第41卷 第7期　　物 理 学 报　　Vol. 41, No. 7
1992年7月　　ACTA PHYSICA SINICA　　July, 1992

非中心对称介质构成的光波导中的孤子传输*

郭 旗[1)] 任占梅 廖常俊 刘颂豪
华南师范大学量子电子学研究所，广州 510631

1991年4月29日收到

众所周知，由非线性 Schrödinger 方程描述的光学孤子可以在光纤（由中心对称介质构成的光波导）中稳定传输．本文在理论上证明，在强色散的条件下，非中心对称介质构成的光波导中（比如薄膜波导，晶体光纤等），同样可传输这种光学孤子．由于定义了等效折射率系数，本文的结果还可用来讨论此类波导中与非线性折射率相关的其他非线性光学效应，比如自相位调制效应等．

PACC: 4265J; 4210; 4110H

一、引　言

在非中心对称的光学介质中，二阶极化率 $\chi^{(2)}$ 不为零．与 $\chi^{(2)}$ 相联系的非线性效应，是描述能量转换（从某一频率的光波或一对相异频率的光波到不同频率的光波）的二阶效应，比如，二次谐波产生，差（和）频产生等[1]．为了得到较高的转换效率，必须满足相位匹配条件，但是，在由这类介质构成的光波导中，相位匹配条件一般很难满足，而波的相互作用距离往往很大（只要损耗足够小）．因此，在波的相互作用距离远远大于相干长度的区域，能量转换的二阶非线性效应变得非常微弱．在此情况下，是否有非能量转换的自作用非线性效应存在，是人们迄今为止还未解决的问题．

人们所熟知的是，Kerr 效应，椭圆极化，自聚焦，自相位调制[2]以及光学孤子[3,4]等自作用非线性效应，与非线性折射率密切相关．所谓非线性折射率，是指光的折射率是光强度的函数，即折射率 n 成为[2-4]

$$n(\omega,|E|^2)=n_0(\omega)+n_2|E|^2, \tag{1}$$

其中 n_0 为线性折射率部分，E 为电场强度，n_2 为非线性折射率系数，ω 为光（圆）频率．在以上提到的那些非线性效应中，光学孤子——单模光纤中传输的非线性光脉冲波包——引起了人们的极大兴趣，这是因为其具有实现超高速、超长距离全光通信的光纤孤子通信体制的潜力[3,4]．

为了理解非线性折射率的物理起源，必须研究光学介质中非线性极化的表达式．此表

* 国家自然科学基金资助的课题．
1) 中国科学技术大学博士后研究人员。

达式的实质，是将电极化强度 P 展开为电场强度 E 的幂级数（这里假设电场为线极化）[5,6]

$$P(\boldsymbol{r},t)=P^{(1)}(\boldsymbol{r},t)+P^{(2)}(\boldsymbol{r},t)+P^{(3)}(\boldsymbol{r},t)+\cdots$$
$$=\varepsilon_0\left[\int_{-\infty}^{\infty}\chi^{(1)}(t-\zeta)E(\boldsymbol{r},\zeta)d\zeta+\int_{-\infty}^{\infty}\chi^{(2)}(t-\zeta,t-\eta)E(\boldsymbol{r},\zeta)E(\boldsymbol{r},\eta)d\zeta d\eta\right.$$
$$\left.+\int_{-\infty}^{\infty}\chi^{(3)}(t-\zeta,t-\eta,t-\theta)E(\boldsymbol{r},\zeta)E(\boldsymbol{r},\eta)E(\boldsymbol{r},\theta)d\zeta d\eta d\theta\right]+\cdots,\quad(2)$$

其中电场强度矢量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=E(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{e}_x$，电极化强度矢量 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r},t)=P(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{e}_x$；$\chi^{(n)}$ $(n=1,2,3)$ 为介质的第 n 阶极化率张量 $\boldsymbol{\chi}^{(n)}$ 的分量之一，即 $\chi^{(1)}=\boldsymbol{\chi}^{(1)}:\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x$，$\chi^{(2)}=\boldsymbol{\chi}^{(2)}:\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x$，$\chi^{(3)}=\boldsymbol{\chi}^{(3)}:\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x$；$\varepsilon_0$ 为真空中的介电常数，而 $\boldsymbol{e}_x$ 为 x 轴的单位矢量（假设线极化场的极化方向在 x 轴）。通常认为，二阶极化率 $\chi^{(2)}$ 不可能对非线性折射率作出贡献[7]。因此，非线性折射率系数 n_2 仅与三阶极化率 $\chi^{(3)}$ 有关。在瞬时非线性响应的假设下，n_2 与 $\chi^{(3)}$ 的关系由下式给出[6]：

$$n_2=3\chi^{(3)}/(8n_0).\quad(3)$$

从方程(1)和(3)出发，已经证明：光纤（光纤由中心对称介质构成，其 $\chi^{(2)}$ 为零）中可传输光波包孤子。这种波包孤子由非线性 Schrödinger 方程[3,4]

$$i\frac{\partial}{\partial z}q-\frac{\beta''}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2}q+\frac{\omega n_2}{c}|q|^2q=0\quad(4)$$

描述，其中 q 为光脉冲波包，方程中其他符号的意义将在下面给出。

本文从理论上证明，在强色散条件下，非中心对称介质构成的光波导中的远场区域脉冲波包，将同样由非性线 Schrödinger 方程描述，但方程(4)中的非线性折射率系数将由等效非线性折射率系数代替（其定义将在下面给出）。与光纤中的孤子方程(4)类比表明，$\chi^{(2)}$ 对非线性折射率有附加的贡献存在。我们的出发点是非线性介质中的 Maxwell 波动方程[5,6]，使用的数学方法为约化摄动方法 (reductive perturbation method)[8]，此法已成功地用来讨论光纤中的孤子传输问题[9]。

二、摄动方程及其解

为了简单（但不失一般性）起见，我们仅讨论由非中心对称介质构成的光波导中的一维波传输，即暂不考虑波导横向效应的影响。在 x 轴的线性极化电场和上述假设下，Maxwell 波动方程为（mks 单位制）[5,6]

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}E(z,t)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(z,t)-\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}P(z,t)=0,\quad(5)$$

其中 μ_0 为真空中的磁导率，z 为沿波传播方向（波导纵向）的坐标，极化强度 P 由(2)式给出，但 $\boldsymbol{r}$ 由 z 代替。在上式中，我们使用了关系式 $\varepsilon_0\mu_0=1/c^2$，c 为真空中的光速。

方程(5)为非线性波动方程，其线性化方程[6]可存在按因子 $\exp[\pm i(\beta z-\omega t)]$ 变化的波动解，β（传播常数）和 ω 由色散关系

$$\beta=\omega n_0(\omega)/c\quad(6)$$

联系。鉴于这一事实，只要进一步假设波的振幅小而有限，即可根据约化摄动理论将方程

(5)的解按小参量 ε 和谐波因子 $\exp[in(\beta z-\omega t)]$ 展开[8]

$$E(z,t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}U_n(\xi,\tau)\exp[in(\beta z-\omega t)], \tag{7a}$$

$$U_n(\xi,\tau)=\sum_{\alpha=1}^{\infty}\varepsilon^{\alpha}U_n^{(\alpha)}(\xi,\tau), \tag{7b}$$

其中 ξ 和 τ 为由变换

$$\xi=\varepsilon^2 z, \tag{7c}$$

$$\tau=\varepsilon(t-\lambda z) \tag{7d}$$

引入的慢变摄动坐标，U_n 为慢变的第 n 次谐波波包（$U_{-n}=U_n^*$，星号表示其共轭量），λ 为群速度的倒数，即

$$\lambda=\partial\beta/\partial\omega. \tag{8}$$

(7)式中还使用了准单色波近似，从而使得波包的频谱宽度与光载波频率的比值 ε 为远远小于 1 的小参量.

这里，需要对(7)式作进一步的诠释. 首先要注意的是谐波 U_n 与通常意义下的谐波产生 (harmonic generations)[1] 的区别. 前者的相位因子为 $\exp\{in[\beta(\omega)z-\omega t]\}$，而第 n 次谐波产生的相位为 $\exp\{i[\beta(n\omega)z-n\omega t]\}$. 描述谐波产生，有一重要的参量，即相干长度 L_{coh}[1]

$$L_{coh}=1/(\Delta\beta)_n,$$

其中 $(\Delta\beta)_n=\beta(n\omega)-n\beta(\omega)$ $(n\neq 1)$ 称为相位失配 (phase mismatch). 当相位失配 $(\Delta\beta)_n$ 不为零时，谐波产生非常微弱，除非波的相互作用距离 L 小于相干长度 L_{coh}. 比较而言，从 U_n 的相位因子不难发现，其相位匹配条件是自然满足的. 后面将会看到，强色散条件[8]为 $(\Delta\beta)_n\gg O(\varepsilon)$. 当满足强色散条件时，自然有 $L_{coh}\ll O(1/\varepsilon)$. 因此，在 $L\gg O(1/\varepsilon)$ 的区域(远场区域)，谐波产生是非常微弱，几乎趋于零. 由于约化摄动法所求的正是在远场区域的场解[8]，因此，解(7)式仅仅为 U_n 的线性组合，而不包含各次谐波产生，为了区别 U_n 与第 n 次谐波产生，在下面的讨论中，我们将 U_n 称为第 n 次自谐波 (self-harmonics).

为了得到方程(5)的各级摄动方程，必须首先将方程(5)的各项按小量 ε 展开并合并同类项. 根据(7)式，求得各项展开式为

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial z^2}E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^m\Big[&u(m-5)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}U_n^{(m-4)}-u(m-4)\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\tau}U_n^{(m-3)}2\lambda\\&+u(m-3)\left(\lambda^2\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}U_n^{(m-2)}+2in\beta\frac{\partial}{\partial\xi}U_n^{(m-2)}\right)\\&-u(m-2)2in\beta\lambda\frac{\partial}{\partial\tau}U_n^{(m-1)}-(n\beta)^2U_n^{(m)}\Big]\exp[in(\beta z-\omega t)],\end{aligned} \tag{9a}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(E/c^2+\mu_0P^{(1)})=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^m\Big[&\sum_{r=0}^{m-1}i^r(\partial^rU^{(m-r)}/\partial\tau^r)\\&\times(d^rk_n^2/d\omega_n^r)/r!\Big]\exp[in(\beta z-\omega t)],\end{aligned} \tag{9b}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mu_0 P^{(r)}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=r}^{\infty}\varepsilon^m\Big[-(n\omega)^2 P^{(r)}_{m,n} - u(m-3)in\omega\frac{\partial}{\partial\tau}P^{(r)}_{m-1,n}$$

$$+u(m-4)\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}P^{(r)}_{m-2,n}\Big]\exp[in(\beta z-\omega t)],\quad r\geqslant 2, \tag{9c}$$

其中 $u(k)$ 为按下式定义的单位阶跃序列：

$$u(k)=\begin{cases}0, & k<0,\\ 1, & k\geqslant 0,\end{cases}$$

$$P^{(n)}_{m,l}=\frac{1}{c^2}\Big(\sum\sum_{\gamma_2,\gamma_3,\cdots,\gamma_n=-\infty}^{\infty}\cdots\sum\Big)\Big(\sum\sum_{\substack{\beta_2,\beta_3,\cdots,\beta_n=1\\ \beta_2+\beta_3+\cdots+\beta_n\leqslant m-1}}^{\infty}\cdots\sum\Big)\Big(\sum_{\alpha_1=0}^{\beta_1-1}\sum_{\alpha_2=0}^{\beta_2-1}\cdots\sum_{\alpha_n=0}^{\beta_n-1}\Big)\Big[\frac{i^{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}}{\alpha_1!\alpha_2!\cdots\alpha_n!}$$

$$\times\Big(\frac{\partial^{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n}}{\partial\omega^{\alpha_1}_{\gamma_1}\partial\omega^{\alpha_2}_{\gamma_2}\cdots\partial\omega^{\alpha_n}_{\gamma_n}}\chi^{(n)}_{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_n}\Big)\frac{\partial^{\alpha_1}}{\partial\tau^{\alpha_1}}U^{(\beta_1-\alpha_1)}_{\gamma_1}\frac{\partial^{\alpha_2}}{\partial\tau^{\alpha_2}}U^{(\beta_2-\alpha_2)}_{\gamma_2}$$

$$\times\cdots\times\frac{\partial^{\alpha_n}}{\partial\tau^{\alpha_n}}U^{(\beta_n-\alpha_n)}_{\gamma_n}\Big]\Big|_{\gamma_1=l-\gamma_2-\gamma_3-\cdots-\gamma_n,\ \beta_1=m-\beta_2-\beta_3-\cdots-\beta_n}, \tag{9d}$$

$\chi^{(n)}_{m_1,m_2,\cdots,m_n}$ 为 n 阶极化率 $\chi^{(n)}$ 的 n 维 Fourier 变换，即

$$\chi^{(n)}_{m_1,m_2,\cdots,m_n}=\int_{-\infty}^{\infty}\chi^{(n)}(\zeta_1,\zeta_2,\cdots,\zeta_n)\exp[i\omega(m_1\zeta_1+m_2\zeta_2+\cdots+m_n\zeta_n)]d\zeta_1d\zeta_2\cdots d\zeta_n,$$

而 $k_n=n\omega N_n/c$ $[N_n=(1+\chi^{(1)}_n)^{1/2}$ 为在频率 $n\omega$ 处的线性折射率。要注意的是，为了与其他文献中的习惯用法相对应，我们使用 n_0 来代替在载波 ω 处的线性折射率 N_1。

将(9)式代入方程(5)，令同次谐波的 ε 同次幂的系数为零，得

$$O(\varepsilon):\ W_nU^{(1)}_n=0, \tag{10}$$

$$O(\varepsilon^2)\ W_nU^{(2)}_n+Y_n\frac{\partial}{\partial\tau}U^{(1)}_n+\frac{n^2\omega^2}{c^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\chi^{(2)}_{m,n-m}U^{(1)}_mU^{(1)}_{n-m}=0, \tag{11}$$

$$O(\varepsilon^3)\ W_nU^{(3)}_n+Y_n\frac{\partial}{\partial\tau}U^{(2)}_n+Z_n\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}U^{(1)}_n+2in\beta\frac{\partial}{\partial\xi}U^{(1)}_n+\sum_{m=-\infty}^{\infty}S_{m,n-m}/c^2$$

$$+\frac{n^2\omega^2}{c^2}\sum_{m,p=-\infty}^{\infty}\sum\chi^{(3)}_{m,p,n-m-p}U^{(1)}_mU^{(1)}_pU^{(1)}_{n-m-p}=0. \tag{12}$$

在上面三式中，$W_n=k_n^2-(n\beta)^2$，$Y_n=2i(k_nk'_n-n\lambda\beta)$，$Z_n=\lambda^2-k_nk''_n-k'^2_n$，

$$S_{m,p}=[(m+p)\omega]^2[(U^{(1)}_mU^{(2)}_p+U^{(2)}_mU^{(1)}_p)\chi^{(2)}_{m,p}+i(U^{(1)}_m\partial U^{(1)}_p/\partial\tau\chi^{(2)}_{m,p'}+U^{(1)}_p\partial U^{(1)}_m/\partial\tau\chi^{(2)}_{m',p})]+2i(m+p)\omega\partial(U^{(1)}_mU^{(1)}_p)/\partial\tau\chi^{(2)}_{m,p},$$

$$k'_n=dk_n/d(n\omega),$$

$k''=d^2k_n/d(n\omega)^2$，$\chi^{(2)}_{m',p}=\partial(\chi^{(2)}_{m,p})/\partial(m\omega)$，等等。

根据方程(6)，得到 $W_{\pm1}=0$，并且明显地有 $W_0=0$，对于强色散条件[8]，要求 $|W_n|\gg O(\varepsilon)$，即 $W_n=(\Delta\beta)_n\neq 0$（当 $n\neq\pm1,0$ 时）。因此，从方程(10)，有

$$U^{(1)}_n=0,\ 当\ n\neq 0,\pm1\ 时, \tag{13}$$

$U^{(1)}_1$ 和 $U^{(1)}_0$ 将由更高阶的摄动方程决定。

考虑(13)式后，$n=1$ 时的二阶摄动方程(11)现在成为

$$Y_1\partial U^{(1)}_1/\partial\tau+\omega^2(\chi^{(2)}_{1,0}+\chi^{(2)}_{0,1})U^{(1)}_1U^{(1)}_0/c^2=0.$$

从(6)和(8)式不难发现 $Y_1=0$，因此，如果我们要求 $U_1^{(1)}$ 的非零解，上述方程成立的必要条件为

$$U_0^{(1)}=0. \tag{14}$$

利用(13)和(14)式，方程(11)给出

$$U_2^{(2)}=\chi_{1,1}^{(2)}U_1^{(1)2}/(n_0^2-N_2^2),\quad \text{当 } n=2 \text{ 时}, \tag{15}$$

和

$$U_n^{(2)}=0,\quad \text{当 } n\neq 0,\pm 1,\pm 2 \text{ 时}. \tag{16}$$

因为 $W_0=0$，我们不能从二阶摄动方程(11)中，直接求得 $U_0^{(2)}$，只有经过其他途径来解决这一问题[8]。为此，必须利用 $n=0$ 时的四阶摄动方程。由(9)式得 $n=0$ 时的四阶摄动方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}[Z_0U_0^{(2)}-(\chi_{-1,1}^{(2)}+\chi_{1,-1}^{(2)})|U_1^{(1)}|^2/c^2]=0,$$

即

$$U_0^{(2)}=(\chi_{-1,1}^{(2)}+\chi_{1,-1}^{(2)})|U_1^{(1)}|^2/[(c\beta')^2-N_0^2]. \tag{17}$$

到此为止，我们已经发现，由于 $\chi^{(2)}$ 不为零，在 ε 的二阶近似上将产生二次自谐波和零次自谐波(后者又可称为"光整流" (optical rectifications)[10])。

在此必须强调的是，虽然用约化摄动法得到的高于三阶的摄动方程的解会包含长期项 (secular terms)[9,11]，但我们在这里仅用四阶方程来确定 $U_0^{(2)}$，因此不会出现类似的问题。

利用上面已得到的结果($W_1=Y_1=0$ 和(13)—(17)式)，从 $n=1$ 的三阶方程(12)，立即得到

$$i\frac{\partial}{\partial\xi}U_1^{(1)}-\frac{\beta''}{2}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}U_1^{(1)}+\frac{\omega}{2cn_0}(3\chi_1^{(3)}+\gamma)|U_1^{(1)}|^2U_1^{(1)}=0, \tag{18}$$

其中

$$\gamma=2\chi_1^{(2)}\{2\chi_0^{(2)}/[(c\beta')^2-N_0^2]+\chi_2^{(2)}/(n_0^2-N_2^2)\}, \tag{19}$$

$\chi_1^{(3)}=\chi_{-1,1,1}^{(3)}=\chi_{1,-1,1}^{(3)}=\chi_{1,1,-1}^{(3)}$，$\chi_0^{(2)}=\chi_{-1,1}^{(2)}=\chi_{1,-1}^{(2)}$，$\chi_2^{(2)}=\chi_{1,1}^{(2)}$，$\chi_1^{(2)}=\chi_{1,0}^{(2)}=\chi_{0,1}^{(2)}=\chi_{-1,2}^{(2)}=\chi_{2,-1}^{(2)}$ (在此使用了时间对称非线性响应的假设[9])。

方程(18)是由摄动参量 $U_1^{(1)}$，ξ 和 τ 来表示的，这些摄动参量必须用真实的参量 q，z 和 T 来代替[12]，这里

$$q=2\varepsilon U_1^{(1)} \tag{20}$$

为脉冲波包函数，$T=t-\beta'z$ 为波包的运动坐标。

利用变换式(7c)，(7d)和(20)，方程(7a)和(18)可分别变换为

$$E(z,t)=(1/2)q(z,t)\exp[i(\beta z-\omega t)]+\text{c.c.}+O(\varepsilon) \tag{21}$$

和

$$i\partial q/\partial z-(\beta''/2)\partial^2q/\partial T^2+(\omega n_{2\text{eff}}/c)|q|^2q=0, \tag{22}$$

其中 c.c. 表示其前面表达式的复共轭，而 $n_{2\text{eff}}$ 为等效非线性折射率系数，其定义为

$$n_{2\text{eff}}=n_2[1+\gamma/(3\chi_1^{(3)})]. \tag{23}$$

在此定义式中，我们使用了 n_2 与 $\chi_1^{(3)}$ 的关系式，即(3)式。

需强调的是，方程(22)是在"一维波传播"的假设下得到的。为了考虑波导的横向效应对波传播的影响，需严格求解三维波动方程。但可以推测，与光纤中的孤子方程类似[3,9,12]，如果我们在方程(22)等号右端最后一项中乘以一考虑横向效应的因子，方程(22)就应该适用于三维情形。当然，结果究竟如何，要具体计算后才会知道，这也正是我们计划中的工作。

三、讨 论

1. 非中心对称介质中的折射率

比较表明，除了用 $n_{2\mathrm{eff}}$ 代替 n_2 以外，方程(22)与非线性 Schrödinger 方程(4)没有其它差别。经过方程(22)与(4)的类比，不难发现，在强色散条件下，非中心对称介质的折射率 n 应为

$$n(\omega, |E|^2) = n_0(\omega) + n_{2\mathrm{eff}}|E|^2. \tag{24}$$

从上式可见，二阶非线性极化率 $\chi^{(2)}$ 通过等效非线性折射率系数，对非中心对称介质的折射率有附加的贡献。从物理概念上定性地来看，这种附加贡献是由于光载波（即基波）本身和由它产生的自谐波相互作用的结果。这种相互作用不是直接的作用，而是一种间接作用。如我们所知，光载波(基波)通过 $\chi^{(2)}$ 并不能直接在基波频率处产生效应，因而人们认为 $\chi^{(2)}$ 并不能与非线性折射率发生联系[7]。如果仅考虑第一次非线性作用(直接作用)，这一结论是正确的。但是，如我们已看到的那样，由于 $\chi^{(2)}$ 不等于零，光载波与其本身和其共轭波的三波相互作用过程会分别产生二次自谐波和零次自谐波(光整流[10])，它们分别为(为了清楚明瞭起见，我们把其相位因子也同时写出)

$$E_2 = U_2\exp[i2(\beta z - \omega t)] \propto U_1^{(1)2}\exp[i2(\beta z - \omega t)]^{1)}$$

和

$$E_0 = U_0 \propto |U_1^{(1)}|^2.$$

这是第一次非线性作用(直接作用)过程。这些新的波成分一旦出现，在传输过程中（注意，我们讨论的波相互作用距离远远大于相干长度），它们通过 $\chi^{(2)}$ 会和基波发生新的二次非线性相互作用，这是间接相互作用过程。二次自谐波 E_2 与基波共轭波 E_1^* 的二次互作用，会在载(基)波频率 ω 上产生非线性极化

$$\begin{aligned}\chi^{(2)}E_2E_1^* &= \chi^{(2)}U_2\exp[i2(\beta z - \omega t)]U_1^*\exp[-i(\beta z - \omega t)]\\ &\propto |U_1^{(1)}|^2U_1^{(1)}\exp[i(\beta z - \omega t)]\end{aligned}$$

同理，零次自谐波(光整流) E_0 与载(基)波 E_1 的二次互作用结果为

$$\chi^{(2)}E_0E_1 = \chi^{(2)}U_0U_1\exp[i(\beta z - \omega t)] \propto |U_1^{(1)}|^2U_1^{(1)}\exp[i(\beta z - \omega t)].$$

上述结果均会在载(基)波频率 ω 上产生附加效应，这种效应和三阶极化率 $\chi^{(3)}$ 单独存在时的作用结果相似，故二阶极化率 $\chi^{(2)}$ 对非线性折射率存在附加贡献。

从数学上看，$\chi^{(2)}$ 对非线性折射率的附加贡献，来源于方程(12)中等号右端第五项

1) 当基波与二次谐波的群速度相同(准稳态问题)时，在相位匹配条件满足且忽略泵浦损耗的情况下，超短脉冲所产生的二次谐波场正比于基波场的平方(见沈元壤著，顾世杰译，非线性光学原理(上册)，科学出版社，110—112 页)。这一结论与我们这里的结果相同。实际上，二次自谐波自动满足相匹配条件，且与基波有相同的群速度。

$\sum S_{m,p}$. 而 $S_{m,p}$ 表达式中的前两项，正好代表上述的二次非线性作用过程.

下面进一步讨论等效非线性折射率系数 $n_{2\mathrm{eff}}$ 的符号问题.

由于在远离共振频率的波段上(正是我们所感兴趣的波段)，线性折射率为 ω 的单增函数[13]，即 $N_2^2-n_0^2=N_2^2-n_1^2>0$. 因此，当满足

$$\chi_2^{(2)}/(N_2^2-n_0^2)>2\chi_0^{(2)}/[(c\beta')^2-N_0^2]$$

时，由(19)式得出 $\gamma<0$. 更进一步如果有

$$-\gamma>3\chi_1^{(3)}, \tag{25}$$

等效非线性折射率系数会出现负值. 而(3)式中的非线性折射率系数是恒大于零的.

下面会看到，$n_{2\mathrm{eff}}$ 的这种与 n_2 不同的性质，会产生新的孤子效应. 需要强调的是，条件式(25)是由具体的材料所决定的，即由材料的线性折射率和二阶极化率的色散特性决定.

2. 波包孤子

因为方程(22)也是非线性 Schrödinger 方程，所以光学孤子的有关结果[3,4]均可直接移植到由非中心对称介质构成的光波导中.

(1) $n_{2\mathrm{eff}}>0$ 的情况

首先，我们假设 $n_{2\mathrm{eff}}>0$，在负色散区域 ($\beta''<0$) 将存在亮孤子[3]传输. 孤子周期[14]为

$$Z_0=0.16\pi B^2/|\beta''|,$$

其中 B 为脉冲的 $3dB$ 时间带宽，而形成基本孤子所需的峰值功率密度[14]为

$$I_0=n_0c^2/(8\omega Z_0 n_{2\mathrm{eff}}).$$

同时，在正色散区域 ($\beta''>0$)，将存在暗孤子[3]解.

(2) $n_{2\mathrm{eff}}<0$ 的情况

光纤中的 n_2 恒为正数. 因此，我们仅能在负色散区域观察到亮孤子，而在正色散区域观察到暗孤子.

与光纤中的孤子传输不同，当条件式(25)满足时(可通过选择材料来满足)，非中心对称介质波导中的 $n_{2\mathrm{eff}}$ 将出现负值. 此时，在正色散区域会存在亮孤子传输，而暗孤子将在负色散区域存在. 这正是人们一直在希望寻求的情况[1)].

3. 实验问题

这里，拟给出几个有可能在实验上观察到上述孤子效应的介质波导. 一般而言，可观察到二次谐波产生等能量转移二阶非线性效应的波导，均可作为我们的选择对象. 薄膜波导[15,16]是我们首先要提到的，因为这是人们所熟知的由非中心对称介质构成的介质波导. 但不幸的是，由于其表面的不完善会使衰减增大，从而限制了传输距离[16]，因此除非薄膜波导的制造技术有了很大改进，这种波导暂时还不能为我们所选用. 另一可考虑的波导为晶体光纤[17]，这种光纤是为了代替昂贵的非线性晶体以得到二次谐波产生而制造

1) 见陈英礼在非线性波导光学研讨会(1990年1月，广州)上的发言.

的.

最后要指出的是，一般的普通光纤，经过一定的技术处理后，也可表现出上述效应.最近的研究表明[18]，普通光纤经泵浦辐射数小时后，会观察到足够强的二次谐波产生. 理论上已证明[19]，经泵浦辐射后，普通光纤中会产生所谓的自构造二阶非线性极化率栅 (self-organized $\chi^{(2)}$ grating). 当引入这种自构造栅后，就可以用标准的过程来研究波的非线性传输[20]. 这就不难理解为什么二阶极化率为零的普通光纤中会有二阶非线性过程存在.实际上，只要用这种自构造栅来代替等效非线性折射率系数[(23)和(19)式]中的$\chi^{(2)}$，方程(22)就可直接应用于经过泵浦辐射后的普通光纤. 经上述处理后的普通光纤，其波包孤子演化方程由(4)式变为(22)式. 如果 $n_{2eff} > n_2$ (当 $\gamma > 0$ 时)，非线性增加，这意味着观察到相同孤子效应的输入功率可以减小，比未经处理前减小了 n_{2eff}/n_2 倍. 如果 $n_{2eff} < 0$ (当条件(25)式满足时)，我们就会在普通光纤的正常色散区观察到亮孤子. n_{2eff} 的值究竟如何变化，要具体计算自构造栅和(23)式后才会知晓，但其有趣的特性已经显露出来.

作者郭旗感谢林为干教授、周国生教授、杨淑雯教授、黄念宁教授和陈宗蕴副教授的鼓励和有益讨论.

[1] Y. R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1984), Chap. 6 and 7.

[2] All those effects, see, e.g., Y. R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1984), Chap. 16 and 17

[3] A. Hasegawa, Optical Solitons in Fibers, Second Enlarged Edition, Springer-Verlag, Berlin, (1990).

[4] About self-phase modulations in fibers and optical solitons, see, e.g., G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Inc., Boston, (1989), Chap. 4 and 5.

[5] Y. R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1984), Chap. 1—3.

[6] G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Inc., Boston, (1989), Chap. 2.

[7] For a review and related reference, see W. L. Smith, CRC Handbook of Laser Science and Technology (edited by M. J. Weber), Vol. 3, Optical Materials, Part 1: Nonlinear Optical Properties/Radiation Damage, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, (1986), Sec. 1.3; see also, S. A. Akhmanov, A. P. Sukhorukov, and R. V. Khokhlov, *Usp. Fiz. Nauk*, 93(1967), 19 [*Sov. Phys. Uspekhi*, 93(1968), 609].

[8] T. Taniuti and K. Nishihara, Nonlinear Waves, Pitman Publishing Inc., Marshfield, Massachusetts, (1983), Chap. 3.

[9] Y. Kodama and A. Hasegawa, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-23(1987), 510.

[10] Y. R. Shen, The Principles of Nonlinear Optics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1984), Chap 5.

[11] Y. Kodama, *J. Phys. Soc. Japan*, 45(1978), 311.

[12] Q. Guo (郭旗) *et al*, *Opt. Commun.*, 81(1991), 321.

[13] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, Sixth Edition, Pergamon Press, Oxford, (1980), pp. 90—98.

[14] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen and J. P. Gordon, *Phys. Rev. Lett.*, 45(1980), 1095.

[15] D. B. Anderson and J. T. Boyd, *Phys. Lett.*, 19(1971), 266; S. Zemon *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, 21(1972), 327; J. P. van der Ziel *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, 25(1974), 238.

[16] W. K. Burns and A. B. Lee, *Appl. Phys. Lett.*, 24(1974), 222; B. U. Chen, C. L. Tang and J. M. Telle, *Appl. Phys. Lett.*, 25(1974), 495.

[17] M. Fejer *et al.*, *Laser Focus*, 21(1985) 60 and references therein.

[18] U. Österberg and W. Margulis, *Opt Lett.*, 11(1986), 516.

[19] R. H. Stolen and H. W. K. Tom, *Opt. Lett.*, 12(1987), 585.

[20] G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, Inc., Boston, (1989), pp. 319—325.

SOLITON PROPAGATION IN OPTICAL WAVEGUIDES MADE OF MEDIA WITH NON-CENTRAL SYMMETRY

GUO QI　REN ZHAN-MEI　LIAO CHANG-JUN

LIU SONG-HAO

Institute of Quantum Electronics, South China Normal University, Guangzhou 510631.

(Received 29 April 1991)

ABSTRACT

In this paper, it is demonstrated theoretically that, under the strong dispersion condition, the optical waveguides made of the media with non-central symmetry where the second order nonlinear susceptibility (SONS) is not zero, e.g.the thin-film waveguides and crystalline fibers, can also support these solitons but the nonlinear-index coefficient (NIC) in the nonlinea schrödinger equation should be substituted by the effective NIC defined here. The results obtained here can be easily extended to discuss the other nonlinear effects connected with the NIC in the media with noncentral symmetry because of the definition of the effective NIC.

PACC: 4265J; 4210; 4110H