第 40 卷 第 6 期　　物 理 学 报　　Vol. 40, No. 6
1991 年 6 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　June, 1991

可积(度量)Weyl时空中的引力和共形规范场理论

赵 书 城[1)]
兰州大学物理系，兰州，730000
1990 年 9 月 3 日收到

本文将纯规范概念引入共形群，构造了可积 Weyl 空间中包含引力、物质场和 Weyl 规范场的规范理论．讨论了有关物质场方程，得到惯性质量表达式 $m = k\phi(x)$，说明了 k 的引力荷意义．利用 Weyl 标量场 $\phi(x)$ 的几何性质讨论了共形对称性自发破缺现象．这时 Einstein 引力自然产生，所有物质场获得统一的惯性标度． 理论预言了 Weyl 矢量介子的存在，它是有质量中性介子，经典意义下不参予同物质场的相互作用．

PACC: 1210;0450;1110

一、引　言

Weyl[1] 1918年为了统一引力和电磁作用，提出 Weyl 几何化场论．这一理论由于时空度量与路径有关而被摒弃，然而其思想却成为现代规范场理论的基础．

近来，共形 (Weyl) 对称性重新引起人们的关注[2-4]． 这主要来自以下原因：1) 在 Einstein 广义相对论中，引力常数 G 是有量纲的．这不同于其它相互作用并使量子引力的可重正性遇到原则困难．2) 在粒子物理实验中，Higgs 粒子至今仍未观察到．Cheng Hung[2] 和文献 [3] 分别提出在规范物质量产生机制中引入共形对称性的意义．3) 目前在场论中存在三种质量观念：即引力质量、惯性质量和真空自发破缺质量． 共形对称性的引入有可能加深对物质场质量产生机制和三种质量之间联系的认识．

一般认为[5]，Weyl 规范场 b_μ 的引入同可积空间是不相容的，它将会破坏度量的合理性． 但不引入 b_μ 将使理论不增加新的动力学自由度，从而限制 Weyl 规范理论的应用．

本文将纯规范概念引入共形群，构造可度量空间包含引力物质场和 b_μ 场的规范理论，并证明 Weyl 几何可看成其特殊情形．接着分析场和粒子的共形协变方程，导出惯性质量的表达式 $m = k\phi(x)$．研究共形不变引力场方程的特解，给出理论中引力定律的表达式，从而说明 k 的引力荷意义．最后，利用组成纯规范的 Weyl 标量场 $\phi(x)$ 的几何性质，讨论共形对称性自发破缺现象，即 $\langle\phi(x)\rangle_0 = \text{const}$．自然导出 Einstein 引力理论，所有物质场获得统一的惯性标度，并预言 Weyl 矢量介子场的性质．

1) 中国科学院理论物理研究所客座．

二、可积 Weyl 几何与 Weyl 规范场

共形变换是指时空度规 $g_{\mu\nu}(x)$ 和场量 $\Phi(x)$ 满足的局域变换 (CT),

$$g'_{\mu\nu}(x)=\Omega^2(x)g_{\mu\nu}(x),\quad \Phi'(x)=\Omega^w(x)\Phi(x), \tag{1}$$

式中 $\Omega(x)$ 为非零实标量函数, w 称为 Weyl 权重. 时空线元取

$$ds^2=-g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu,\quad \eta_{\mu\nu}=(-+++).$$

由 (1) 式可定义协变微商

$$d_\mu=\partial_\mu-wb_\mu(x),\quad (d_\mu\Phi)'=\Omega^w d_\mu\Phi. \tag{2}$$

$b_\mu(x)$ 即 Weyl 规范场, 满足共形规范变换,

$$b'_\mu=b_\mu+\partial_\mu\Omega\cdot\Omega^{-1}. \tag{3}$$

相应的规范场张量 $H_{\mu\nu}=\partial_\mu b_\nu-\partial_\nu b_\mu$. 显然对于共形变换群存在相应的纯规范(平联络).

$$\mathring{b}_\mu=-\partial_\mu\phi\cdot\phi^{-1},\quad \mathring{b}'_\mu=\mathring{b}_\mu+\partial_\mu\Omega\cdot\Omega^{-1}. \tag{4}$$

满足 $\mathring{H}_{\mu\nu}=0$. 其中 $\phi(x)$ 称 Weyl 标量场, $w=-1$.

Weyl 几何是指具有对称度规张量且满足

$$\bar\nabla_\lambda g_{\mu\nu}=d_\lambda g_{\mu\nu}-\bar\Gamma^\alpha_{\lambda\mu}g_{\alpha\nu}-\bar\Gamma^\alpha_{\lambda\nu}g_{\mu\alpha}=0 \tag{5}$$

的空间. 这里 $\bar\nabla_\lambda$ 为 CT 和广义坐标变换 (GCT) 相应的双重协变微商. $\bar\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$ 为共形不变联络, 它与黎曼空间 Christoffel 符号 $\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$ 有关系

$$\bar\Gamma^\alpha_{\mu\nu}=\Gamma^\alpha_{\mu\nu}-(\delta^\alpha_\mu b_\nu+\delta^\alpha_\nu b_\mu-g_{\mu\nu}b^\alpha). \tag{6}$$

由此可定义 Weyl 曲率张量 $\bar R^\rho_{\lambda\mu\nu}$, $\bar R_{\mu\nu}$ 和标曲率 $\bar R$,

$$\bar R^\rho_{\lambda\mu\nu}=\partial_\mu\bar\Gamma^\rho_{\nu\lambda}-\partial_\nu\bar\Gamma^\rho_{\mu\lambda}+\bar\Gamma^\rho_{\mu\alpha}\bar\Gamma^\alpha_{\nu\lambda}-\bar\Gamma^\rho_{\nu\alpha}\bar\Gamma^\alpha_{\mu\lambda},$$

$$\bar R_{\mu\nu}=\bar R^\rho_{\mu\rho\nu},\bar R=g^{\mu\nu}\bar R_{\mu\nu}=R+6(\nabla_\mu b^\mu-b_\mu b^\mu). \tag{7}$$

通常, Weyl 几何属于半度量空间. 仅当 $H_{\mu\nu}=0$ 满足时才是可积的. 这时联络变为

$$\mathring{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}=\Gamma^\lambda_{\mu\nu}+\phi^{-1}(\delta^\lambda_\mu\partial_\nu\phi+\delta^\lambda_\nu\partial_\mu\phi-g_{\mu\nu}b^\lambda). \tag{8}$$

令 $\mathring{g}_{\mu\nu}=\phi^2 g_{\mu\nu}$, $\mathring{g}^{\mu\nu}=\phi^{-2}g^{\mu\nu}$, 易证

$$\mathring{\nabla}_\lambda\mathring{g}_{\mu\nu}=\partial_\lambda\mathring{g}_{\mu\nu}-\mathring{\Gamma}^\alpha_{\lambda\mu}\mathring{g}_{\alpha\nu}-\mathring{\Gamma}^\alpha_{\lambda\nu}\mathring{g}_{\mu\alpha}=0. \tag{9}$$

这时时空是可度量的, $d\mathring{s}^2=-\mathring{g}_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$. 可定义相应的曲率张量 $\mathring{R}^\rho_{\lambda\mu\nu}$, $\mathring{R}_{\mu\nu}$ 和 $\mathring{R}$. 其中

$$\mathring{R}=\phi^{-2}(R-6\phi^{-1}\Box\phi). \tag{10}$$

值得讨论的是关于可积 Weyl 时空与 Weyl 规范场 b_μ 的相容性问题. 确实, 按照 Weyl 几何的观点它们是不相容的[5]. 然而, 如果以 $\mathring{g}_{\mu\nu}$ 为度量, 即将 $g_{\mu\nu}$, ϕ 看成描述时空的几何量. 同时按照规范理论, 将 b_μ 看成存在于该时空的规范场, 则可构造可度量 Weyl 时空中包含 Weyl 规范场的共形场论. 其特点是在保留时空可度量性质的同时引入新的动力学自由度.

三、可积 Weyl 时空引力、物质场方程

1. 引力理论

具有普遍对称性的作用量为

$$I=\int \mathscr{L} d^4x=\int(\mathscr{L}_G+\mathscr{L}_M)d^4\boldsymbol{x},$$

$$\mathscr{L}_G=\sqrt{-\overset{*}{g}}\left(\frac{\alpha}{4}\overset{*}{R}-\frac{\lambda}{4}\right),\quad \mathscr{L}_M=\mathscr{L}_b+\mathscr{L}_{M'}$$

$$\mathscr{L}_b=\sqrt{-\overset{*}{g}}\left(-\frac{1}{4f^2}\overset{*}{H}_{\mu\nu}\overset{*}{H}^{\mu\nu}-\frac{1}{2}k_b^2\overset{*}{b}_\mu\overset{*}{b}^\mu\right),\tag{11}$$

式中仅给出 b_μ 场的 Lagrangian，其它物质场将分别讨论．指标的升降是用 $\overset{*}{g}^{\mu\nu}$，$\overset{*}{g}_{\mu\nu}$ 进行的，且

$$\begin{aligned}\overset{*}{R}&=\phi^{-2}(R-6\phi^{-1}\Box\phi),\\ \overset{*}{b}_\mu&=b_\mu-\overset{\circ}{b}_\mu,\quad \overset{*}{H}_{\mu\nu}=H_{\mu\nu}.\end{aligned}\tag{12}$$

令 $\alpha=1/4\pi$，对 $\overset{*}{g}^{\mu\nu}$ 变分，得到共形不变的 Einstein 方程

$$\overset{*}{R}_{\mu\nu}-\frac{1}{2}\overset{*}{g}_{\mu\nu}\overset{*}{R}=8\pi\left(\overset{*}{T}_{\mu\nu}-\frac{\lambda}{4}\overset{*}{g}_{\mu\nu}\right),$$

$$\overset{*}{T}_{\mu\nu}=-\frac{2}{\sqrt{-\overset{*}{g}}}\frac{\delta\mathscr{L}_M}{\delta\overset{*}{g}^{\mu\nu}}.\tag{13}$$

这实质上是以 $\overset{*}{g}$ 为度量的共形引力理论．

下面讨论它与 Weyl 时空引力理论的关系．按照分解式(12)，理论的 Lagrangian (11) 式可化为

$$\begin{aligned}\mathscr{L}=\sqrt{-g}\Big\{&\frac{\alpha}{4}(R\phi^2+6\,\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi)-\frac{1}{4f^2}H_{\mu\nu}H^{\mu\nu}\\ &-\frac{1}{2}k_b^2(\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi+2\phi\,\partial_\mu\phi\cdot b^\mu+\phi^2b_\mu b^\mu)-\frac{\lambda}{4}\phi^4\Big\}+\mathscr{L}_{M'}.\end{aligned}\tag{14}$$

可见引力场是由 $g_{\mu\nu}(x)$，$\phi(x)$ 场描述的．b_μ 为质荷为 k_b 的物质场，α, f, k_b, λ 均为无量纲参数，且仅有三个是独立的．特别地，取 $k_b^2=1+3\alpha$ 并利用 $\bar{R}$ 的分解式(7)，可将(14)式写成

$$\mathscr{L}=\sqrt{-g}\left\{\frac{\alpha}{4}\bar{R}\phi^2-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}d_\mu\phi d_\nu\phi-\frac{1}{4f^2}H_{\mu\nu}H^{\mu\nu}-\frac{\lambda}{4}\phi^4\right\}+\mathscr{L}_{M'}.\tag{15}$$

这正是 Smolin[4] 给出的 Weyl 时空引力理论．可见，不考虑曲率平方项时，上述理论属于可度量时空共形规范理论的范畴．

由于共形不变性，场量中存在一个非动力学自由度．不难验证，在经典意义下，以 $\overset{*}{g}_{\mu\nu}$ 为基本变量的共形不变 Einstein 方程(13)包含以 $g_{\mu\nu}(x)$，$\phi(x)$ 为基本变量的场方程的全部信息．在理论中 $g_{\mu\nu}$，ϕ 为几何量，描述引力．

2. 经典粒子雅可比方程与惯性因数

对于共形引力场中的粒子，为了满足共形不变性，其质量应以无量纲参数质荷 k 代替，

$$I = -\int k d\mathring{s} = -\int k\phi(x) ds. \tag{16}$$

经典粒子运动方程则为

$$\frac{d^2x^\lambda}{d\mathring{s}^2} + \mathring{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}\mathring{u}^\mu\mathring{u}^\nu = 0, \tag{17}$$

式中 $\mathring{u}^\mu = \frac{dx^\mu}{d\mathring{s}}$ 为共形不变四维速度．定义

$$k^\lambda_{\mu\nu} = -\delta^\lambda_\mu \partial_\nu\phi \cdot \phi^{-1} + g_{\mu\nu}\partial^\lambda\phi \cdot \phi^{-1}. \tag{18}$$

运动方程可写成

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^2} + (\Gamma^\lambda_{\mu\nu} + k^\lambda_{\mu\nu})\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds} = 0. \tag{19}$$

定义四动量 $p_\mu = \frac{\partial I}{\partial x^\mu} = k\phi(x)u_\mu$，可以得到粒子在共形引力场中的雅可比方程

$$g^{\mu\nu}\frac{\partial I}{\partial x^\mu}\frac{\partial I}{\partial x^\nu} + \phi^2k^2 = 0 \tag{20}$$

与黎曼时空方程比较，粒子惯性(运动)质量成为场，不再为基本参数，代之以粒子的质荷．

$$m = k\phi(x). \tag{21}$$

从这种意义讲，$\phi(x)$ 起惯性场的作用．

3. Dirac 场运动方程

为了描述自旋 1/2 粒子在共形引力场中的运动，须建立 Weyl 几何的 Vielbein 形式[3]．在 Weyl 时空中引入局域 $O(3,1)$ 切空间，$e_{\mu a}$ 定义为

$$g_{\mu\nu}(x) = e_{\mu a}(x)e_{\nu a}(x). \tag{22}$$

相应于局域 Lorentz 变换的李西旋度系数

$$\begin{aligned}\varpi_{\mu ab} &= \omega_{\mu ab} + \omega'_{\mu ab}, \omega_{\mu ab} = \nabla_\mu e_{\nu a}\cdot e^\nu_b\\ \omega'_{\mu ab} &= (e_{\mu a}e^\nu_b - e_{\mu b}e^\nu_a)\partial_\nu\phi\cdot\phi^{-1}.\end{aligned} \tag{23}$$

旋量场 $\psi(x)$ 为局域 Lorentz 群旋量表示的变换对象．由于其正则量纲

$$[\psi] = M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-\frac{1}{2}},$$

则其 Weyl 权重 $w = -3/2$．即在 CT 下，

$$\psi' = \Omega^{-\frac{3}{2}}\psi,\ \bar{\psi}' = \Omega^{-\frac{3}{2}}\bar{\psi}. \tag{24}$$

这时，满足广义不变性的旋量场拉氏密度函数为

$$\mathscr{L} = \sqrt{-g}\left\{\frac{1}{2}(\bar{\psi}\Gamma^\mu\mathscr{D}_\mu\psi - \bar{\mathscr{D}}_\mu\bar{\psi}\Gamma^\mu\psi) - k\phi\bar{\psi}\psi\right\}, \tag{25}$$

式中，$\Gamma^\mu = e^\mu_a\gamma_a$，而

$$\mathscr{D}_\mu\psi = \left(d_\mu - \frac{1}{2}\varpi_{\mu ab}I_{ab}\right)\psi. \tag{26}$$

考虑到 (23) 式，易证

$$\mathscr{L}=\sqrt{-g}\left\{\frac{1}{2}(\bar{\psi}\Gamma^{\mu}\mathscr{D}_{\mu}\psi-\mathscr{D}_{\mu}\bar{\psi}\Gamma^{\mu}\psi)-k\phi\bar{\psi}\psi\right\}. \tag{27}$$

除质量项外，与黎曼空间拉氏量相同．这表明：1）对于 Dirac 粒子，$\phi(x)$ 仍具有惯性因数场意义；2）共形对称性不能引入 Weyl 规范场同旋量粒子的相互作用．这反映出 b_{μ} 与相因数规范场的本质差别．

4. 规范场运动方程

对某么正李群 G，可引入规范势 $A_{\mu}(x)$，定义 $A_{\mu}=e_{\mu a}A_{a}$．由于$[A_{a}]=M^{\frac{1}{2}}T^{-\frac{1}{2}}$，$A_{a}(x)$ 场的 Weyl 权重应为－1．在 CT 下，

$$A'_{a}=\Omega^{-1}A_{a},\ e'_{\mu a}=\Omega e_{\mu a},\ A'_{\mu}=A_{\mu}. \tag{28}$$

即规范场 A_{μ} 的 Weyl 权重为零，广义协变规范场张量和 Lagrangian 与黎曼时空相同，即

$$\bar{F}_{\mu\nu}=F_{\mu\nu},$$

$$\mathscr{L}=\sqrt{-g}\,\frac{1}{2}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}). \tag{29}$$

即运动方程中不含与 b_{μ} 场的相互作用．

四、共形引力场方程的解

1. k 的引力荷意义

讨论方程在静止源弱场近似下的解．对于方程(13)，当 $\lambda=0$ 时，仅考虑经典粒子，共形不变能量动量张量为

$$\overset{*}{T}{}^{\mu\nu}=\rho_{0}\overset{*}{u}{}^{\mu}\overset{*}{u}{}^{\nu}, \tag{30}$$

式中 ρ_{0} 为共形不变质荷密度．对方程(13)求迹得

$$\overset{*}{R}{}^{\mu}_{\nu}=8\pi\left(\overset{*}{T}{}^{\mu}_{\nu}-\frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}\overset{*}{T}\right),\ \overset{*}{T}=\overset{*}{g}{}^{\mu\nu}\overset{*}{T}_{\mu\nu}. \tag{31}$$

对静止源，$\overset{*}{u}{}^{i}=0(i=1,2,3)$，$\overset{*}{T}{}^{\mu\nu}$ 中不为零的分量仅为

$$\overset{*}{T}{}^{00}=\rho_{0}\overset{*}{u}{}^{0}\overset{*}{u}{}^{0}=\rho_{0}\phi^{-2}\left(\frac{dt}{ds}\right)^{2}. \tag{32}$$

利用低速条件，即得弱场静止源引力场方程

$$\overset{*}{R}{}^{0}_{0}=-4\pi\rho_{0}. \tag{33}$$

弱场条件下，可设

$$g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}+h_{\mu\nu},\ h_{00}=-2\varphi,\ \phi=\phi_{0}(1+\eta), \tag{34}$$

式中 $h_{\mu\nu}$，φ，η 均为小量．由 $\phi(x)$ 场几何性质，当 $r\to\infty$时，$\phi(x)\to\phi_{0}\neq 0$（常量）．取惯性系条件，且令 $\xi=\varphi+\eta$，则有

$$\overset{*}{g}_{00}\approx-\phi_{0}^{2}(1+2\xi),\ \overset{*}{g}_{ij}\approx\phi_{0}^{2}(1+2\eta)\eta_{ij}. \tag{35}$$

代入方程(33)，可得

$$\nabla^{2}\xi=4\pi\phi_{0}^{2}\rho_{0}. \tag{36}$$

由此可得两个质荷分为 k，k' 粒子，应有如下引力

$$F = -\frac{kk'}{r^2}. \tag{37}$$

这正是牛顿引力定律在共形引力场中的表达式.(37)式说明 k 起引力荷作用.

2. 惯性因数场在宇宙论中的解释

对方程(31)求迹,可得

$$R - 6\phi^{-1}\Box\phi = -8\pi\phi^{-2}T, \tag{38}$$

式中 $T = T^\mu_\mu$ 为可积 Weyl 时空外所有物质场能量动量张量的迹. 由此可见,惯性因数场确实可以看成是由整个宇宙物质场所决定的量. 考虑一个简单的宇宙模型[6],可以对 ϕ 的值做一大致估计. 设宇宙为密度均匀的气体球,密度为 $\rho \approx 10^{-23}\mathrm{g/cm^3}$,半径为宇宙表观半径 $a \approx 10^{28}\mathrm{cm}$,则标曲率为 $R \approx -6/a^2$,由(38)式对宇宙取平均值

$$\langle\phi\rangle^2 \approx -\frac{8\pi\langle T\rangle}{\langle R\rangle} = \frac{4\pi}{3}\rho a^2 \approx 10^{27}\mathrm{g/cm}. \tag{39}$$

这个值接近于引力常数的倒数 $1/G$.

五、共形对称性自发破缺

首先,由(15)式理论的 Lagrangian 可写成

$$\mathscr{L} = \sqrt{-g}\left\{\frac{\alpha}{4}R\phi^2 - \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - (1+3\alpha)b^\mu\phi\,\partial_\mu\phi - \frac{1}{2}(1+3\alpha)\phi^2 b_\mu b^\mu - \frac{1}{4f^2}H_{\mu\nu}H^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{4}\phi^4\right\} + \mathscr{L}_{M'}. \tag{40}$$

相应的 ϕ, $g_{\mu\nu}$, b_μ 场运动方程为

$$\Box\phi + \frac{\alpha}{2}R\phi - (1+3\alpha)\phi b_\mu b^\mu + (1+3\alpha)\phi\nabla_\mu b^\mu - \lambda\phi^3 = -Q, \tag{41}$$

$$\nabla_\mu H^\mu_\nu - f^2(1+3\alpha)(\phi\partial_\nu\phi + \phi^2 b_\nu) = 0, \tag{42}$$

$$\frac{\alpha}{4}\phi^2\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right) + \frac{\alpha}{4}(\Box\phi^2\cdot g_{\mu\nu} - \nabla_\mu\nabla_\nu\phi^2) = \cdots, \tag{43}$$

$$Q = -\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\delta\mathscr{L}_{M'}}{\delta\phi}.$$

由于描述共形引力时空的是几何量 $g_{\mu\nu}(x)$ 和 $\phi(x)$,它们的真空期望值不应为零. 理论中的物质场则有为零的真空期望值,即

$$\langle g_{\mu\nu}\rangle_0 \neq 0, \langle\phi\rangle_0 \neq 0,\ \langle A_\mu\rangle_0 = \langle\psi\rangle_0 = \langle b_\mu\rangle_0 = 0. \tag{44}$$

代入方程(42),可得

$$\langle\phi\rangle_0\,\partial_\nu\langle\phi\rangle_0 = 0. \tag{45}$$

由此得到 $\langle\phi\rangle_0 =$ 常量 ϕ_0. 这将导致在低能极限下共形对称性的真空自发破缺. 代入(40)式中,破缺后 Lagrangian 成为

$$\mathscr{L} = \sqrt{-g}\left\{\frac{\alpha\phi_0^2}{4}R - \frac{1}{4f^2}H_{\mu\nu}H^{\mu\nu} - \frac{1}{2}k_b^2\phi_0^2 b_\mu b^\mu\right.$$

$$+\frac{\lambda}{4}\phi_0^4\Big\}+\mathscr{L}_{M'},$$

$$\mathscr{L}_{M'}=\mathscr{L}_{M'}(\Phi^A,g_{\mu\nu},\phi_0). \tag{46}$$

即所有具有质荷 k 的物质粒子获得统一的惯性因数，其惯性质量成为 $m=k\phi_0$，Einstein 引力理论自然产生，引力常数为

$$G=\frac{1}{4\pi\alpha}\frac{1}{\phi_0^2}. \tag{47}$$

当取 $\alpha=1/4\pi$ 时，$G=1/\phi_0^2$，即 $\phi_0\approx10^{19}$GeV，给出共形对称性真空自发破缺的尺度.

牛顿引力成为 $F=-G\frac{mm'}{r^2}$. 即惯性质量等于引力质量. Weyl 规范场也获得质量 $m_B=fk_B\phi_0$.

六、结　论

1) 我们构造了可度量空间具有 Weyl 规范场、引力和物质场的共形规范理论，包含所有已知基本粒子及其相互作用，同时不含任何有量纲参数. 2) 文中讨论了物质场运动方程，得到惯性质量的表达式 $m=k\phi(x)$. 并解释了 k 的引力荷意义. 3) 利用由纯规范引入的 Weyl 标量场 $\phi(x)$ 的几何性质，讨论了共形对称性自发破缺现象，这时 Einstein 引力将自然产生，所有物质场获得统一的惯性标度. 4) 理论预言了 Weyl 矢量介子场的存在. 它是有质量的矢量玻色子，质量约为

$$m_B=f(1+3\alpha)^{\frac{1}{2}}\phi_0\approx10^{7}f\text{GeV},$$

式中 f 为 b_μ 场耦合常数. 证明了 b_μ 粒子除了参与引力作用外(包含同 $\phi(x)$ 场量子起伏场作用)，不能同物质场 $\phi(x)$，$A_\mu(x)$ 等发生相互作用. 因此，这是一种难以观测到的粒子，它的存在[2]将有助于解释宇宙论中遗失质量 (dark matter) 问题.

作者对段一士教授的指导和帮助，刘遼教授、李文铸教授、朱重远教授、戴元本教授、吴可教授有益的讨论和热情的鼓励表示衷心感谢.

[1] H. Weyl, S. B. Preuss, *Akad. Wiss.*, (1918), 465.
[2] Hung Cheng, *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 2182.
[3] Zhao Shu-Cheng, *Commun. Theor. Phys.*, **12**(1989) 477.
Zhao Shu-Cheng, Ph. D thesis, Conformal Invariance in Curved Space and Massive Gauge Field, Lanzhou University, (1987).
[4] L. Smolin, *Nucl. Phys.*, **B160**(1979), 253;
J. D. Bekeinstein & A. Meissls, *Phys. Rev*, **D22**(1980), 1313;
P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London*, **A333**(1973), 403.
[5] A. D. Linde, *LETP. Lett.*, 19(1974), 183.
[6] S. Weinberg, Gravitation and Cosmology, John Wiley, (1972).

GRAVITATIONAL AND CONFORMAL GAUGE THEORY IN INTEGRABLE WEYL SPACE

ZHAO SHU-CHENG

Department of Physics, Lanzhou University, Lanzhou, 730000

(Received 3 September 1990)

ABSTRACT

The conformal gauge field theory in the integrable Weyl spacetime is proposed. Based on this, a formula of the inertial mass field, $m=k\phi(x)$, is obtained. The meaning of k is shown to be the gravitational charge and $\phi(x)$ the inertial factor. By use of the geometrical characteristics of Weyl salar $\phi(x)$, the conformal symmetry is shown to be broken spontaneously and the Eistein gravity emerged. The theory predict the existence of Weyl vector meson, which is massive and can not interact with any other matter fields.

PACC: 1210; 0450; 1110