

直流磁化测量中样品长度 修正因数的分析*

杨 宇¹⁾ 王玉贵 熊笑忠²⁾ 袁松柳 王顺喜

中国科学院等离子体物理研究所, 合肥, 230031

1990年8月20日收到

本文基于磁化电流在空间中磁场分布的计算, 对不同长度的超导样品在测量线圈中真正排磁通作了分析, 导出简单、明确的由检测线圈参数和样品长度所决定的修正因数。并将 BiPbSrCaCuO 高温单相样品截成不同长度, 进行实验验证。实验结果与本文中的分析符合得较好。为小截面超导样品绝对抗磁矩的测量和计算提供了一种准确的分析方法。

PACC: 7430C; 7560E

一、引 言

在高温氧化物超导体电磁性质研究方面, 磁化率的测量具有十分重要的意义。直流磁化率测量有: 磁感应、振动样品磁强计、磁秤、SQUID 磁强计等方法。因磁感应法简单易行, 测量范围广, 为国内大多数实验室普遍采用。使用提拉法进行直流磁化率测量时, 通常制作样品的截面积较大, 样品长度稍长于检验线圈的长度, 从而不考虑漏磁因素的影响。在实际材料研究中, 经常需要对不同长度小截面样品进行磁化率测量。本文通过对磁化电流在空间中产生磁场分布的计算, 定量确定了小截面超导样品的长度对磁化率测量的影响。引进一个与线圈参数和样品长度相关的修正因数, 样品真实磁矩为测量值与修正因数之比。用不同长度的 BiPbSrCaCuO 高温单相样品的测量值进行比较, 发现实验结果与计算分析符合得较好。

二、测量装置与实验

在磁感应法测量装置中, 位于磁体中央部位是两个反接的检测线圈, 每个检测线圈的长度为 $K(12\text{mm})$, 共绕 J 层 (60 层), 每层单位长度上有 n 匝 (90 匝/cm), 中间层到中心轴线的距离为 L_M ($L_{30} = 8.25\text{mm}$), 最内层线圈半径为 L_1 ($L_1 = 5\text{mm}$)。测量样品名义组分为: $\text{Bi}_{1.8}\text{Pb}_{0.34}\text{Sr}_{1.86}\text{Ca}_{2.0}\text{Cu}_{3.0}\text{O}_7$, 采用硝酸盐共分解法粗制的小块, 在 800°C 预烧

* 国家超导技术联合研究开发中心和中国科学院超导办公室资助的课题。

1) 本所 1988 级研究生。

2) 本所 1989 级研究生。

结 30 min 后, 置于 850℃ 的炉中烧结 50 h, 并按上述同样的条件重复研磨、烧结四次, 所有循环过程都在空气中进行. 详细制备工艺见文献 [1, 2]. 样品的零电阻温度为 107 K, 样品粉末 X 射线衍射图表明其高温单相性好. 被制作成长圆柱状的样品, 半径为 a (0.6 mm), 长度为 l , 同一样品依次被截成 20.1, 15.2, 11.2, 7.6 mm 进行测量. 使用 AC 4/3 型直流镜式检流计测量样品磁矩, 预先用标准互感线圈对它进行校正.

三、分析与计算

1. 基本假定

- 1) 所用样品为横截面小的圆柱状, 并在中心轴线上从一个检测线圈中心被提拉至另一检测线圈中心.
- 2) 磁化电流在样品长度上均匀分布, 即样品沿外场方向被均匀磁化 (或抗磁).
- 3) 对高温氧化物超导体可不考虑退磁因数的影响^[3].
- 4) 两个反接的检测线圈绕得比较均匀, 参数极为对称.

2. 计算

1) 半径为 a 的小环形电流 I 在空间任一点产生的磁感应强度 B , 如图 1 所示, 利用矢势 A 求解较为方便.

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I d\mathbf{l}}{r'} \quad (1)$$

积分沿着该小电流环进行, 因场在空间的分布具有轴向对称性. 从而总可旋转坐标, 使场点 P 位于 $yo z$ 平面. r' 为 P 点到电流元 $I d\mathbf{l}$ 的距离, R 为圆环中心 O 点到 P 点距离. 选取球坐标的极轴与直角坐标的 z 轴重合. 由对称性分析知

$$A_r = 0, \quad (2)$$

$$A_\theta = 0, \quad (3)$$

$$A_\phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{I a \sin \phi'}{r'} d\phi'. \quad (4)$$

按图 1 几何关系: $r' = \sqrt{R^2 + a^2 - 2Ra \sin \theta \sin \phi'}$. 可见 (4) 式是椭圆积分, 据假定 1), $R \geq \sqrt{L_1^2 + z^2} \gg a$, 因此, $2Ra \sin \theta \sin \phi' / (R^2 + a^2) \ll 1$, 在一级近似下, (4) 式积分为

$$A_\phi = \frac{\mu_0 I a^2}{4} \frac{R \sin \theta}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \quad (5)$$

在球坐标系中, 利用 $B = \nabla \times A$, 得^[4]

$$B_r = \frac{\mu_0 I a^2 \cos \theta}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}, \quad (6)$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I a^2}{4} \frac{R^2 - 2a^2}{(R^2 + a^2)^{5/2}} \sin \theta, \quad (7)$$

$$B_\phi = 0. \quad (8)$$

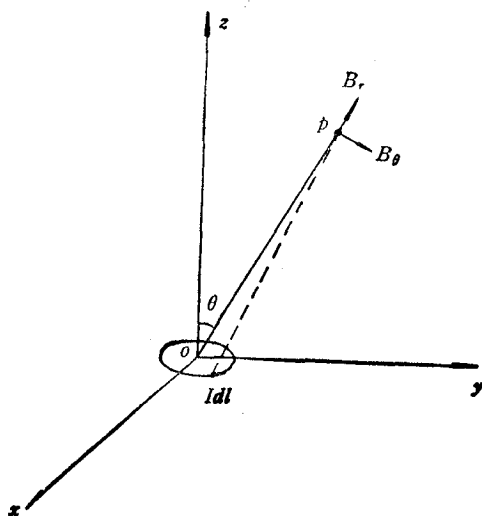


图1 小圆环电流在空间中磁感应强度计算示意图

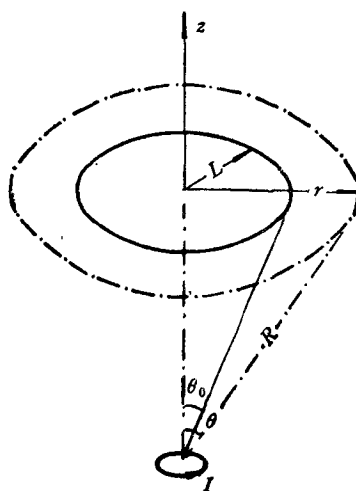


图2 小圆环电流对一匝线圈排磁通计算示意图

2) 小电流环对中心与其相距为 z 的一匝检验线圈排磁通计算

选取 z 方向为磁通量参考正向, 当检验线圈平面位于电流环平面上方时, $z > 0$ 。如图2所示, B_z 应为 $B_r \cos \theta - B_\theta \sin \theta$, 即

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{2} \frac{R^2 - 2a^2}{R^2 + a^2} \sin^2 \theta \right). \quad (9)$$

根据假定, 采用小截面圆柱样品, $a \ll R$, 得

$$B_z \approx \frac{\mu_0 I a^2}{4R^3} (2\cos^2 \theta - \sin^2 \theta). \quad (10)$$

对与其同轴半径为 L 的一匝线圈, 排磁通 ϕ_{11} 为 $\iint B_z dS$, 积分在检验线圈平面上, 沿该线圈外部的全部区域进行。注意到 $r = z \tan \theta$ 和 $dS = 2\pi r dr$, 并考虑到场分布的轴向对称性, 将(10)式代入积分, 结果为

$$\phi_{11} = -\frac{\mu_0 \pi a^2 I}{2z} \cos \theta_0 \sin^2 \theta_0, \quad (11)$$

式中 θ_0 为检测线圈中心和边缘对小环电流中心连线的夹角。

3) 长度为 l 的超导样品上的磁化电流对半径为 L 的一匝探测线圈排磁通计算

按假定2), 样品均匀抗磁, 在长度上均匀分布的线超流密度 j 为常数, 即 $dl = j dz$, 样品中心到该匝探测线圈的距离为 h , 如图3所示, 若检验线圈平面位于样品中心上方, 则 $h > 0$; 反之 $h < 0$ 。整个样品对一匝探测线圈的排磁通 ϕ_{A1} 为

$$\begin{aligned} \phi_{A1} &= \int d\phi_{11}, \\ \phi_{A1} &= -\frac{\mu_0 \pi a^2 j}{2} \int \frac{1}{z} \cos \theta_0 \sin^2 \theta_0 dz. \end{aligned} \quad (12a)$$

积分从样品下端 $h + l/2$ 积到上端 $h - l/2$, 考虑到 $z = L \cot \theta_0$, L 为常量, θ_0 为变

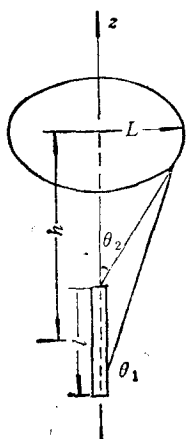


图3 小截面超导圆柱对一层线圈排磁通计算示意图

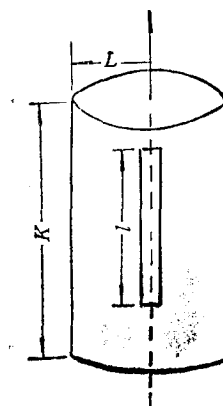


图4 小截面圆柱样品对一层线圈排磁通计算示意图

量, (12a) 式积分结果为

$$\phi_{A1} = -\frac{\mu_0 \pi a^2 j}{2} \left(\frac{h + l/2}{\sqrt{L^2 + (h + l/2)^2}} - \frac{h - l/2}{\sqrt{L^2 + (h - l/2)^2}} \right). \quad (12b)$$

4) 测量样品对密排在同一轴线上长为 K 半径为 L 的一层线圈排磁通计算

据假定, 样品与探测线圈同轴, 且样品中心同某一检测线圈的对称中心重合, 如图 4 所示. 因检验线圈单位长度的匝数为 n , 即 $dN = ndh$. 穿过该层线圈的总通量 ϕ_{AA} 为

$$\begin{aligned} \phi_{AA} &= \int \phi_{A1} dN, \\ \phi_{AA} &= -\frac{\mu_0 \pi a^2 j n}{2} \int_{-K/2}^{K/2} dh \left(\frac{h + l/2}{\sqrt{L^2 + (h + l/2)^2}} - \frac{h - l/2}{\sqrt{L^2 + (h - l/2)^2}} \right). \end{aligned} \quad (13a)$$

(13a) 式积分结果为

$$\phi_{AA} = -\mu_0 \pi a^2 j n \left[\sqrt{L^2 + \left(\frac{K+l}{2} \right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(\frac{K-l}{2} \right)^2} \right]. \quad (13b)$$

5) 穿过整个探测线圈 (J 层) 的总通量 ϕ 为

$$\begin{aligned} \phi &= \sum \phi_{AA}, \\ \phi &= -\mu_0 \pi a^2 j n \sum_{i=1}^J \left(\sqrt{L_i^2 + \left(\frac{K+l}{2} \right)^2} - \sqrt{L_i^2 + \left(\frac{K-l}{2} \right)^2} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

(14) 式中 L_i 为第 i 层线圈半径, πa^2 为样品面积 S , j 为测量样品的真正磁化强度 M . 线圈总匝数 N 为 nKJ , 并定义

$$\beta' = \frac{1}{KJ} \sum_{i=1}^J \left(\sqrt{L_i^2 + \left(\frac{K+l}{2} \right)^2} - \sqrt{L_i^2 + \left(\frac{K-l}{2} \right)^2} \right), \quad (15)$$

则

$$\phi = -\mu_0 S M N \beta'. \quad (16)$$

β' 可以根据线圈参数和样品长度由计算机算出. 事实上, 可以取中间层线圈半径 L_M 作为平均半径代入 (15) 式中计算, 即

$$\frac{1}{J} \sum_{i=1}^J \left(\sqrt{L_i^2 + \left(\frac{K+l}{2} \right)^2} - \sqrt{L_i^2 + \left(\frac{K-l}{2} \right)^2} \right) \approx \sqrt{L_M^2 + \left(\frac{K+l}{2} \right)^2} - \sqrt{L_M^2 + \left(\frac{K-l}{2} \right)^2}. \quad (17)$$

定义修正因数 β 为

$$\beta = \frac{1}{K} \left(\sqrt{L_M^2 + \left(\frac{K+l}{2} \right)^2} - \sqrt{L_M^2 + \left(\frac{K-l}{2} \right)^2} \right). \quad (18)$$

将本实验过程中所用线圈的参数,代入(15)和(18)式,即可求出不同长度样品的修正因数,见表1. 由表1可知,用线圈中间层的半径 L_M 作为平均半径代入计算,已得到较好的近似结果.

表1 本文所用检测线圈中样品几个典型长度的修正因数 (β' 在计算机上算出)

长度 (mm)	8	10	12	14	16	18	20
修正因数							
β	0.374	0.453	0.526	0.591	0.647	0.695	0.736
β'	0.378	0.458	0.528	0.592	0.647	0.693	0.732

由表1中还可看出,不同长度的样品有不同的修正因数 β , 样品较长, β 也较大. $0 < \beta < 1$, β 不可能等于1,这是由于超导样品磁矩产生的磁力线总有一部分在检测线圈内部闭合而线圈本身无法探测所致.

由(15)、(18)式将样品的真正磁矩 M 表示为

$$M = - \frac{\phi}{\mu_0 S N \beta}. \quad (19)$$

若测量中采用截面较大的样品,且样品较长,因而不考虑在探测线圈内部漏掉的磁通量,直接得

$$M = - \frac{\phi}{\mu_0 S N}. \quad (20)$$

(20)与(19)式相比仅相差一修正因数 β . 因参数对称的两探测线圈反接,外部磁体磁场(均匀)在两线圈中的总通量为零,只有样品超导时的磁矩对检测线圈的总通量有贡献,据假定,样品从一个检测线圈中心被提拉到另一线圈中心,有 $\Delta\phi = 2\phi$, 即

$$M = - \frac{\Delta\phi}{2\mu_0 S N \beta}. \quad (21)$$

因检流计偏转指示数 χ 正比于探测线圈总通量变化 $\Delta\phi$, 记比例系数为 C , 则

$$M = - \frac{C}{2\mu_0 S N \beta} \chi. \quad (22)$$

(22)式是考虑了长度修正因数 β 后磁矩的计算式,为了便于与人们普遍采用的单位相比较,还可将(22)式以高斯单位制的形式表示. 由它可以根据实验测量数据计算出超导样品在相应外磁场下的绝对磁矩.

四、计算与实验比较

采用本实验中所用线圈参数,即 L_M 为 8.25 mm, K 为 12 mm. 结合 (18) 式,算出长度为 20.1; 15.2; 11.2; 7.6 mm 样品的修正系数分别为 0.74; 0.63; 0.50; 0.36. 在同样的外磁场下(加场过程也相同),样品长度不同,磁矩的测量值也不同,但除以相应的修正系数 β 后,都给出相同大小的绝对磁矩. 例如,在升场过程中,当外磁场为 4.6 G 时,小截面 [$\pi \times (0.6)^2 \text{mm}^2$] 样品在上述系列长度下磁矩的测量值分别为 2.75; 2.37; 1.86; 1.34 emu/cm³. 若除以相应的修正系数后,给出的磁矩数据分别为 3.72; 3.76; 3.73; 3.72 emu/cm³,在实验误差范围内,可以认为它们是相同的. 其它场值下的磁矩,详见表 2.

表2 不同长度的小截面样品在升场和降场时磁矩实际测量值与修正值(磁矩单位为 emu/cm³)

长度 — $4\pi M$ (Oe) 磁场(G)	20.1 mm		15.2 mm		11.2 mm		7.6 mm	
	测量值	修正值	测量值	修正值	测量值	修正值	测量值	修正值
4.6	2.75	3.72	2.37	3.76	1.86	3.73	1.34	3.72
7.9	3.99	5.39	3.54	5.61	2.73	5.46	1.95	5.42
16.2	5.14	6.95	4.44	7.05	3.52	7.04	2.48	6.89
24.4	5.85	7.91	4.97	7.89	3.99	7.98	2.90	8.06
44.0	8.27	11.17	7.18	11.40	5.68	11.36	4.09	11.36
62.8	11.43	15.45	9.76	15.49	7.90	15.80	5.50	15.28
95.	15.53	20.98	13.40	21.27	10.65	21.3	7.49	20.81
124.	19.08	25.78	15.97	25.35	13.02	26.04	9.32	25.89
178.3	20.85	28.18	17.83	28.30	14.19	28.38	10.20	28.33
250.3	21.29	28.77	17.92	28.44	14.46	28.92	10.47	29.08
372.8	19.87	26.85	16.94	26.89	13.75	27.5	10.02	27.83
445.1	18.98	25.65	16.41	26.05	13.30	26.6	9.49	26.36
633.5	18.91	25.55	16.32	25.90	13.22	26.44	9.49	26.36
931.7	17.65	23.85	15.17	24.08	12.15	24.30	8.78	24.39
1834	17.30	23.38	14.90	23.65	12.06	24.12	8.52	23.67
934.3	16.85	22.77	14.64	23.24	11.53	23.06	8.34	23.17
638.7	16.67	22.53	14.19	22.52	11.44	22.88	8.16	22.67
369.7	15.08	20.38	12.42	19.71	10.02	20.04	7.27	23.19
95.5	5.68	7.68	4.88	7.75	3.81	7.62	2.84	7.89
8.2	-2.66	-3.59	-2.40	-3.81	-1.95	-3.90	-1.33	-3.69
0	-4.08	-5.51	-3.55	-5.63	-2.75	-5.50	-1.95	-5.42

五、结 论

采用磁感应法测量小截面超导样品的磁化率,对不同长度的样品,考虑长度修正因数后,由本文分析方法即可测量并计算出样品磁矩的绝对值,为超导材料的探索和电磁性质的研究提供了较准确的磁化数据.

- [1] N. Shun-ichi, O. Hiroshi, I. Ienari and Y. Ryoze, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **28**(1988), L27.
- [2] S. L. Yuan, Y. G. Wang, S. Z. Jin, Y. Yang, X. Z. Xiong and G. C. Han, *Supercond. Sci. Technol.*, **3** (1990), 204.
- [3] X. W. Cao, S. L. Huang, H. B. Liu, W. J. Zhang and Y. H. Zhang, *Cryogenics*, **29**(1989), 961.
- [4] 郭硕鸿编著, 电动力学, 高等教育出版社, (1984).

ANALYSIS OF CORRECTION FACTOR FOR SAMPLES' LENGTHS IN MEASUREMENT OF DC MAGNETIZATION

YANG YU WANG YU-GUI XIONG XIAO-ZHONG YUAN SONG-LIU WANG SHUN-XI

Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei, 230031

(Received 20 August 1990)

ABSTRACT

In this paper, we analysed the diamagnetization flux of samples with different lengths by calculating the distribution of the magnetic field produced by magnetization current. A simple and clear correction factor which was determined by the coil size and samples' lengths was obtained. An accurate calculation method for absolute magnetization of samples with small cross section was presented. Through the measurement of the susceptibility on BiPbSrCaCuO superconductors with different lengths, this method is shown to be valid.

PACC: 7430C; 7560E