

光泵三能级原子体系产生光子数压缩态

郭光灿 柴金华

中国科学技术大学物理系, 合肥, 230026

1990年6月29日收到

本文证明光泵三能级原子体系可以产生光子数压缩态。分别计算非相干泵浦、弱相干泵浦和强相干泵浦几种情形下的 Fano 因数。结果表明, 弱相干泵浦时可获得最佳压缩效应, 相应的 Fano 因数为 0.16。这种产生光子数压缩态的方法在实验上是简便可行的。

PACC: 4250; 4265; 0365

一、引 言

压缩态光场的研究已经成为当前量子光学领域中重要的前沿课题^[1]。根据共轭力学量选取的不同, 压缩态可分为两大类: 一是压缩相干态, 相应的共轭量是电场的两个正交位相分量的振幅算符。就相干态而言, 这对共轭量的起伏相等, 而压缩相干态的某个分量的起伏变小, 另一个分量的起伏变大; 另一类压缩态是所谓光子数压缩态, 相应的共轭力学量是光子数 n 和相位。相干态的光子数起伏 $\langle \Delta n^2 \rangle$ 等于平均光子数 $\langle n \rangle$, 而光子数压缩态则有 $\langle \Delta n^2 \rangle$ 小于 $\langle n \rangle$, 即光子数的噪声低于标准量子极限, 其代价是光场相位起伏增大。光子数压缩态较之压缩相干态有若干优点: 压缩相干态的噪声越低, 则要求其平均光子数越大, 故无法达到完全压缩(即噪声为零), 而光子数压缩可以达到光子数起伏为零的状态, 在理论上不会出现类似的困难。理论上已经证实, 采用理想的光子数压缩态(即 $\langle \Delta n^2 \rangle = 0$), 光通讯的信息量可以达到最大值, 因此光子数压缩态的研究具有重大价值, 而且光子数压缩态的检测较之压缩相干态要简便得多。

近年来已提出若干产生光子数压缩态的方案^[2-5]。在负反馈半导体激光器中, 已观察到振幅噪声比标准量子极限低 75% 以及亚泊松光子统计 (Fano 因数 $\langle \Delta n^2 \rangle / \langle n \rangle = 0.25$)^[7]。在恒电流驱动的半导体激光器中已经观察到振幅噪声比标准量子极限低 32%, 且压缩带宽很宽 ($dc \approx 1.1 \text{ GHz}$)^[6]。么正变换方法可使光子数测不准度 $\langle \Delta n^2 \rangle$ 最小减少到 $\langle n \rangle^{1/3}$, 这远低于压缩相干态所达到的极限值 $\langle n \rangle^{2/3}$ ^[3]。

本文采用光泵三能级体系产生光子数压缩态。分别论述了非相干光泵浦、相干光弱泵浦和相干光强泵浦几种情况, 最终得到压缩最佳点 Fano 因数为 0.16。

二、基本方程

描述光泵三能级激光系统的模型如图 1 所示。

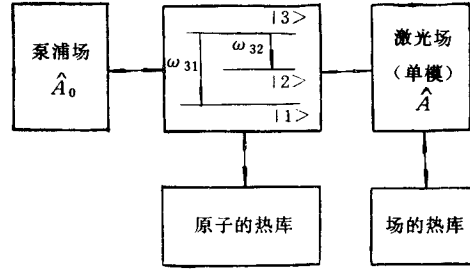


图1 光泵三能级激光模型

三能级体系激光场的 Van der Pol 方程^[9]如下:

$$\dot{A} = - \left[\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + i(Q - \omega_s) \right] A + CA - BAA^\dagger A + F(t), \quad (1)$$

式中

$$C = \frac{|g|^2 N \mathcal{D}_{23}}{(1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23})} \left[(\sigma_3^0 - \sigma_2^0) + \frac{(\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2}{1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{13}/R_{31}} \left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{\gamma_3} + \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^* \right) \right], \quad (2)$$

$$F(t) = gN \mathcal{D}_{23} \frac{1}{D_0^*} [\nu_0 \mathcal{D}_{12}^* F_{12}^\dagger - iF_{23}] + F_A, \quad (3)$$

B 的表达式较复杂, 这里未给出, ν_0 为经典泵浦场和原子体系之间的耦合, 称 $|\nu_0|^2$ 为相干泵浦强度, 有关定义如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{23} &= [\gamma_{23} + i(\omega_{32} - \omega_s)]^{-1}, \\ \mathcal{D}_{13} &= [\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]^{-1}, \\ \mathcal{D}_{12} &= [\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + \omega_s)]^{-1}, \\ \mathcal{D}_{ij} &= \mathcal{D}_{ij} + \mathcal{D}_{ij}^* \quad (i, j = 1, 2, 3), \\ R_{ij} &= \left(\frac{1}{\gamma_i} + \frac{1}{\gamma_j} \right)^{-1}, \quad \mathcal{D}_0 = 1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{23}^*, \end{aligned}$$

γ_i 和 γ_{ij} 为阻尼系数, σ_i^0 为非相干泵浦对能级 $|i\rangle$ 的贡献, g 为激光场与原子的相互作用系数, $F(t)$ 为朗之万力, Q 为无源腔中模的频率, 激光模的阻尼由腔的 Q 值来确定, N 为原子个数.

当非相干泵浦时 ($|\nu_0|^2 = 0$),

$$C = |g|^2 \mathcal{D}_{23} N (\sigma_3^0 - \sigma_2^0), \quad (4)$$

$$B = |g|^4 \mathcal{D}_{23} N (\sigma_3^0 - \sigma_2^0) \mathcal{D}_{23} / R_{32}. \quad (5)$$

当弱相干泵浦时 ($|\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23} \ll 1$), 且不考虑非相干泵浦过程, 认为泵浦场和激光场分别与原子体系共振 ($\Delta\omega_{31} = \Delta\omega_{32} = 0$),

$$\text{Re } C = \frac{|g|^2 N}{\gamma_{23} \gamma_{13}} |\nu_0|^2 \left(\frac{2}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right) \sigma_1^0, \quad (6)$$

$$B = |g|^4 \mathcal{D}_{23} N \sigma_1^0 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{23}, \quad (7)$$

式中 $\mathcal{D}_i$ 为 γ_{ij} 和 γ_i 的函数, 由于复杂, 这里未给出.

当强相干泵浦时 ($|\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{23}^* \gg 1 + |g|^2 A^+ A \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13}$), 且不考虑非相干效应和失谐, 则

$$C = |g|^2 N \mathcal{D}_{23} \sigma_1^0 / (1 + \beta_2 |\nu_0|^2), \quad (8)$$

$$B = -|g|^4 N \mathcal{D}_{23} \alpha_1 \sigma_1^0 / (1 + \beta_2 |\nu_0|^2), \quad (9)$$

式中

$$\alpha_1 = \frac{\mathcal{D}_{23}}{R_{32}} - \frac{|\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{23}^*}{D_0} \left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{\gamma_3} + \frac{\mathcal{D}_{23}^*}{R_{32}} \right) + \text{H.c.},$$

$$\beta_2 = \frac{\mathcal{D}_{13}}{R_{31}} - \frac{|g|^2 A^+ A \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13}}{D_0} \left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{R_{31}} + \frac{\mathcal{D}_{23}^*}{\gamma_2} \right) + \text{H.c.}.$$

采用准线性来表达激光场 $\hat{A}(t)^{[3]}$

$$\hat{A} = (A_0 + \Delta \hat{A}) \exp(-i \Delta \hat{\phi}), \quad (10)$$

式中 $\Delta \hat{A}, \Delta \hat{\phi}$ 为厄密振幅和位相, A_0 为平均场的振幅 (C 数). 虽然厄密位相算子不存在于严格的量子力学过程, 但可证明 $\hat{A} = (A_0 + \Delta \hat{A}) \exp(-i \Delta \hat{\phi})$ 当光子数远大于 1 时仍是一个合理的近似^[8].

$$A A^+ \approx A_0^2 + 2 A_0 \Delta \hat{A}(t),$$

$$A^+ A A^+ \approx e^{i \Delta \hat{\phi}} (A_0^3 + 3 A_0^2 \Delta \hat{A})$$

代入 Van der Pol 方程及其共轭方程, 化简整理后可得

$$\frac{d \Delta \hat{A}(t)}{dt} = \left(-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \text{Re} C - 3 A_0^2 \text{Re} B \right) \Delta \hat{A}(t) + H_r(t), \quad (11)$$

$$\frac{d \Delta \hat{\phi}(t)}{dt} = -\frac{\text{Im} C}{A_0} \Delta \hat{A}(t) + \text{Im} B \cdot 3 A_0 \Delta \hat{A}(t) + \frac{1}{A_0} H_i(t), \quad (12)$$

式中

$$H_r(t) = \frac{1}{2} [F(t) e^{i \Delta \hat{\phi}(t)} + e^{-i \Delta \hat{\phi}(t)} F^+(t)], \quad (13)$$

$$H_i(t) = -\frac{1}{2i} [F(t) e^{i \Delta \hat{\phi}(t)} - e^{-i \Delta \hat{\phi}(t)} F^+(t)], \quad (14)$$

并且有关系式

$$2 \text{Re} C - 2 \text{Re} B \cdot A_0^2 - \frac{\omega_s}{Q} = 0. \quad (15)$$

在频域上有

$$i Q \Delta \hat{A}(\omega) = \left(-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \text{Re} C - \text{Re} B \cdot 3 A_0^2 \right) \Delta \hat{A}(\omega) + H_r(\omega),$$

$$i Q \Delta \hat{\phi}(\omega) = -\frac{\text{Im} C}{A_0} \Delta \hat{A}(\omega) + \text{Im} B \cdot 3 A_0 \Delta \hat{A}(\omega) + \frac{1}{A_0} H_i(\omega),$$

于是得到 $\Delta \hat{A}$ 的功率谱:

$$P_{\Delta \hat{A}}(\omega) = \langle \Delta \hat{A}^+(\omega) \Delta \hat{A}(\omega) \rangle$$

$$= \langle H_r(\omega) H_r(\omega) \rangle / \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \text{Re} C - 3 A_0^2 \text{Re} B \right)^2 + \omega^2 \right]$$

$$= \langle H_r(Q) H_r(Q) \rangle / \left[\left(\frac{\omega_s}{Q} - 2 \operatorname{Re} C \right)^2 + Q^2 \right]. \quad (16)$$

计算得到(见附录一)

$$\begin{aligned} \langle H_r(Q) H_r(Q) \rangle = & \frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + \frac{|g|^2}{2\gamma_{23}^2} \frac{\mathcal{L}_{23} N}{|1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}|^2} \\ & \cdot \left[2\gamma_{23} \left(\langle \sigma_2^0 + \sigma_3^0 + \sigma_3^s \rangle - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} \langle \sigma_3^s \rangle \right) \right. \\ & \left. + \frac{2|v_0|^2 \mathcal{L}_{12}}{\gamma_{12}} \left(\langle \sigma_1^0 - \sigma_1^s + \sigma_2^0 \rangle + \frac{\gamma_1}{2\gamma_{12}} \langle \sigma_1^s \rangle \right) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

式中

$$\begin{aligned} \sigma_3^s &= (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |v_0|^2 \mathcal{D}_{13} / \gamma_3 (1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{13} / R_{31}), \\ \sigma_1^s &= (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |v_0|^2 \mathcal{D}_{13} / \gamma_1 (1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{13} / R_{31}), \\ \mathcal{L}_{ij} &= \gamma_{ij}^2 / (\gamma_{ij}^2 + \Delta \omega_{ij}^2) \quad (i, j = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

三、非相干泵浦

下面考虑共振非相干泵浦的情形, 此时有

$$\langle H_r(Q) H_r(Q) \rangle = \frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + |g|^2 N (\sigma_2^0 + \sigma_3^0) / \gamma_{23}, \quad (18)$$

$$\operatorname{Re} C = |g|^2 N (\sigma_3^0 - \sigma_2^0) / \gamma_{23}.$$

根据 Parsevals 定理^[5]

$$\begin{aligned} \langle \Delta \hat{A}^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty P_{\Delta \hat{A}}(Q) dQ \\ &= \frac{1}{4} \frac{\langle H_r(Q) H_r(Q) \rangle}{\left| \frac{\omega_s}{Q} - 2 \operatorname{Re} C \right|}, \\ \langle \Delta \hat{n}^2 \rangle &= 4 A_0^2 \langle \Delta \hat{A}^2 \rangle = 4 \langle \hat{n} \rangle \langle \Delta \hat{A}^2 \rangle, \\ \frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} &= \frac{\frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + |g|^2 N (\sigma_3^0 + \sigma_2^0) / \gamma_{23}}{\left| \frac{\omega_s}{Q} - 2 |g|^2 N (\sigma_3^0 - \sigma_2^0) / \gamma_{23} \right|}. \end{aligned} \quad (19)$$

由方程(19)可得如下结果:

1) 当系统远离阈值时, 即 $\langle \operatorname{Re} C \rangle \gg \omega_s / Q$, 并假定粒子数完全反转, 即 $\sigma_2^0 = 0$, 则

$$\frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} = \frac{|g|^2 N \sigma_3^0 / \gamma_{23}}{2 |g|^2 N \sigma_3^0 / \gamma_{23}} = \frac{1}{2}.$$

这与泵浦噪声完全抑制时激光器的结果完全一致^[5].

2) 当系统处于阈值处时, 即 $\langle \operatorname{Re} C \rangle = \omega_s / Q$ 时,

$$\frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} = \frac{\frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\omega_s}{Q} \frac{1}{\sigma_3^0 - \sigma_2^0}}{\omega_s / Q}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{\sigma_3^2 - \sigma_2^2} > 1.5 \quad (\bar{n} \ll 1).$$

3) 阈值以下时无激光输出.

以上是当泵浦起伏为零时的结论. 如果考虑到泵浦起伏, $P_{\Delta\hat{A}}(Q)$ 中还要加上一个泵浦起伏项, Fano 因数将增大.

四、弱相干泵浦情形

下面考虑弱相干泵浦情形 ($|\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23} \ll 1$), 且不考虑非相干泵浦和失谐, 此时, 根据(6)和(7)式可知, C 和 B 与 $|\nu_0|^2$ 有关, 而 $|\nu_0|^2$ 是有起伏的, 故设

$$\text{Re } C = \langle \text{Re } C \rangle + \frac{d\langle \text{Re } C \rangle}{d|\nu_{00}|^2} \Delta|\nu_0|^2, \quad (20)$$

$$\text{Re } B = \langle \text{Re } B \rangle + \frac{d\langle \text{Re } B \rangle}{d|\nu_{00}|^2} \Delta|\nu_0|^2, \quad (21)$$

式中 $|\nu_{00}|^2$ 为 $|\nu_0|^2$ 的期待值. 将(20)和(21)式代入 Van der Pol 方程及其共轭方程, 化简整理最后得到(见附录二)

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\hat{A}(t)}{dt} = & \left[-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \langle \text{Re } C \rangle - 3A_0^2 \langle \text{Re } B \rangle \right] \Delta\hat{A} \\ & + A_0 \left[\frac{d\langle \text{Re } C \rangle}{d|\nu_{00}|^2} - A_0^2 \frac{d\langle \text{Re } B \rangle}{d|\nu_{00}|^2} \right] \Delta|\nu_0|^2 + H_r(t), \end{aligned} \quad (22)$$

并且有如下关系式:

$$-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \langle \text{Re } C \rangle - \langle \text{Re } B \rangle A_0^2 = 0. \quad (23)$$

为简便, 记

$$l = -\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \langle \text{Re } C \rangle - 3A_0^2 \langle \text{Re } B \rangle,$$

$$m = \frac{d\langle \text{Re } C \rangle}{d|\nu_{00}|^2} - A_0^2 \frac{d\langle \text{Re } B \rangle}{d|\nu_{00}|^2},$$

在频域上有

$$iQ\Delta\hat{A}(Q) = l\Delta\hat{A}(Q) + A_0 m \Delta|\nu_0|^2(Q) + H_r(Q). \quad (24)$$

振幅功率谱为(见附录二)

$$P_{\Delta\hat{A}}(Q) = \frac{A_0^2 m^2 P_{\Delta|\nu_0|^2}(Q) + P_{H_r}(Q)}{l^2 + Q^2}, \quad (25)$$

式中

$$\begin{aligned} P_{H_r}(Q) = & \frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + |g|^2 N \langle \sigma_1^0 \rangle |\nu_{00}|^2 \frac{1}{1 + |\nu_{00}|^2 \mathcal{D}_{13}/R_{31}} \\ & \cdot \left[\frac{1}{\gamma_{23}} \left(1 - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} \right) \frac{2}{\gamma_{13}} \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}\gamma_{23}^2} \left(1 + |\nu_{00}|^2 \mathcal{D}_{13}/R_{31} \right) \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{\gamma_1 - 2\gamma_{12}}{\gamma_1\gamma_{12}\gamma_{13}} |\nu_{00}|^2 \Big) \Big], \quad (26)$$

$$m = \frac{1}{2} \frac{1}{|\nu_{00}|^2} \frac{\omega_s}{Q}. \quad (27)$$

将泵浦场量子化, 则

$$|\nu_0|^2 = |g_1|^2 A_1^\dagger A_1 = |g_1|^2 \hat{N}_1 \quad (\hat{N}_1 = A_1^\dagger A_1),$$

g_1 为泵浦场与原子体系之间的耦合系数.

$$P_{\Delta|\nu_0|^2}(Q) = |g_1|^2 P_{\Delta\hat{N}_1}(Q), \quad P_{\Delta\hat{N}_1}(Q) = 4A_{01}^2 P_{\Delta A_1}(Q),$$

A_{01}^2 为泵浦场的平均光子数, $|\nu_{00}|^2 = |g_1|^2 A_{01}^2$,

$$P_{\Delta\hat{A}}(Q) = \frac{\frac{1}{|g_1|^2} \frac{A_0^2}{A_{01}^2} \left(\frac{\omega_s}{Q}\right)^2 P_{\Delta\hat{A}_1}(Q) + P_{H_r}(Q)}{\left(\frac{\omega_s}{Q} - 2\langle \text{Re } C \rangle\right)^2 + Q^2}, \quad (28)$$

$$\frac{\langle \Delta\hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} = \frac{\frac{1}{|g_1|^2} \frac{A_0^2}{A_{01}^2} \left(\frac{\omega_s}{Q}\right)^2 P_{\Delta\hat{A}_1}(Q) + P_{H_r}(Q)}{\left|\frac{\omega_s}{Q} - 2\langle \text{Re } C \rangle\right|}. \quad (29)$$

(29)式等号右端第一项取决于泵浦场的起伏, 而第二项取决于原子体系的起伏和激光场的热起伏.

1) 远离阈值, 即 $\langle \text{Re } C \rangle \gg \omega_s/Q$ 时, (29)式等号右边第一项

$$\Delta_1 = \frac{1}{|g_1|^2} \frac{A_0^2}{A_{01}^2} \frac{\omega_s/Q}{2\langle \text{Re } C \rangle} \frac{\omega_s}{Q} P_{\Delta A_1}(Q)$$

作为泵浦源的激光器工作在泵浦率 $R = p/p_{th} - 1 \gg 1$ 状态时 (p_{th} 为泵浦场的阈值泵浦率), 有^[5]

$$P_{\Delta A_1}(Q) = \frac{\omega_s/Q_1}{\left(\frac{\omega_p}{Q_1}\right)^2 + Q^2}.$$

作数量级上的估算 ($\omega_p = \omega_{31}$, Q_1 为作为泵浦源的激光器的 Q 值)

$$|g_1|^2 = 10^6 \text{s}^{-2}, \quad \omega_s/Q \sim \omega_p/Q_1 \approx 10^{11} \text{s}^{-1}, \quad A_{01}^2 = 10^8, \quad A_0^2 = 10^2,$$

则 $\Delta_1 \rightarrow 0$, 从而

$$\begin{aligned} \frac{\langle \Delta\hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} &= \frac{1}{1 + |\nu_{00}|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13}/R_{31}} \left[\frac{1}{\gamma_{23}} \left(1 - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}}\right) \frac{2}{\gamma_{13}\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}\gamma_{23}^2} \right. \\ &\quad \cdot \left. \left(1 + |\nu_{00}|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13}/R_{31} + \frac{\gamma_1 - 2\gamma_{12}}{\gamma_1\gamma_{12}\gamma_{13}} |\nu_{00}|^2\right) \right] \\ &\quad / \left[\frac{2}{\gamma_{13}\gamma_{23}} \left(\frac{2}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

可见, Fano 因数主要由原子的衰减常数 γ_i, γ_{ij} 所决定, 含 $|\nu_{00}|^2$ 项的贡献较小, $R \gg 1$ 的激光泵浦场的噪声起伏对输出激光场的噪声几乎没有影响. 各种典型参数下的 Fano 因数见表 1, 其中 a 为两步过程, b 为两光子过程(即 Raman 过程).

表1 各种参数下的 Fano 因数 (设 $\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\gamma_i + \gamma_j)$)

	$\gamma_1(s^{-1})$	$\gamma_2(s^{-1})$	$\gamma_3(s^{-1})$	Fano 因数
a	10^7	10^9	10^8	0.30
b	10^7	10^8	10^9	0.40
c	10^7	10^8	10^8	0.16

2) 阈值附近 $\langle \text{Re} C \rangle \approx \omega_s/Q$, 有

$$\frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} = \frac{\frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + \frac{\omega_s}{Q}}{\frac{\omega_s}{Q}} = 1.5. \quad (31)$$

3) 阈值以下无激光输出。

五、强相干泵浦情形

对于强相干泵浦, $|v_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{23}^* \gg 1$, 此时

$$\begin{aligned} \langle H_r(Q) H_r(Q) \rangle &= \frac{\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} |g|^2 N \frac{1}{|v_{00}|^4} \\ &\quad \cdot \left[\frac{\gamma_1}{\gamma_3} \gamma_2 \gamma_{12}^2 + \gamma_1 |v_{00}|^2 \right] \sigma_1^0. \end{aligned} \quad (32)$$

类似于讨论弱相干泵浦情形, 有

1) $\langle \text{Re} C \rangle \gg \omega_s/Q$ 时,

$$\begin{aligned} \frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle}{\langle \hat{n} \rangle} &= \frac{\frac{1}{2} |g|^2 N \frac{1}{|v_{00}|^4} \left[\frac{\gamma_1}{\gamma_3} \gamma_2 \gamma_{12}^2 + \gamma_1 |v_{00}|^2 \right] \sigma_1^0}{2 |g|^2 N \sigma_1^0 \frac{1}{\gamma_{23}} (1 + \beta_2 |v_{00}|^2)} \\ &\approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \right). \end{aligned}$$

可见, 当 $\gamma_3 \gg \gamma_2$, Fano 因数为 0.5, 当 $\gamma_3 \geq \gamma_2$ 时, Fano 因数在 0.5 和 1 之间, 当 $\gamma_2 > \gamma_3$, Fano 因数大于 1.

2) 当 $\langle \text{Re} C \rangle \sim \omega_s/Q$ 时, Fano 因数为 1.5.

3) 当 $\langle \text{Re} C \rangle \ll \omega_s/Q$ 时, 无激光输出.

可见, 提高相干强度并有助于提高压缩程度.

六、光泵三能级体系产生光子数压缩态的物理机制

现有产生光子数压缩态的方案可分为两类: 一是被动方式, 即将相干光通过适当非线性介质来实现, 这种方式所能达到的最小光子数起伏为 $\langle n \rangle^{1/3}$, 无法实现理想的压缩态; 另一种是主动方式, 即直接采用激活介质的非线性过程来产生光子数压缩态.

1986 年 Yamamoto 等人提出了抑制泵浦起伏的激光谐振腔产生光子数压缩态的方案; 1987 年从理论上证明了在半导体激光器中通过高阻抑制泵浦起伏可实现光子数压缩态; 1988 年又从实验上证实了“高阻抑制”原理。实验表明, 恒电流驱动的半导体激光器中可产生光子数压缩态光场, 其振幅噪声减至标准量子极限以下 32%。

Yamamoto 等人还提出了负反馈产生光子数压缩态方案。实验结果表明, 正如理论所预言的那样, 负反馈可以有效地抑制量子噪声。如果利用普通光电二极管构成反馈回路, 则光子数压缩态可以在反馈回路的内部得到; 如果利用 QND 探测器构成反馈回路, 则可将振幅压缩光引出回路之外。实验上得到 $\langle \Delta n^2 \rangle = 0.25 \langle n \rangle$ 的光子数压缩态。

从本质上看, “高阻抑制”原理和“负反馈”原理产生光子数压缩态的过程, 是一个复杂的非线性过程, 这种过程在本质上不同于利用各种非线性介质中么正变换而产生光子数压缩态的过程^[2]。

我们所采用的三能级体系, 本身含有一个复杂的非线性过程, 即三能级原子的三个偶极子(其算符为 Σ_{13} , Σ_{12} 和 Σ_{23})通过两个光场(相干泵浦场 ν_0 和激光场 A)相互耦合的过程。该过程的特征: 相干场在原子能级 $|2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间诱导出偶极子 Σ_{12} (这也是相干泵浦和非相干泵浦的最本质区别), 在稳态的原子体系中, 偶极子 Σ_{12} 除了在形成两个光子过程中起作用之外, 还将产生“负反馈”效应。强相干泵浦时, 三能级体系的内在非线性过程还产生动态斯塔克效应, 即随着泵浦强度增高, 中心频率处增益峰值下降, 增益线宽加宽, 激光谱线分裂成以中心频率为对称的两个频率。这些结论在文献[9]中作过详细论述。

量子理论指出, 激光场的噪声主要来源于三个方面: 泵浦噪声、自发辐射噪声和真空噪声。理论计算表明, 在我们的方案中, 相干泵浦时, 在 $\langle \text{Re } C \rangle \gg \omega_s/Q$ 以及 $R \gg 1$ 的条件下, 对激光场影响的主要是自发辐射噪声, 相比之下, 泵浦噪声和真空噪声可以忽略; 非相干泵浦时, 泵浦噪声、真空噪声和自发辐射噪声三者比较, 在系统远离阈值即 $\langle \text{Re } C \rangle \gg \omega_s/Q$ 时, 对激光场的影响主要是自发辐射噪声和泵浦噪声, 真空噪声可以忽略。

弱相干泵浦时, 噪声压缩效应来源于特定三能级体系的内在的非线性过程, 正是这个非线性过程, 使得自发发射噪声减小。

强相干泵浦时, 由于同时还存在动态斯塔克斯效应, 在中心频率处很难满足 $\langle \text{Re } C \rangle \gg \omega_s/Q$ 的条件, 故很难达到光子数压缩态。

非相干泵浦时, 只有当泵浦噪声完全被抑制时, 才能获得光子数压缩态。实验上很难做到完全抑制泵浦噪声, 因此, 非相干泵浦很难产生光子数压缩态。

七、结 论

利用激光泵浦 N 个均匀加宽的三能级原子体系, 在一定的条件下可获得光子数压缩态。这些条件为: 1) 泵浦强度有一定的范围 ($|\nu_{00}|^2 = 10^{10} - 10^{14} \text{ s}^{-2}$, 即弱相干泵浦); 2) 泵浦激光器工作在远离阈值的区域 ($R \gg 1$); 3) 原子体系的原子个数 N 足够大 (N 足够大, 则 $\langle \text{Re } C \rangle \gg \omega_s/Q$)。显然以上条件是不难满足的。我们的方案不需要抑制泵浦噪声, 只

要适当选取三能级原子体系的介质,就可获得 Fano 因数为 0.16 的光子数压缩态. 已经知道,负反馈半导体激光器获得 Fano 因数为 0.25 的压缩光,比较一下可知,利用光泵三能级原子体系的方法可获得压缩程度更高的压缩态.

附 录 一

这里将推导(17)式. 为此,必须用到系统的耦合朗之万方程组^[9]

$$\dot{\sigma}_3 = \gamma_3 \sigma_3^0 - \gamma_3 \sigma_3 - i[\nu_0^* \Sigma_{13} - \nu_0 \Sigma_{13}^*] + i[gA^+ \Sigma_{23} - g^* \Sigma_{13}^* A] + F_3, \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{\sigma}_2 = \gamma_2 \sigma_2^0 - \gamma_2 \sigma_2 - i[gA^+ \Sigma_{23} - g^* \Sigma_{13}^* A] + F_2, \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{\sigma}_1 = \gamma_1 \sigma_1^0 - \gamma_1 \sigma_1 + i[\nu_0^* \Sigma_{13} - \nu_0 \Sigma_{13}^*] + F_1, \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{\Sigma}_{23} = -\mathcal{Q}_{23}^{-1} \Sigma_{23} + i\nu_0 \Sigma_{13}^* + ig^*(\sigma_3 - \sigma_2)A + F_{23}(t), \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{\Sigma}_{13} = -\mathcal{Q}_{13}^{-1} \Sigma_{13} - i\nu_0(\sigma_3 - \sigma_1) - ig^* \Sigma_{12} A + F_{13}(t), \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{\Sigma}_{12} = -\mathcal{Q}_{12}^{-1} \Sigma_{12} - i\nu_0 \Sigma_{23}^* - igA^+ \Sigma_{13} + F_{12}(t), \quad (\text{A.6})$$

$$\dot{A}(t) = -\left[\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + i(Q - \omega_s)\right] A - igN \Sigma_{23} + F_A(t). \quad (\text{A.7})$$

由(3)式可导出

$$\begin{aligned} \langle F^+(t)F(t') \rangle = & \left\{ \langle F_A^+(t)F_A(t') \rangle + \frac{|g|^2 N^2 \mathcal{L}_{23}}{\gamma_{13}^2} \right. \\ & \cdot \left. \frac{1}{|1 + |\nu_0|^2 \mathcal{Q}_{13}^* \mathcal{Q}_{23}|^2} \left[\langle F_{23}^+(t)F_{23}(t') \rangle + \frac{|\nu_0|^2 \mathcal{L}_{12}}{\gamma_{12}^2} \langle F_{12}(t)F_{12}^+(t') \rangle \right] \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \langle F(t)F^+(t') \rangle = & \left\{ \langle F_A(t)F_A^+(t') \rangle + \frac{|g|^2 N^2 \mathcal{L}_{23}}{\gamma_{13}^2} \cdot \frac{1}{|1 + |\nu_0|^2 \mathcal{Q}_{13}^* \mathcal{Q}_{23}|^2} \right. \\ & \cdot \left[\langle F_{23}(t)F_{23}^+(t') \rangle + \frac{|\nu_0|^2 \mathcal{L}_{12}}{\gamma_{12}^2} \langle F_{12}^+(t)F_{12}(t') \rangle \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

若假定场的热库是由处在温度为 T 的热平衡状态下的独立振子所构成的,则得

$$\langle F_A^+(t)F_A(t') \rangle = \frac{\omega_s}{Q} \bar{n}(\omega_s) \delta(t - t'), \quad (\text{A.10})$$

$$\langle F_A(t)F_A^+(t') \rangle = \frac{\omega_s}{Q} (\bar{n}(\omega_s) + 1) \delta(t - t'), \quad (\text{A.11})$$

式中 $\bar{n}(\omega_s)$ 为在频率 ω_s 处的平均热光子数,它通常很小.

为计算 (A.8) 和 (A.9) 式等号右边后两项,必须采用 N 个原子的广义爱因斯坦关系,即若有

$$\dot{A}_a = D_a(t) + F_a(t), \quad (\text{A.12})$$

式中

$$\langle F_a(t) \rangle = 0,$$

那么

$$\langle F_a(t)F_b(t') \rangle = \frac{1}{N} \cdot 2\langle D_{ab} \rangle \delta(t - t'), \quad (\text{A.13})$$

式中

$$2\langle D_{ab} \rangle = -N\langle D_a A_b \rangle - N\langle A_a D_b \rangle + N \frac{d}{dt} \langle A_a A_b \rangle. \quad (\text{A.14})$$

应用这个关系式和朗之万方程组 (A.1—A.6),可得

$$\langle F_{23}^+(t)F_{23}(t') \rangle = \frac{1}{N} [\gamma_3 \langle \sigma_3^0 \rangle + (2\gamma_{23} - \gamma_3) \langle \sigma_3 \rangle] \delta(t - t'), \quad (\text{A.15})$$

$$\langle F_{23}(t)F_{23}^+(t') \rangle = \frac{1}{N} [\gamma_2 \langle \sigma_2^0 \rangle + (2\gamma_{23} - \gamma_2) \langle \sigma_2 \rangle] \delta(t - t'), \quad (\text{A.16})$$

$$\langle F_{12}(t)F_{12}^+(t') \rangle = \frac{1}{N} [\gamma_1 \langle \sigma_1^0 \rangle + (2\gamma_{12} - \gamma_1) \langle \sigma_1 \rangle] \delta(t - t'), \quad (\text{A.17})$$

$$\langle F_{12}^+(t)F_{12}(t') \rangle = \frac{1}{N} [\gamma_2 \langle \sigma_1^0 \rangle + (2\gamma_{12} - \gamma_2) \langle \sigma_2 \rangle] \delta(t - t'), \quad (\text{A.18})$$

在对热库求平均下求解方程组 (A.1—A.6), 并略去激光场与原子体系的相互作用项, 可得

$$\langle F_{23}^+(t)F_{23}(t') \rangle + \langle F_{23}(t)F_{23}^+(t') \rangle = \frac{2\gamma_{23}}{N} \left\{ \langle \sigma_2^0 + \sigma_3^0 + \sigma_3^0 \rangle - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} \langle \sigma_3^0 \rangle \right\} \delta(t - t'), \quad (\text{A.19})$$

式中

$$\sigma_3^0 = \langle \sigma_1 - \sigma_3 \rangle |\nu_0|^2 \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{\gamma_3} = \frac{(\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2}{1 + |\nu_0|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13}/R_{31}} \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{\gamma_3}. \quad (\text{A.20})$$

同样得到

$$\langle F_{12}^+(t)F_{12}(t') \rangle + \langle F_{12}(t)F_{12}^+(t') \rangle = \frac{2\gamma_{12}}{N} \left[\langle \sigma_1^0 - \sigma_1^0 + \sigma_2^0 \rangle + \frac{\gamma_1}{2\gamma_{12}} \langle \sigma_1^0 \rangle \right] \delta(t - t'), \quad (\text{A.21})$$

式中

$$\sigma_1^0 = (\sigma_1 - \sigma_3) |\nu_0|^2 \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{\gamma_1} = \frac{(\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2}{1 + |\nu_0|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13}/R_{31}} \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{\gamma_1}. \quad (\text{A.22})$$

将 (A.10), (A.11), (A.19) 和 (A.21) 式代入 (A.8) 式可导出

$$\begin{aligned} & \langle F^+(t)F(t') \rangle + \langle F(t)F^+(t') \rangle \\ &= \left\{ \frac{2\omega_s}{Q} \left[\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right] + \frac{|g|^2 N}{\gamma_{23}^2} \frac{\mathcal{L}_{23}}{|1 + |\nu_0|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13}^* \bar{\mathcal{D}}_{23}|^2} \right. \\ & \quad \cdot \left[2\gamma_{23} \left(\langle \sigma_2^0 + \sigma_3^0 + \sigma_3^0 \rangle - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} \langle \sigma_3^0 \rangle \right) \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{2|\nu_0|^2 \mathcal{L}_{12}}{\gamma_{12}} \left(\langle \sigma_1^0 - \sigma_1^0 + \sigma_2^0 \rangle + \frac{\gamma_1}{2\gamma_{12}} \langle \sigma_1^0 \rangle \right) \right] \right\} \delta(t - t'). \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

由(13)式可得

$$\langle H_r(t)H_r(t') \rangle = \frac{1}{4} (\langle F(t)F^+(t') \rangle + \langle F^+(t)F(t') \rangle), \quad (\text{A.24})$$

其傅里叶变换为

$$\langle H_r(Q)H_r(Q) \rangle = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \langle H_r(t+\tau)H_r(t) \rangle e^{-iQ\tau} d\tau \quad (\text{A.25})$$

由 (A.23), (A.24) 和 (A.25) 式即可得(17)式。

附 录 二

下面将推出(22)、(25)、(26)和(27)式。

由方程(1)和其共轭方程以及(10)式, 可得

$$\frac{d\Delta\hat{A}(t)}{dt} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \text{Re } C \right] (A_0 + \Delta\hat{A}) - \text{Re } B(A_0^2 + 3A_0^2\Delta\hat{A}) + H_r(t), \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\hat{\phi}(t)}{dt} &= \frac{1}{A_0} [(\mathcal{Q} - \omega_s) - \text{Im } C] (A_0 + \Delta\hat{A}) \\ & \quad + \text{Im } B(A_0^2 + 3A_0\Delta\hat{A}) + \frac{1}{A_0} H_i(t). \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

将(20)和(21)式代入 (A.26) 式并忽略算子起伏的乘积可得

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\hat{A}(t)}{dt} &= \left[-\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{Q} + \langle \text{Re } C \rangle \right] (A_0 + \Delta\hat{A}) + A_0 \frac{d\langle \text{Re } C \rangle}{d|\nu_{00}|^2} \Delta|\nu_0|^2 \\ & \quad - \langle \text{Re } B \rangle (A_0^2 + 3A_0^2\Delta\hat{A}) - A_0^2 \frac{d\langle \text{Re } B \rangle}{d|\nu_{00}|^2} \Delta|\nu_0|^2 + H_r(t). \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

(A.28)式的期待值给出(23)式。由 (A.28) 和(23)式给出(22)式。由(24)式以及 $P_{\Delta}\hat{A}(Q) = \langle \Delta\hat{A}^+(Q)\Delta\hat{A}(Q) \rangle$ 容易得到(25)式。

由(17)式并注意弱泵浦、共振条件以及忽略非相干效应, 即

$$|\nu_{00}|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13} \ll 1, \quad \Delta\omega_{ij} = 0, \quad \sigma_1^0 = \sigma_2^0 = 0, \quad \sigma_1^0 = 1,$$

可得(26)式.

由 m 的定义式和(6)式容易得到

$$m = \frac{1}{|\nu_{00}|^2} [\langle \text{Re } C \rangle - A_0^2 \langle \text{Re } B \rangle]$$

再由(23)式得到(27)式.

- [1] D. F. Walls, *Nature*, **141**(1983), 306.
- [2] Y. Yamamoto, M. Imoto and S. Machida, *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 3243.
- [3] M. Kitagawa and Y. Yamamoto, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 3974.
- [4] Y. Yamamoto, S. Machida, N. Imoto, M. Kitagawa and Bjork, *J. Opt. Soc. Am.*, **B4**(1987), 1645.
- [5] Y. Yamamoto and S. Machida, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 4025.
- [6] S. Machida and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 792.
- [7] S. Machida and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 1000.
- [8] P. Carruthers and M. M. Nieto, *Rev. Mod. Phys.*, **40**(1968), 411.
- [9] 郭光灿, 物理学报, **33**(1984), 1661.

GENERATION OF PHOTON-NUMBER SQUEEZED STATE BY OPTICALLY PUMPED THREE-LEVEL ATOMIC SYSTEM

GUO GUANG-CAN CHAI JIN-HUA

Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026

(Received 29 June 1990)

ABSTRACT

In this paper, we show that the photon-number squeezed state can be generated by optically pumped three-level atomic system. The Fano factor of the output radiation field has been calculated under the condition of incoherent pumping, weak coherent pumping and strong coherent pumping respectively. We find that the optimum squeezing effect of photon-number occurs in the situation of weak coherent pumping and the corresponding Fano factor is 0.16. This method of generating photon-number squeezed state is convenient and practical in experiment.

PACC: 4250; 4265; 0365