度 F 决定。随 G 的增加, 振荡模式由 Q_0 突跳到三次谐波 $3Q_0$ 上, 对应的 $G = 0.339$, 这意味着短延时反馈强度 G 开始影响振荡模式。随 G 的进一步增加, 振荡模式从 $Q_0 \rightarrow 3Q_0 \rightarrow 5Q_0 \rightarrow 7Q_0$, 直到 $G = 0.597$, 振荡频率固定在 $9Q_0$, 以后不再随 G 的增加而变化。对 $\omega = 0.50$, 振荡频率只在 $G = 0.19$ 出现一次跳变, 从 $Q_0 \rightarrow 3Q_0$, 以后不再随 G 的增加而变化。而对 $\omega = 0.33$, 振荡频率只随 G 的增加缓慢上升, 不发生频率跳变。若固定 $G = 1.0$, 振荡模式随长延迟反馈强度 F 的关系如图 1(b) 所示。从这里可以看到, F 对振荡模式的影响比 G 的影响小。对 $\omega = 0.90$, 随 F 增加只出现两次频率跳变, 即从 $Q_0 \rightarrow 11Q_0 \rightarrow 9Q_0$; 而对 $\omega = 0.50$ 和 0.33 , 随 F 增加未出现频率跳变。以上结果表明, 在 ω 和 A 固定时, F 和 G 也是一对竞争相互作用源。 ω 值较大时, 振荡模式主要由短延迟反馈强度 G 决定; ω 较小时, 则主要由长延迟反馈强度 F 决定。

2. 振荡模式与初值的关系

图 2 给出振荡模式与初值的关系。计算时固定 $\omega = 0.90, A = 2.50, F = 1.0$, 只改变 G 值, 且每次改变 G 值均重赋初值, 初值分别选为 0 和 1。从图 2 可知, 对不同的初值, 频率跳变发生在不同的 G 值。该结果表明, 系统至少存在两个吸引子流域, 因而对不同的初值, 系统被吸引到不同的吸引子流域。

3. 滞后行为

为了研究该系统的滞后行为, 固定 A, ω, F 和初值 $x(N) = 1.0$, 以 0.01 的步长改

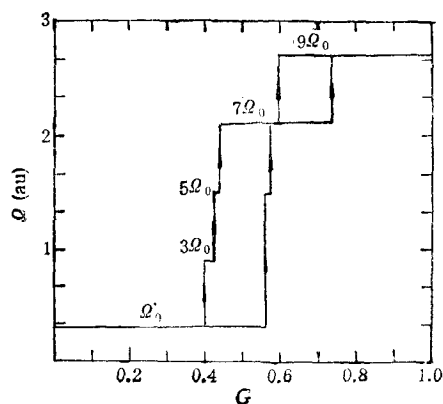


图2 振荡模式与初值的关系 $\omega = 0.90$;
 $A = 2.50$; $x_b = -1.0$; $F = 1.0$;
 $\rightarrow x(N) = 0$; $\rightarrow x(N) = 1$

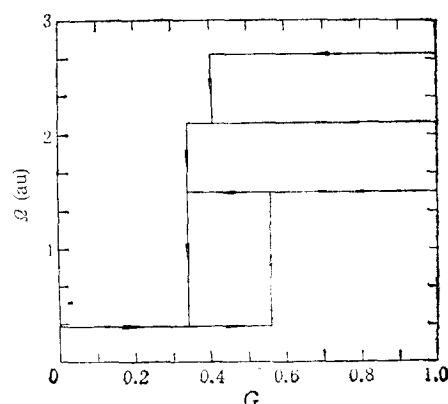
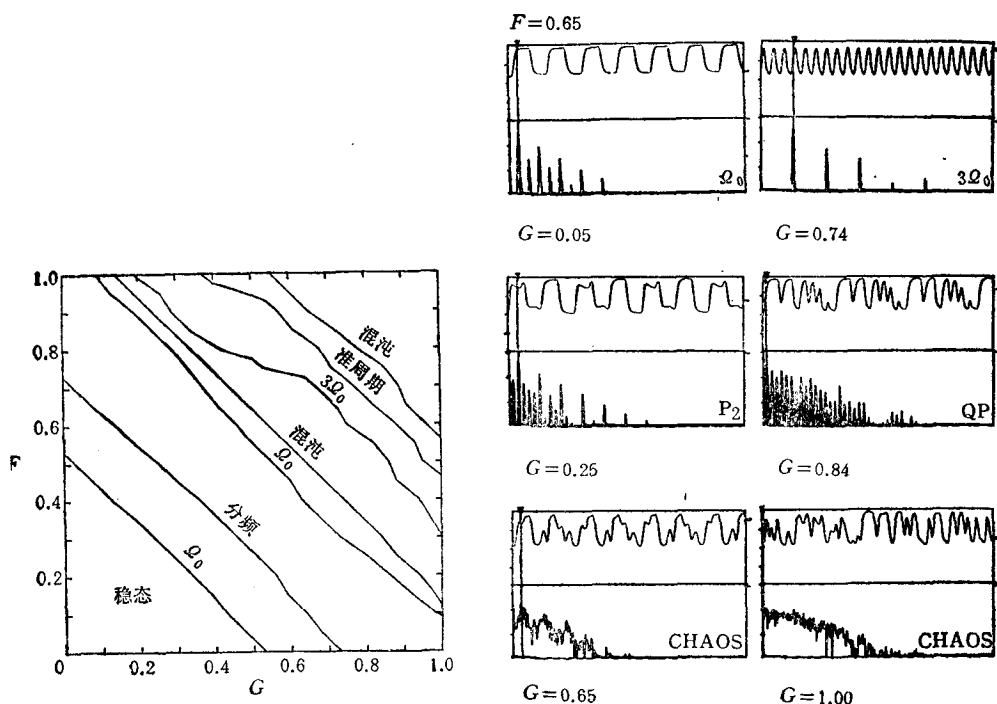


图3 滞后行为 $\omega = 0.9$; $A = 2.5$; $x_b =$
 1.0 ; $F = 1.0$

变 G 值, 每次改变 G 值不再重赋初值, 即用前一个 G 值的终值作为下一个 G 值的初值, 相当于跟踪赋初值. 计算结果如图 3 所示. 当 G 从 $0 \rightarrow 1.0 \rightarrow 0$ 变化时, 在 $G = 0.33 \sim 0.56$ 之间形成滞后区. 若 G 从 $1.0 \rightarrow 0$ 变化时, 对给定的初值, 振荡模式为 $9Q_0$, 随 G 的减小仍维持在这个模式上, 直到 $G = 0.42$, 振荡模式从 $9Q_0 \rightarrow 7Q_0$, 再减小到 $G = 0.33$ 时从 $7Q_0 \rightarrow Q_0$. 如果在 $G = 0.42$ 时不减小 G 值而是增加 G 值, 即 G 从 $0.42 \rightarrow 1.0 \rightarrow 0$, 振荡模式为 $7Q_0$, 直到 $G = 0.33$ 才从 $7Q_0 \rightarrow Q_0$, 从而形成如图 3 所示的几个滞后区. 这些结果揭示出系统的一些特征如下: 1) 多个振荡模式共存于同一区域, 如在 $G = 0.33 \sim 0.42$, $G = 0.56 \sim 1.0$ 有三个振荡模式共存; 而在 $G = 0.42 \sim 0.56$ 有四个振荡模式共存. 2) 当 G 值改变到接近跳变频率相应的数值时, 可观察到由于相邻模式之间竞争引起的拍频, 未观察到临界慢化现象. 这表明一旦某一振荡模式占主导地位, 系统将迅速锁定到这个模式, 而另一个与它竞争的振荡模式则迅速减小到消失.

4. F 和 G 参数空间的振荡模式分布

为了更直观地观察反馈强度对振荡模式的影响, 对固定的 A 和 ω , 计算了在 F 和 G 参数空间振荡模式的分布, 结果如图 4 所示. $\omega = 0.1$, $A = 2.5$ 时, F 和 G 参数空间的振荡模式分布如图 4(a) 所示. 从此图可看到, 在 F 和 G 小于 0.52 区域, 系统是稳定的. 随 F 和 G 的增加, 系统从基频为 Q_0 的方波 $\rightarrow$ 倍周期 $\rightarrow$ 单频 $\rightarrow$ 混沌; 随 F 和 G 再增加, 则从 $3Q_0$ 的单频振荡 $\rightarrow$ 准周期运动 $\rightarrow$ 混沌. 如果沿 $F = 0.65$ 改变 G 值, 可观察到相应于上述各区域典型的波形和功率谱, 如图 4(b) 所示. 对 $G = 0.05$, 为 Q_0 的方波与单延迟反馈系统相同, 在 $G = 0.25$ 为倍周期分叉; $G = 0.65$ 进入混沌态; $G = 0.74$ 为 $3Q_0$ 的单频, $G = 0.84$ 为准周期区的锁频; $G = 1.0$ 为混沌态. 这一结果表明, 对 $\omega = 0.1$, 当 $G > F$ 时, 系统状态与竞争相互作用的状态一致, 随参数 G 的变化经准周期运动进入混沌^[6]. 当 $G < F$ 时, 状态与单延迟反馈相似, 随参数 G 的增加通过倍周期进入混沌^[7]. 我们还计算了相应于这个参数条件的 Lyapunov 指数^[8], 结果如图 5 所示. 在 $G = 0 \sim 0.08$ 区域, $LE_1 = 0$, $LE_2 < 0$, 为单频区, 与图 4(a) 的 Q_0 区相对应; $G = 0.08$ 为分叉点,



(a) $\omega = 0.1$, F 和 G 参数空间的振荡模式分布 $\omega = 0.1$; $A = 2.5$; $x_b = -1.0$

(b) 相应各振荡模式的波形和频谱 $F = 0.65$

图 4

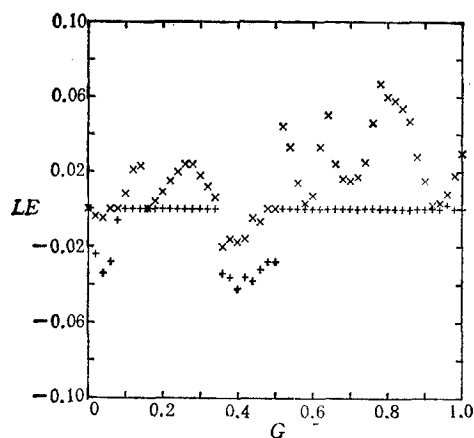


图 5 Lyapunov 指数与 G 的关系 $\omega = 0.1$, $F = 0.65$, $A = 2.5$; $x_b = -1.0$; $+$ 为 LE_1 ; $\times$ 为 LE_2

对应的 $LE_1 = LE_2 = 0$; $G = 0.08 - 0.42$ 为二分频区与图 4(a) 的 P_2 区对应; $G = 0.42$ 的 $LE_1 = LE_2 = 0$ 为分叉点; $G = 0.42 - 0.50$ 为另一单频区; $G = 0.50 - 0.64$, 相应的 $LE_1 > 0$, $LE_2 > 0$ 为混沌区. $G = 0.64 - 0.84$ 为单频区与图 4(a) 中的 $3\Omega_0$ 区对应; $G = 0.84$ 为分叉点; $G = 0.84 - 0.90$ 为准周期区; $G = 0.90 - 1.0$ 为混沌区. 这个计算结果与图 4(a) 的结果一致.

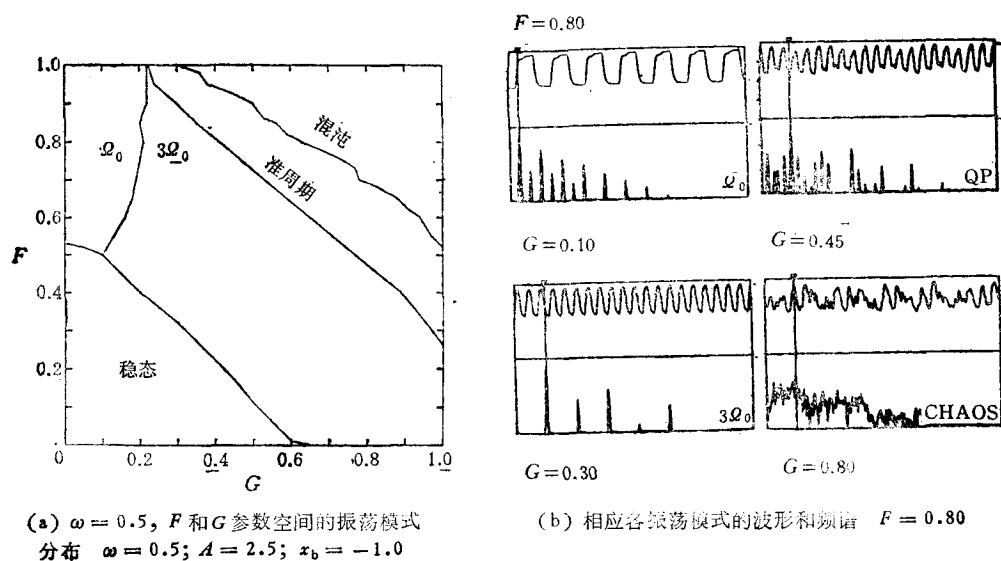


图 6

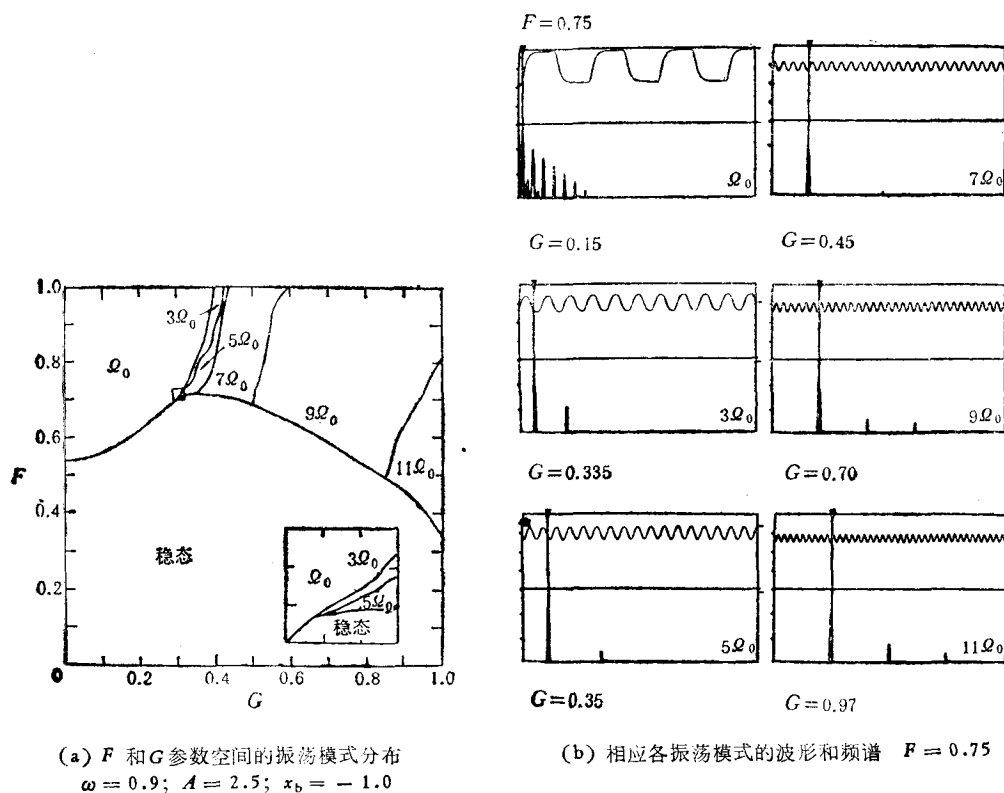


图 7

图 6(a) 为 $\omega = 0.5$ 时, F 和 G 参数空间的振荡模式分布. 仅以 $F = 0.8$, 改变 G 值的结果为例予以说明, 结果如图 6(b) 所示. 在 $G < 0.25$ 区域, 状态与单延迟反馈系统相同为 Q_0 的方波振荡; 当 $G > 0.25$ 后, 即与竞争相互作用系统一致, 随参数 G 的增加经

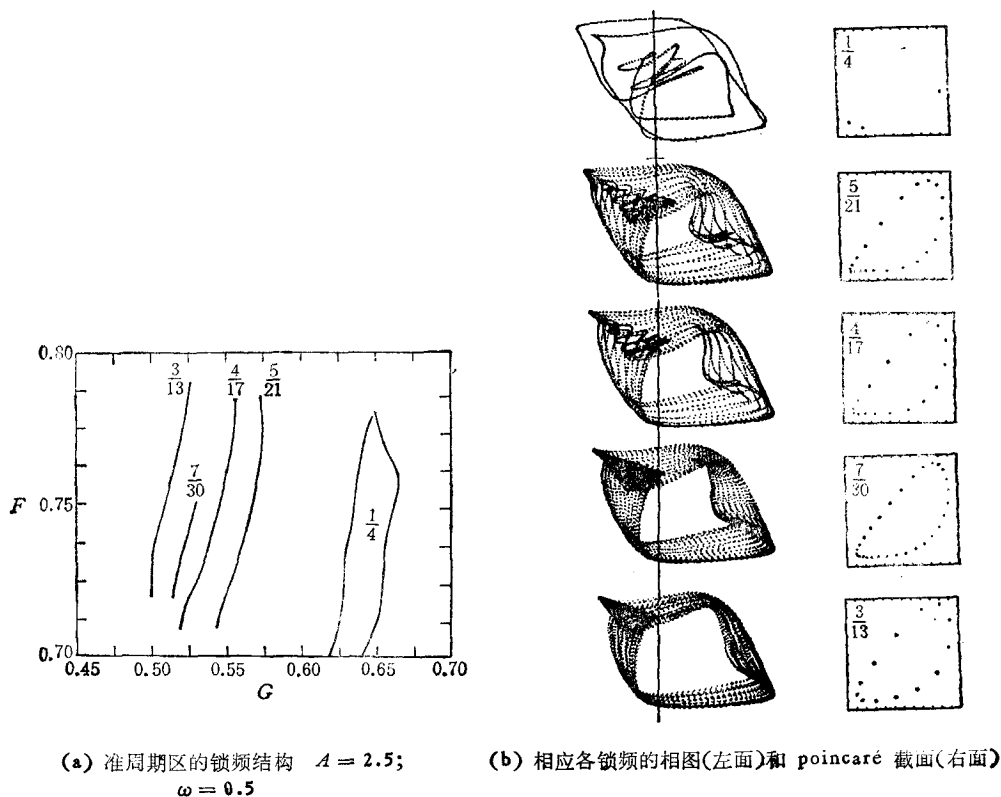
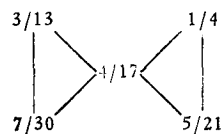
准周期运动进入混沌。

$\omega = 0.9$ 的计算结果如图 7(a) 所示, 以 $F = 0.75$ 改变 G 值为例说明系统的状态, 结果如图 7(b) 所示。在 $G < 0.33$ 区域, 状态为 Q_0 的方波; 随 G 的增加可观察到一系列单频振荡区; $3Q_0, 5Q_0, \dots, 11Q_0$ 。这个结果表明在 ω 值较大时, 系统进入混沌需要较高的输入强度; 而 G 的变化在较大范围仅改变振荡频率。

上述几个结果直观地表明不同 ω 值时, F 和 G 对振荡模式的影响

5. F 和 G 参数空间中准周期区的锁频结构

图 8(a) 示出在 $F = 0.7-0.8$, $G = 0.5-0.7$ 准周期区内的锁频结构, 这是图 6(a) 准周期区的局部放大。相应各锁频的相图和 poinecaré 截面^[9]如图 8(b) 所示。可以看到, 这些锁频从大到小是按 Farey 树(tree) 排列的^[10], 即两个分数 P_1/Q_1 和 P_2/Q_2 的 Farey 和 $\frac{P_1 \oplus P_2}{Q_1 \oplus Q_2}$ 产生下一代。在我们讨论的参数区域, 只有 $3/13$ 和 $1/4$ 的锁频结构, 其示意图为:



(a) 准周期区的锁频结构 $A = 2.5$;
 $\omega = 0.5$

(b) 相应各锁频的相图(左面)和 poinecaré 截面(右面)

图 8

由此看到,在 $3/13$ 和 $1/4$ 之间的锁频为 $4/17$;而 $3/13$ 和 $4/17$ 之间为 $7/30$; $4/17$ 和 $1/4$ 之间为 $5/21$ 。

三、实 验

实验装置示意图如图 9 所示。稳频的 He-Ne 激光器提供稳定的输入光强;非线性介质为 LiNbO_3 晶体。输出光强由光电检测器接收经放大后由模-数转换器 A/D 送微计算机,选择不同的缓冲区(Buffer)长度可得到不同的延迟时间 t_1 和 $t_2^{[1]}$ 。反馈强度 F 和 G 可由程序设定。经计算机延迟后的信号由数-模转换器 D/A 输出并经高压放大器放大后和直流偏压 V_b 一起加到 LiNbO_3 晶体的两个电极上。

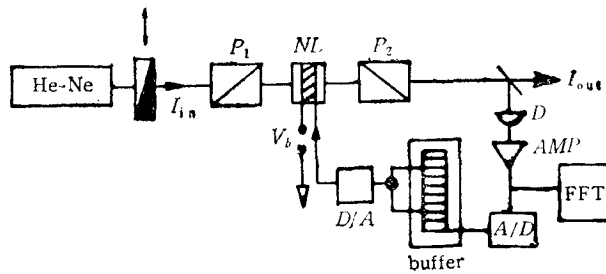


图 9 实验装置示意图 He-Ne 为氦氖激光器; NL 为非线性介质; AMP 为放大器; FFT 快速傅里叶分析仪; D 为光电检测器; A/D 为模-数转换器; D/A 为数-模转换器; buffer 为计算机的缓冲区; V_b 为直流偏压; P_1, P_2 为起偏器和检偏器 I_{in} 为输入光强; I_{out} 为输出光强

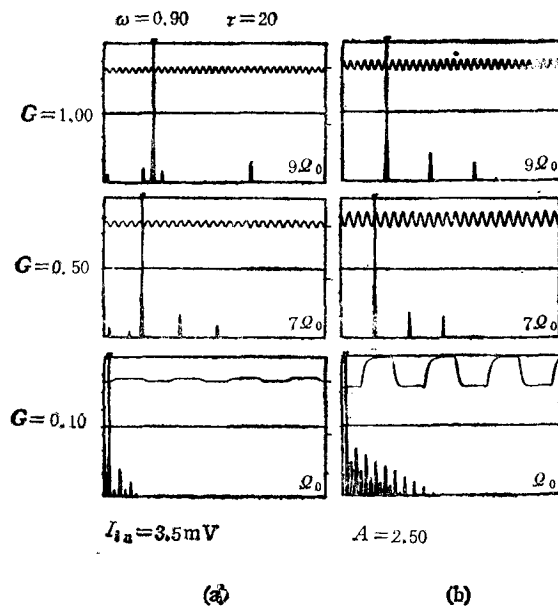


图 10 $\omega = 0.90, F = 1.0$ 时振荡模式随 G 的变化关系
(a) 实验结果 $I_{in} = 3.5 \text{ mV}$; (b) 计算结果 $A = 2.5$

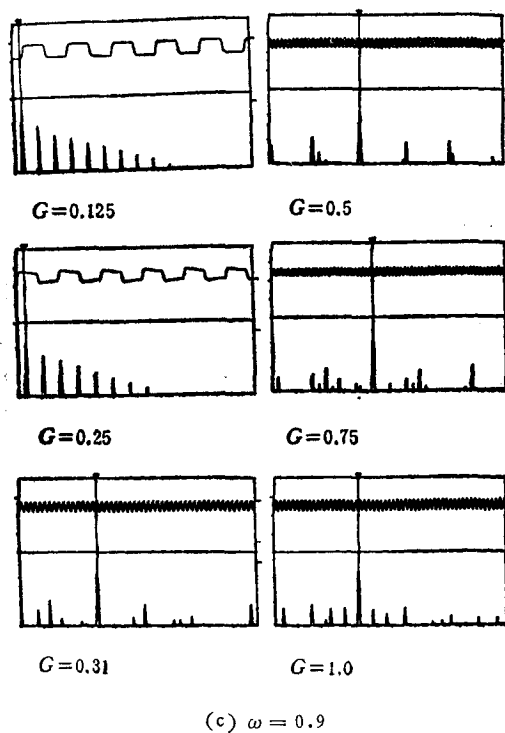
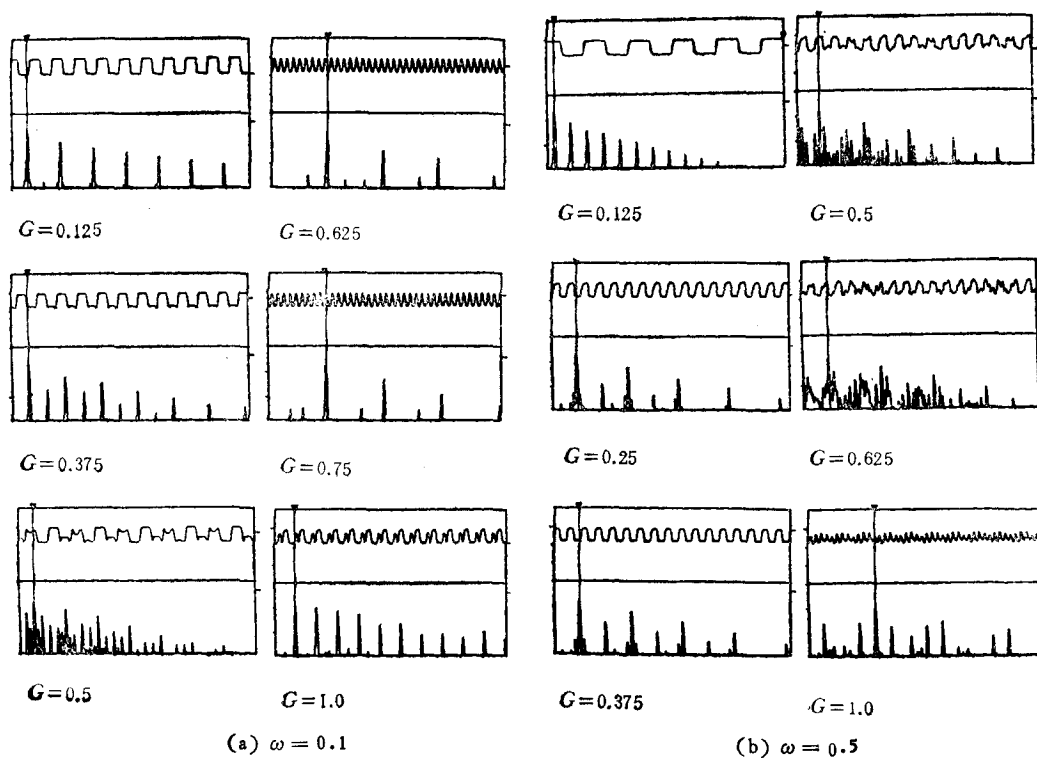


图 11 $I_{in} = 6\text{mV}$, $F = 1.0$ 时不同 ω 值, 振荡模式随 G 变化的实验结果

1. 改变短延迟反馈强度 G 的实验与计算结果

固定 $\omega = 0.90$, $F = 1.0$, 在输入光强 $I_{in} = 3.5\text{mV}$ 的条件下观察振荡模式随 G 的变化, 实验结果如图 10(a) 所示, 与它相应的数值计算结果如图 10(b) 所示. 在 $G = 0.1$ 时, 均为 Q_0 的方波; $G = 0.5$ 为 $7Q_0$ 的单频; $G = 1.0$ 为 $9Q_0$ 的单频振荡, 由此可见实验结果与数值计算结果符合较好.

2. 不同 ω 值, 振荡模式随 G 的变化关系

选择 $F = 1.0$, $I_{in} = 6\text{mV}$, 以 ω 为参变量, 观察振荡模式随 G 的变化, 其结果如图 11 所示. 图 11(a) 为 $\omega = 0.1$ 的实验结果, 其振荡模式随 G 的变化关系与相同 ω 时的数值计算结果(图 4(a)) 定性相符. $G = 0-0.375$ 是基频为 Q_0 的方波, 在 $G = 0.5$ 出现分频, $G = 0.625-0.75$ 进入 $3Q_0$ 的单频振荡, 当 $G = 1.0$ 时进入锁频状态. 由于输入光强不是足够大, 未进入混沌态. 图 11(b) 为 $\omega = 0.5$ 的实验结果, 与图 5(a) 的计算结果对应, 随 G 的增加振荡模式的变化为: 在 $G = 0.125$, 是基频为 Q_0 的方波; $G = 0.25-0.375$ 为 $3Q_0$ 的振荡; $G = 0.5$ 为准周期状态; $G = 0.625$ 进入混沌, 图 11(c) 为 $\omega = 0.9$ 的实验结果. 随 G 的增加, 振荡模式的变化为: $G = 0.125$ 为 Q_0 的方波, $G = 0.25$ 与 $G = 0.125$ 状态相同; $G = 0.31$ 进入 $9Q_0$ 的谐波振荡; $G = 0.5$ 为 $11Q_0$; $G = 0.75$ 为 $13Q_0$; $G = 1.0$ 为 $11Q_0$; 这些结果与图 6(a) 的数值计算结果对应.

由于透过率曲线不是严格的正弦平方曲线, 所以这些实验结果与数值计算结果定性相符.

四、结 论

对具有竞争相互作用的混合光学系统, 从数值计算和实验两个方面研究了两个反馈强度对振荡模式的影响. 计算与实验结果表明, 反馈强度也是反映竞争相互作用的控制参数, 并直接影响系统的振荡模式. 另外, 还观察到该系统的多个吸引子流域与相应的滞后现象.

- [1] S. L. McCall, *Appl. Phys. Lett.*, **32**, (1978), 284.
- [2] M. Okada and K. Takizawa, *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-17** (1981), 517.
- [3] M. M. Cheung, S. D. Durbin, Y. R. Shen, *Opt. Lett.*, **8** (1981), 39.
- [4] K. Ikeda and M. Mizuno, *Phys. Rev. Lett.*, **53** (1984), 1340.
- [5] Hong-jun Zhang and Jian-hua Dai, *Opt. Lett.*, **11** (1986), 245.
- [6] Hong-jun Zhang, Jian-hua Dai, Guang Xu, 3rd Asia Pacific Physics Conference, **2** (1988), p. 338, World Scientific, 20-24 June, Hong Kong, (1988).
- [7] Zhang Hong-jun, Dai Jian-hua, Wang Peng-ye and Jin Chao-ding, *J. Opt. Soc. Am.*, **B3** (1986), 231.
- [8] J. D. Farmer, *Physica*, **4D** (1982), 366.
- [9] H. Hauke and R. Ecke, *Physica*, **25D** (1987), 307.
- [10] P. Cvitanovic *et al.*, *Phys. Lett.*, **55** (1985), 343;
- S. H. Kim, S. Ostlund, *Phys. Rev.*, **A34** (1986), 3426.
- [11] 戴建华、张洪钧, 物理 **12**(1983), 284.

INFLUENCE OF FEEDBACK STRENGTH ON THE OSCILLATION PATTERN IN OPTICAL SYSTEM WITH COMPETING INTERACTIONS

DAI JIAN-HUA ZHANG HONG-JUN

Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing, 100080

(Received 9 May 1990)

ABSTRACT

In this paper, we report the influence of feedback strength on the oscillation pattern in optical system with competing interactions. The frequency locking, frequency jump between neighboring modes and the hysteresis phenomenon are observed. Our computation and experimental results verify that the feedback strength is the competing interaction source.

PACC: 4250