

玻璃板条激光器的热应力*

顾绍庭 张国轩 黄国松

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海, 201800

1990 年 5 月 19 日收到

建立在介质内部均匀发热基础上的板条激光器热效应理论与器件实际相差甚大。本文根据介质对光的吸收规律建立介质内部非均匀发热模型。计算与实验结果表明, 新的理论模型更接近于实际激光器件。

PACC: 4255B; 4410; 4450

一、引 言

可获得高平均功率、高质量激光输出的板条激光器发展迅速。对板条器件热应力的计算是器件设计的关键。矩形板热效应的分析已有报道^[1,2], 但迄今为止的报道均认为板条内部均匀发热, 而实际上由于介质的光吸收作用, 其内部发热是不均匀的。特别是当板条介质掺杂浓度高或板厚较大时, 必须考虑介质光吸收造成的影响。

均匀发热理论模型下求得板条产生热应力断裂时的最大泵浦功率密度为^[1,3]

$$P_{\max} = \frac{12R_t}{\chi t^2}, \quad (1)$$

其中 R_t 为板条材料的热冲击参数, t 为板条厚度, χ 为材料内发热功率与泵浦功率之比, 一般取值为 6—8%。对不同掺杂浓度或不同厚度的板条, χ 的值应该是不同的。按 $\chi=8\%$ 计算得到的破坏功率与实际测量值相差 1 倍以上。为了估算实际器件安全运转时的输出功率, 人为设定激光器在其破坏功率密度的一半下运转, 即使如此, 器件运转还是不安全的。因此, 上述理论尚存在局限性。

根据材料对光吸收的规律而建立的非均匀发热模型, 可避免对 χ 的估算误差, 计算结果与实验结果较好地符合。据此估算的安全运转功率较文献[1]和文献[3]所给的结果要低。

本文建立了非均匀发热的板条热传导方程, 求解了连续和重复脉冲泵浦时板内温度分布, 获得了处于热平衡状态下板内的热应力和板条发生热应力断裂时的最大泵浦功率, 最后作了实验验证, 结果表明, 新的模型与实际激光器运转情况更接近。

* 中国科学院基金资助的重点课题。

二、矩形板的温度分布

1. 热传导方程

如图 1 所示的矩形板条上下表面同时均匀泵浦和冷却。设表面热交换系数为 H ，侧面绝热，忽略端面的热交换，则矩形板可近似为无限大平板，假定板条上下两表面泵浦总电功率为 P_0 ，电光转换效率和反射器的匹配效率分别为 η_1, η_2 ，板条长、宽、厚分别为 $L, W, 2d$ ，那么上下表面的泵浦光功率皆为 $\frac{1}{2} P_0 \eta_1 \eta_2$ ，而光强为 $\frac{I_0}{2} = P_0 \eta_1 \eta_2 / 2LW$ ，单位体积工作物质内泵浦的电功率为

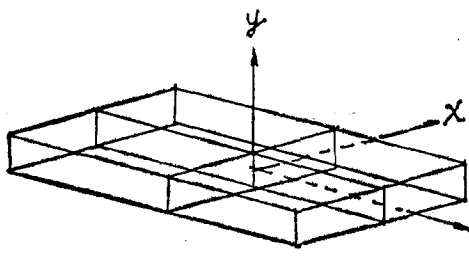


图 1 矩形板条

$$P = \frac{I_0}{2d\eta_1\eta_2}. \quad (2)$$

设激光介质对泵浦光各波长的平均吸收系数为 α ，考虑介质对光的吸收、入射光在板条内 y 处的光强应为上、下表面泵浦光强(即乌莫夫-玻印庭矢量)之和

$$I(y) = \frac{I_0}{2} [e^{-\alpha(d-y)} - e^{-\alpha(d+y)}] = I_0 e^{-\alpha d} \sinh(\alpha y). \quad (3)$$

由于转换为激光的能量远小于玻璃吸收的能量，因此在忽略激光能量转换情况下沿板条厚度方向上单位长度的光强变化即为被吸收的发热功率密度

$$Q(y) = \frac{dI(y)}{dy} = I_0 \alpha e^{-\alpha d} \cosh(\alpha y). \quad (4)$$

整个板条上下表面所吸收的总功率为

$$Q = \int_{-d}^d Q(y) dy = I_0 (1 - e^{-2\alpha d}). \quad (5)$$

在上述模型下建立板条的热传导方程

$$\frac{\partial T(y, t)}{\partial t} = \frac{\kappa}{c\rho} \frac{\partial^2 T(y, t)}{\partial y^2} + \frac{\alpha I_0}{c\rho} e^{-\alpha d} \cosh(\alpha y). \quad (6)$$

边界条件由牛顿冷却定律给出，

$$\left. \frac{\partial T(y, t)}{\partial y} \right|_{y=\pm d} = \pm \frac{H}{\kappa} [T_c - T(y, t)|_{y=\pm d}], \quad (7)$$

初始条件为

$$T(y, 0) = T_c. \quad (8)$$

上列各式中， c, ρ, κ 分别为矩形板材料的比热、密度和热传导系数， T_c 为冷却剂温度。

2. 连续泵浦

板条连续泵浦时， I_0 是恒定的，用分离变量求解方程(6)得

$$T(y, t) = T_s - \frac{I_0}{\alpha \kappa} e^{-\alpha d} \left[\cosh(\alpha y) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha y) \right]$$

$$+ \frac{2I_0\alpha}{\kappa} e^{-\alpha d} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \kappa_n \cos \kappa_n y e^{-\frac{\kappa}{c\rho} \kappa_n^2 t}, \quad (9)$$

式中

$$T_s = T_c + \frac{I_0}{\kappa} e^{-\alpha d} \left[\frac{\kappa}{H} \sinh(\alpha d) + \frac{1}{\alpha} \cosh(\alpha d) - \frac{1}{\alpha^2 d} \sinh(\alpha d) \right]$$

为板条的平均升温温度,

$$C_n = \frac{1}{K_n d + \sin K_n d \cos K_n d} \left[\frac{K_n \sin K_n d \cosh(\alpha d) - \alpha h \cos K_n d \sinh(\alpha d)}{\alpha^2 (\alpha^2 h^2 - K_n^2)} \right. \\ \left. \cdot \frac{1}{\alpha K_n d} \left[\sinh(\alpha d) + \frac{h}{\alpha} \cosh(\alpha d) - \sin K_n d \left(\frac{d}{h} + \frac{1}{K_n^2} \right) \right] \right];$$

K_n 为本征方程

$$\cot(K_n d) = \frac{K_n d}{B_i} \quad (10)$$

的第 n 个根, $B_i = hd$ 叫比欧准数^[5], $h = H/\kappa$. 当时间

$$t > t_b = \frac{c\rho}{\kappa} \frac{1}{K_1^2} \quad (11)$$

时, (9) 式中可略去含时间的项, 得到连续泵浦达到热稳态时的温度分布

$$T_s(y) = T_s - \frac{I_0}{\alpha K} e^{-\alpha d} \left[\cosh(\alpha y) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha d) \right], \quad (12)$$

t_b 为板条达到热平衡的特征时间, 它与板厚度和表面热交换情况有关. 表 1 给出不同比欧准数时本征方程(10)的第一个根 K_1 和相应的特征时间. 计算中所用的参数为 $c = 0.75 \text{ J/}^\circ\text{Cg}$; $\rho = 3.4 \text{ g/cm}^3$; $\kappa = 0.0053 \text{ W/cm}^\circ\text{C}$; $H = 0.6 \text{ W/cm}^\circ\text{C}$ ^[4]. 当表面满足热传导第一类边界条件时得到 t_b 的显式

$$t_b = \frac{c\rho}{\kappa} \left(\frac{2d}{\pi} \right)^2. \quad (13)$$

表 1 N_{1135} 玻璃板的特征时间

B_i	1.0	2.0	5.0	10	20	30	40	100	∞
K_1	0.8603	1.0769	1.3138	1.4289	1.4961	1.5202	1.5325	1.5552	1.5708
$T_b(\text{s})$	55.4	35.0	24.0	20.0	18.0	17.7	17.4	16.9	16.6

当板厚和吸收系数之积很小时, 将(9)式中的双曲线函数用级数展开并忽略二次以上小量得到与文献[1]形式相同的结果

$$T_s(y) = T_0 + \frac{Q_0}{2\kappa} \left(\frac{d^2}{3} - y^2 \right), \quad T_0 = T_c + Q_0 d \left(\frac{1}{H} + \frac{d}{3\kappa} \right), \quad Q_0 = I_0 \alpha e^{-\alpha d}. \quad (14)$$

3. 重复脉冲泵浦

设泵浦脉冲为持续时间 t_1 , 周期 t_0 的矩形脉冲, 如图 2 所示, 即

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & Nt_0 \leq t \leq Nt_0 + t_1; \\ 0 & Nt_0 + t_1 \leq t \leq (N+1)t_0, \end{cases} \quad (15)$$

式中 $N = 0, 1, 2, \dots$

为泵浦脉冲次数。在这条件下,由 Dohamal 定律求得方程(1)的解为

$$T(y, t) = \begin{cases} \frac{2I_0}{\kappa} e^{-\alpha d} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos K_n y \left\{ 1 + \left[e^{-Nt_0/t_n} + \frac{e^{t_1/t_n} - e^{-t_0/t_n}}{1 - e^{-t_0/t_n}} \right] \right. \\ \quad \left. \times (e^{-Nt_0/t_n} - 1) e^{-t/t_n} \right\} & 0 \leq t \leq t_1; \\ \frac{2I_0}{\kappa} e^{-\alpha d} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos K_n y \frac{(1 - e^{t_1/t_n})(e^{t_0/t_n} - e^{-t_0/t_n})}{1 - e^{-t_0/t_n}} e^{-t/t_n} & t_1 \leq t \leq t_0, \end{cases}$$

式中

$$t_n = \frac{c\rho}{\kappa} \frac{1}{K_n^2}.$$

当 $t > t_0$ 时,可忽略在此之前 N 个泵浦脉冲的影响而达到热平衡,其温度分布为

$$T(y, t) = \begin{cases} T_s(y) - \frac{2\alpha I_0}{\kappa} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{e^{t_1/t_n} - e^{-t_0/t_n}}{1 - e^{-t_0/t_n}} e^{-t/t_n} & 0 \leq t \leq t_1; \\ T_s(y) + \frac{2\alpha I_0}{\kappa} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \left[1 + \frac{e^{t_0/t_n} - e^{(t_0-t_1)/t_n}}{1 - e^{-t_0/t_n}} \right] e^{-t/t_n} & t_1 \leq t \leq t_0, \end{cases} \quad (16)$$

式中 $T_s(y)$ 为连续泵浦时稳态温度分布。(16)式表明,在重复脉冲泵浦时,板条达到热平衡时的温度分布是在 $T_s(y)$ 上叠加了与泵浦脉宽、周期相关的波动。当 $t_1 = 0.5\text{ms}$, $t_0 = 1\text{s}$ 时,取 $B_i = 100$ 时,波动小于 T_s 值的 1%。因此,对于大多数玻璃板条器件,当重复频率大于 1Hz,对 YAG 器件,重复频率大于 10Hz 时,脉冲泵浦和连续泵浦的热稳态温度分布相差甚小,在考虑材料热应力时,只需求解热稳态下的热应力。

为了比较均匀发热与非均匀发热模型的差异,图 3 给出厚度为 0.6cm,吸收系数为 0.6cm^{-1} 的 N_{2135} 磷酸盐激光玻璃,在泵浦功率密度为 25W/cm^2 时,按文献[1]中(33)式计算,其中取 $\chi = 8\%$,相应的体积发热密度为 2W/cm^3 ,得到曲线 1;按(13)式计算,相应的泵浦光强为 6W/cm^2 ,得到曲线 2。两者升温温度和温度梯度相差 0.5 倍以上。



图 2 泵浦脉冲波形

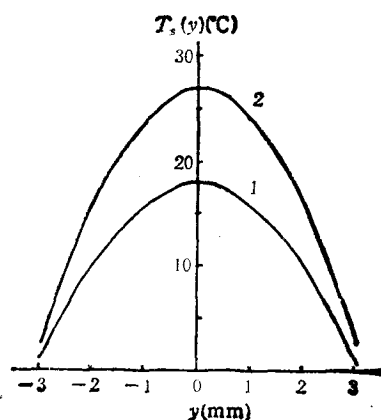


图 3 玻璃板条内升温温度分布

三、矩形板的热应力

矩形板条的长度和宽度一般远大于厚度,而温度分布只在厚度方向上,这是典型的平面热应力问题,板的热应力为^[6]

$$\sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{N_T}{2d} + \frac{12M_T}{(2d)^3} y - \beta ET \right), \quad (17)$$

$$\sigma_{xy} = 0.$$

式中

$$N_T = \beta E \int_{-d}^d T_s(y) dy, \quad M_T = \beta E \int_{-d}^d T_s(y) y dy,$$

而 β, E 和 ν 分别为板条材料的热膨胀系数、杨氏模量和泊松比。把(13)式代入(17)式得

$$\sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \frac{I_0 e^{-\alpha d}}{M_s \alpha} \left[\cosh(\alpha y) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha d) \right], \quad (18)$$

式中

$$M_s = \frac{1-\nu}{\beta E} \kappa$$

为材料的品质因素。上式展开略去 αd 三次以上小量后得到与文献[1]相似的结果,

$$\sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \frac{Q_0}{2M_s} \left[y^2 - \frac{d^2}{3} \right].$$

图4给出厚度为 0.6cm, 平均吸收系数为 0.6cm^{-1} 的 N_{2135} 磷酸盐激光玻璃在泵浦功率密度为 $25\text{W}/\text{cm}^2$ 时, 分别按文献[1]中(34)式和本文(18)式计算的结果。按文献[1]得到的结果(曲线1), 板表面热应力约为 $95\text{kg}/\text{cm}^2$, 而按(18)式得到的表面热应力(见曲线2)约为 $150\text{kg}/\text{cm}^2$, 两者相差 0.5 倍以上。这就是以往理论计算结果与实验结果相差一倍的原因。

四、板条的热破坏

图4结果表明, 板条表面热应力为张应力, 当表面热应力达到材料的抗张强度时, 板条发生断裂, 这时相应的平均泵浦功率为激光器的最大泵浦功率。由(18)式得到板条表面热应力

$$\sigma_s = \frac{I_0}{M_s \alpha} e^{-\alpha d} \left[\cosh(\alpha d) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha d) \right]. \quad (19)$$

设材料抗张强度为 $\sigma_{\max}$, 则达到材料断裂时的泵浦光强为

$$I_{\max} = \alpha R_s e^{\alpha d} / \left[\cosh(\alpha d) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha d) \right]. \quad (20)$$

由(2)式和上式求得激光器的最大泵浦功率密度为

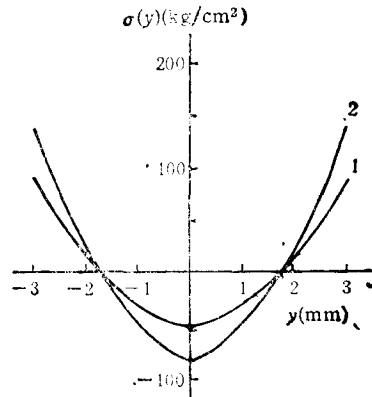


图4 玻璃板条内的热应力

$$P_{\max} = \frac{\alpha R_s e^{\alpha d}}{2d\eta_1\eta_2} \frac{1}{\cosh(\alpha d) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha d)}, \quad (21)$$

式中

$$R_s = M_s \sigma_{\max}$$

为板条材料的热冲击参数。

表 2 钕玻璃板条热破坏功率和计算参数

玻璃牌号	$P_{\max}(\text{W}/\text{cm}^2)$			ν	β $10^{-6}/^\circ\text{C}$	E $10^3 \text{kg}/\text{cm}^2$	κ $10^{-3} \text{W}/\text{cm}^\circ\text{C}$	$\sigma_{\max}$ $10^3 \text{kg}/\text{cm}^2$
	实验	按(21)式算	按(1)式算					
N ₂₁₃₅	93	105	167	0.27	12.0	5.64	5.6	0.65
SPG-10	116	155	246	0.23	9.2	6.00	7.5	0.56
N ₀₃₃₅	295	315	500	0.22	8.0	7.60	10.1	0.94
N ₁₀₃₅	310	394	625	0.22	8.9	7.50	14.4	0.89
其他参数	$d = 0.3 \text{cm}; \alpha = 0.6 \text{cm}^{-1}; \eta_1 = 0.6; \eta_2 = 0.7; \chi = 0.08$							

图 5 给出不同厚度的 N₂₁₃₅ 玻璃板条按(1)和(21)式求得的热破坏泵浦功率, 分别如曲线 1 和 2 所示, 其中黑点为实验结果。

为进一步验证本文理论, 表 2 列出文献[7]中的实验结果和按(1)和(21)式计算的结果, 计算所用的物理参数也列于表 2 中。

图 5 和表 2 结果表明, 新的理论模型更接近于激光器运转的实际情况。对厚度为 0.6 cm 的玻璃板条, 计算结果较实验室高 10—30% (见表 2), 这是由于各样品表面加工质量和内部存在不可避免的缺陷所致。

五、讨 论

新的理论计算虽然与实验相符, 但在设计激光器时, 必须考虑材料内部缺陷和表面缺陷、残余应力和安装中的机械应力带来的影响, 实际激光器的安全运转功率应在理论值的 0.7 倍以下。因此实际激光器安全运转时的输出最大平均功率为

$$P_{\text{out}}^{\max} = \frac{0.7\alpha R_s}{2d} e^{\alpha d} \frac{\eta}{\cosh(\alpha d) - \frac{1}{\alpha d} \sinh(\alpha d)}, \quad (22)$$

式中 η 为激光的电光转换效率。上式表明, 要提高板条器件输出功率, 必须采用热冲击参数大的

激光材料(如 YAG 晶体), 提高激光器件的能量转换效率和减小板条的厚度。为了充分利用泵浦光在减小板条厚度时必须相应提高掺杂浓度, 使 α 值增加, 因此, 减小板厚难于提高器件输出功率, 也不是按(1)式给出的与板厚平方成反比的简单关系。按(22)式计

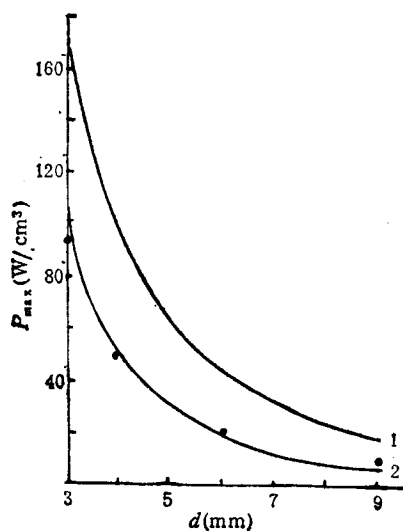


图 5 不同板条半厚度 d 与热破坏泵浦功率密度 $P_{\max}$ 的关系

算,对国产的 N_{2135} 玻璃板条,当厚度为 0.6cm , 平均吸收系数为 0.6cm^{-1} , 激光转换效率为 1.5% 时, 激光器安全运转时单位体积玻璃输出的最大平均功率为 $1.1\text{W}/\text{cm}^3$, 而相同条件下的 LHG-5 磷酸盐玻璃, 该值为 $2.5\text{W}/\text{cm}^3$, YAG 晶体为 $22\text{W}/\text{cm}^3$. 因此, 研制耐热冲击的新型激光材料是很有意义的. 实际上, 由于 YAG 晶体掺杂浓度较玻璃低, 对无用的泵浦光吸收少, 因而其平均吸收系数较玻璃要小, 因此 YAG 晶体板条的输出最大功率应大于 $22\text{W}/\text{cm}^3$. 例如设 $\alpha = 0.3\text{cm}^{-1}$, 那么 6mm 厚的 YAG 板条单位体积输出功率可达 $30\text{--}40\text{W}/\text{cm}^3$. 从激光器件结构上滤掉泵浦灯无用的辐射, 是提高器件输出功率的有效方法.

文献[1]给出板条所能承受的最大发热功率密度为

$$Q_{\max} = 12R_s/t^2, \quad (23)$$

式中 $t = 2d$ 为板条厚度. 根据(4)式可得到板条内最大平均发热功率密度为

$$\bar{Q}_{\max} = \frac{1}{2d} \int_{-d}^d Q(y) dy = \frac{I_{\max}}{t} (1 - e^{-\alpha t}). \quad (24)$$

对 $\alpha = 0.6\text{cm}^{-1}$, 不同厚度的 N_{2135} 玻璃板条, 由(20)式求得 $I_{\max}$, 并由(24)和(23)式分别计算 $\bar{Q}_{\max}$ 和 $Q_{\max}$, 结果列于表 3.

表 3 不同厚度板条能承受的最大发热功率密度

$t(\text{mm})$	$I_{\max}(\text{W}/\text{cm}^2)$	$\bar{Q}_{\max}(\text{W}/\text{cm}^3)$	$Q_{\max}(\text{W}/\text{cm}^3)$
6	26.5	13.35	13.33
12	7.9	3.36	3.33
18	4.2	1.51	1.48

$\bar{Q}_{\max}$ 与 $Q_{\max}$ 完全相同并非偶然巧合, 它表明文献[1]实际上是用平均发热功率密度代替板内各处不同的发热功率密度 $Q(y)$. 实际上在板内的发热相当不均匀, 在表面附近发热较严重, 首先容易破坏. 这也许就是文献[1]的计算结果较实验相差 1 倍以上的原因.

最后必须指出, 在本文的计算中, 只考虑泵浦光一次通过板条而不再反射回来, 这是因为三角形反射器中, 通过板条的光会聚到泵浦灯上, 在高电流密度下放电的氙灯近似为黑体, 进入灯的光几乎全被吸收. 破坏功率的测量也在三角形反射器上进行^[7]. 对于采用椭圆柱反射器的情况, 实验结果与理论计算之间可能会有较大的偏差.

[1] J. M. Eggleston *et al.*, *IEEE. J. Quantum Electr.*, **QE-20** (1984), 283.

[2] J. M. Eggleston, Ph. D. Thesis, Stanford University, (1984).

[3] 周烽、张国轩、黄国松、王之江, 物理学报, **38**(1989), 247.

[4] W. Koechner, *J. Appl. Phys.*, **44**, (1973), 3162.

[5] A. B. ЛЫКОВ, 热传导理论 中译本, 高等教育出版社, 北京(1955), p. 192.

[6] B. A. Boley *et al.*, *Theory of Thermal Stresses*, (1960), p. 411.

[7] 黄国松、张国轩、顾绍庭、顾根才、朱从普, 物理学报, **39**(1990), 1563.

THERMAL STRESS IN SLAB LASERS

GU SHAO-TING ZHANG GUO-XUAN HUANG GUO-SONG

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai, 201800

(Received 19 May 1990)

ABSTRACT

The thermal conduction theory based on uniform heating in the slab laser has presented before, but the results obtained from this theory disagree considerably from the results of experiment. In this paper, a non-uniform heating model based on the absorption law of medium is proposed. According to this model, the temperature distribution in the slab laser under CW and pulse pumping is solved. Thermal stress and fracture limitation of the slab are given. The new model is in accordance with the experimental results.

PACC: 4255B, 4410, 4450