

具有单轴各向异性的磁性超晶格中的自旋波*

沈文忠 李振亚

苏州大学物理系, 苏州 215006

1991年8月5日收到

应用转移矩阵的方法研究具有单轴各向异性的磁性超晶格中的自旋波谱, 得到自旋波所满足的色散方程, 分析在一定的参量条件下, 单轴各向异性强度对自旋波谱的影响。

PACC: 7530D; 7550R

一、引 言

近10多年来, 对于人工合成的磁性超晶格材料, 包括由磁性材料和非磁性材料交替组成的超晶格及由磁性材料交替组成的超晶格, 人们产生浓厚的兴趣^[1-8]. 在理论上, 已经有很多方法对超晶格结构进行了研究, 如转移矩阵方法^[1-4], 递推方法^[5], 格林函数方法^[6]等; 在实验上, 也有多种方法如光散射等对这类超晶格材料进行了研究^[7].

另一方面, 实验研究表明, 磁性材料中存在着很强的各向异性场, 它对于材料的磁学性质起着很重要的作用. 已经有许多作者研究了具有单轴各向异性的铁磁体^[9]、反铁磁体^[10]和亚铁磁体^[11]中的自旋波谱. 而关于磁性超晶格中各向异性场对其自旋波的影响, 据作者所知还没有人涉及. 本文应用转移矩阵的方法^[1-4]研究单轴各向异性场对磁性超晶格中自旋波谱的影响。

二、理 论

选取的超晶格是由两种不同的铁磁性层状材料(假设均为简单立方结构)交替组成的. 每个元胞中分别包含有 n_1 层一类材料1和 n_2 层另一类材料2, 每种材料的交换作用常数分别为 J_1 和 J_2 , 自旋分别为 S_1 和 S_2 . 界面为(001)平面, 界面间的交换作用常数为 J , 晶格常数为 a_0 (如图1所示). 元胞长度为 $na_0 = (n_1 + n_2)a_0$.

对于材料1和2, 它们的体哈密顿量在无外场的情况下可以分别写为

$$\hat{H}_1 = -\frac{1}{2} \sum_{\langle mi \rangle} J_i \hat{S}_m \cdot \hat{S}_i - \sum_m D_i (S_m^z)^2,$$

* 国家自然科学基金资助的课题。

$$\hat{H}_2 = -\frac{1}{2} \sum_{\langle m,j \rangle} J_2 \hat{S}_m \cdot \hat{S}_j - \sum_m D_2 (S_m^z)^2, \quad (1)$$

其中 D_1, D_2 为单轴各向异性参量, 分别表征材料的各向异性场的强弱, 求和在最近邻之间进行。

界面层间的相互作用哈密顿量可表示为

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 = & -\frac{1}{2} \sum_{\langle m,j \rangle} J \hat{S}_m \cdot \hat{S}_j - \sum_m D_1 (S_m^z)^2 \\ & - \sum_j D_1 (S_j^z)^2, \quad (2) \end{aligned}$$

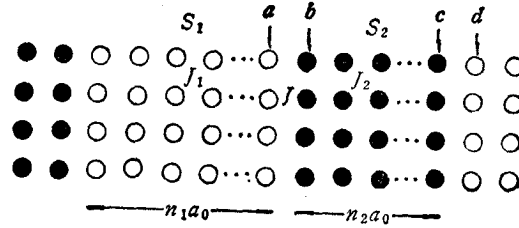


图1 磁性超晶格结构

其中对 m, j 的求和分别对属于材料 1

和材料 2 的界面层进行, 也同样仅考虑最近邻自旋之间的交换作用。

在无规相近似内, 算符 S_m^+ 在两种材料内和界面层内的运动方程分别为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} S_m^+ = 2D_\alpha \langle S_\alpha^z \rangle S_m^+ + \langle S_\alpha^z \rangle \sum_{\langle n,m \rangle} J_\alpha (S_m^+ - S_n^+), \quad (\alpha = 1, 2), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} S_m^+ = & 2D_\alpha \langle S_\alpha^z \rangle S_m^+ + \sum_{\langle n,n' \rangle} J_{m,i} (\langle S_\alpha^z \rangle S_m^+ - \langle S_\alpha^z \rangle S_n^+), \\ & (\alpha, \alpha' = 1, 2), \quad (4) \end{aligned}$$

其中当最近邻自旋属于同一界面层内时, $J_{m,i} = J_\alpha$, $\alpha' = \alpha$, 否则 $J_{m,i} = J$, $\alpha' \neq \alpha$ 。

当材料 1 和 2 单独存在时, 在其体内, 设 $S_m^+ \propto \exp(i\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$, ($\alpha = 1, 2$), 在材料 1, 2 中的体自旋波色散方程可获得为

$$\begin{aligned} \hbar\omega = & 2D_1 \langle S_1^z \rangle + J_1 \langle S_1^z \rangle (z - v_{k_1}), \\ \hbar\omega = & 2D_2 \langle S_2^z \rangle + J_2 \langle S_2^z \rangle (z - v_{k_2}), \quad (5) \end{aligned}$$

其中 z 为最近邻配位数, 并且 $v_{k_\alpha} = \sum_{\langle mn \rangle} \exp(i\mathbf{k}_\alpha \cdot \boldsymbol{\delta})$, ($\alpha = 1, 2$), $\boldsymbol{\delta}$ 为与格点 m 相距最近的格点的位置矢量。

讨论暂限于低温 ($T \ll T_c$) 的情形, 因此可近似地认为两种材料的自旋是有序的, 而取 $\langle S_\alpha^z \rangle = S_\alpha + 1$, ($\alpha = 1, 2$)。

选取超晶格中第 l 个元胞来考虑, 这第 l 个元胞处于从 $(l-1)n_0 + a_0$ 到 ln_0 的区间内。除界面上的格点 (a, b, c, d) 外, 其余格点如同在自身体材料中的情形一样而有相同的近邻环境。对于体材料 1 和 2, 自旋波振幅可表述如下正负行波解的线性组合:

$$\begin{aligned} S_m^+ = & [A_l \exp(i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}) + B_l \exp(-i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})] \exp(-i\omega t), \quad (\text{对于材料 1}); \\ S_m^+ = & [C_l \exp(i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}) + D_l \exp(-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})] \exp(-i\omega t), \quad (\text{对于材料 2}). \quad (6) \end{aligned}$$

对于界面上的格点, 不难求得它们 (a, b, c, d 层) 所满足的运动方程

$$A \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} C_l \\ D_l \end{pmatrix}$$

和

$$C \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} C_l \\ D_l \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中矩阵 A, B, C, D 分别为

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 \bar{g}_1 h_1 & \lambda_1 g_1 \bar{h}_1 \\ J \bar{g}_1 h_1 & J g_1 \bar{h}_1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} J & J \\ \lambda_2 & \lambda_2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} J & J \\ \lambda_1 & \lambda_1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \lambda_2 \bar{g}_2 h_2 & \lambda_2 g_2 \bar{h}_2 \\ J \bar{g}_2 h_2 & J g_2 \bar{h}_2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$h_\alpha = e^{i\alpha k_\alpha a_0}, \quad \bar{h}_\alpha = 1/h_\alpha = e^{-i\alpha k_\alpha a_0}, \quad (\alpha = 1, 2);$$

$$g_\alpha = e^{ik_\alpha a_0}, \quad \bar{g}_\alpha = 1/g_\alpha = e^{-ik_\alpha a_0}, \quad (\alpha = 1, 2);$$

$$\lambda_1 = J\Delta - J_1(\nu_1 + \bar{g}_1) - (\hbar\omega/S_1 - 2D_1) + (z-1)J_1;$$

$$\lambda_2 = J/\Delta - J_2(\nu_2 + \bar{g}_2) - (\hbar\omega/S_2 - 2D_2) + (z-1)J_2;$$

$$\lambda_\alpha \text{ 为 } \lambda_\alpha \text{ 中 } \bar{g}_\alpha \text{ 换成 } g_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2);$$

$$\nu'_\alpha = 2 \cos k_{\alpha z} a_0 + 2 \cos k_{\alpha y} a_0, \quad (\alpha = 1, 2);$$

$$\Delta = S_2/S_1. \quad (9)$$

由(7)式可求得转移矩阵 M

$$\begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix} = C^{-1}DB^{-1}A \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} \equiv M \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix}. \quad (10)$$

按布洛赫定理有

$$\begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix} = \exp(iqD) \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix}. \quad (11)$$

从上面两式可得

$$[M - \exp(iqD)] \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = 0. \quad (12)$$

根据对称性, (A_{l-1}, B_{l-1}) 与 (A_l, B_l) 之间有

$$[M^{-1} - \exp(iqD)] \begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = 0. \quad (13)$$

对于任意一个元胞 l , (12) 与 (13) 式都成立, 故有

$$\cos(qD) = \frac{1}{2}(M + M^{-1}) = \frac{1}{2} \text{Tr} M. \quad (14)$$

上式最后一步是由于 2×2 矩阵 M 的行列式为 1. (14) 式就是本文所得到的具有单轴各向异性的磁性超晶格中的自旋波色散方程.

三、计算结果与讨论

下面应用(14)式进行数值计算.

由于(14)式中是复数表示形式, 有必要通过代数运算, 使之简化. (9) 式中的 $k_\alpha (\alpha = 1, 2)$ 其实就是指 z 方向的 $k_{\alpha z}$ ($\alpha = 1, 2$).

当选定 $k_{\alpha z}$, $k_{\alpha y}$ 为实数时, 波矢 k_α (即 $k_{\alpha z}$, $\alpha = 1, 2$) 一般取实数形式. 如果

k_1, k_2 均为实数值, 则由 (6) 式可知, 这表明磁性超晶格内的自旋波振幅为振荡型, 为行波形式; 而当 k_1 或 k_2 取复数值时, 表明自旋波振幅在一种材料内为衰减型, 非行波形式, 导致整个超晶格内的自旋波也为衰减型, 频谱处于行波解的允许带之外, 而当 k_1 和 k_2 均为复数时, 自旋波谱必然为衰减型。

由 (8), (9), (10) 和 (14) 式计算可知, 当 k_1, k_2 都为实数时 (k_1, k_2 在给定 ω 和 $k_{\alpha x}, k_{\alpha y} (\alpha = 1, 2)$ 情况下由体色散关系 (5) 式决定), 超晶格的色散方程变为

$$\begin{aligned} \cos(qD) &= -\frac{\operatorname{Re}(M_{11})}{4J^2 J_1 J_2 \sin k_1 a_0 \sin k_2 a_0}, \\ \operatorname{Re}(M_{11}) &= 4J^2 \left[\frac{1}{\Delta^2} J_1^2 \nu_1 \sin k_1 d_1 \cdot \sin k_2 (d_2 - a_0) + \Delta^2 J_2^2 \nu_2 \sin k_1 (d_1 - a_0) \sin k_2 d_2 \right. \\ &\quad \left. - J_1 J_2 \nu_3 \nu_4 \right] + 8J J_1 J_2 \left[\frac{1}{\Delta} J_1 \nu_1 \nu_4 \sin k_1 d_1 + \Delta J_2 \nu_2 \nu_3 \sin k_2 d_2 \right] \\ &\quad - 8J_1^2 J_2^2 \nu_1 \nu_2 \sin k_1 d_1 \sin k_2 d_2, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \nu_\alpha &= 1 - \cos k_\alpha a_0, \quad (\alpha = 1, 2); \\ \nu_{\alpha+2} &= \sin k_\alpha d_\alpha - \sin k_\alpha (d_\alpha - a_0), \quad (\alpha = 1, 2); \\ d_\alpha &= n_\alpha a_0, \quad (\alpha = 1, 2). \end{aligned}$$

而当 k_1 为复数, k_2 为实数时, g_1, \bar{g}_1, h_1 和 \bar{h}_1 均为实数, 这时超晶格的色散方程变为

$$\begin{aligned} \cos(qD) &= \frac{F}{2J^2 J_2 (\lambda_1 - \bar{\lambda}_1) \sin k_2 a_0}, \\ F &= \{ (\bar{g}_1 h_1 x^2 - g_1 \bar{h}_1 y^2) \sin k_2 (d_2 - a_0) + (2\lambda_1 J_2 x - 2\bar{\lambda}_1 J_2 y) \\ &\quad \cdot \sin k_2 d_2 + [(\lambda_1 J_2)^2 - (\bar{\lambda}_1 J_2)^2] \sin k_2 (d_2 + a_0) \}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $x = \lambda_1 J / \Delta - J^2 - \lambda_1 J_2$, $y = \bar{\lambda}_1 J / \Delta - J^2 - J_2 \bar{\lambda}_1$, $d_2 = n_2 a_0$.

在选定 $k_{\alpha x} = k_{\alpha y} = 0$, ($\alpha = 1, 2$); $n_1 = n_2 = 10$, $\Delta = S_2 / S_1 = 2/3$, $J / J_1 = \pm 1.5$ (正负分别代表界面为铁磁和反铁磁相互作用) 条件下, 讨论各向异性参量对超晶格中自旋波的影响。

图 2 给出各向异性参量与相互作用常数为同数量级 ($D_1 / J_1 = 1$, $D_2 / D_1 = 1.5$) 界面为铁磁相互作用时的自旋波色散曲线。发现当 k_1, k_2 都为实数时 ($1 < \hbar\omega / 2D_1 S_1 < 3$) 得到宽的允许带和窄的禁带; 而当 k_1 为复数, k_2 仍为实数时 ($3 < \hbar\omega / 2D_1 S_1 < 11/3$), 得到窄的允许带和宽的禁带。对于界面为反铁磁相互作用的情形 (图 3), 自旋波的色散曲线表明在 k_1 为复数, k_2 仍为实数时, 允许带仍然较窄和禁带较宽; 与界面为铁磁相互作用的情形相比较, 则允许带更窄, 禁带更宽一些。但当 k_1, k_2 都为实数时, 在一定的频率范围内 (约 $1.5 < \hbar\omega / 2D_1 S_1 < 3$) 允许带则明显变窄, 禁带明显变宽。

图 4 给出各向异性参量比相互作用常数大一个数量级 ($D_1 / J_1 = 10$, $D_2 / D_1 = 1.5$), 界面为铁磁相互作用时的自旋波色散关系。与图 2 比较, 可以发现, 随着各向异性强度的增加, 超晶格中自旋波频率明显向下迁移, 模式数也增多。其允许带与禁带的特征与图 2, 图 3 有类似之处。但是当界面为反铁磁相互作用的情形 (图 5), 在 k_1 为复数, k_2 仍为实数时 (此时体 1 内自旋波为衰减型) ($1.2 < \hbar\omega / 2D_1 S_1 < 1.2667$) 则允许带消失, 整个频率范围为禁带。

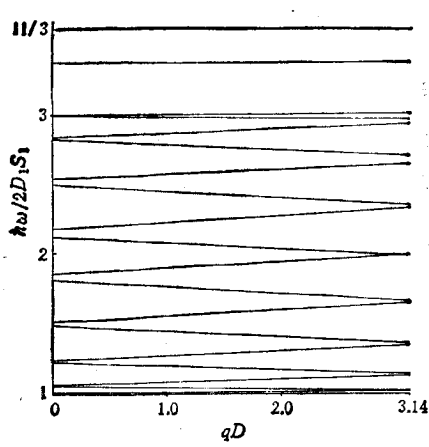


图2 磁性超晶格中自旋波色散曲线 $n_1 = n_2 = 10$;
 $D_1/J_1 = 1$; $D_2/D_1 = 1.5$; $S_2/S_1 = 2/3$; $J = 1.5J_1$

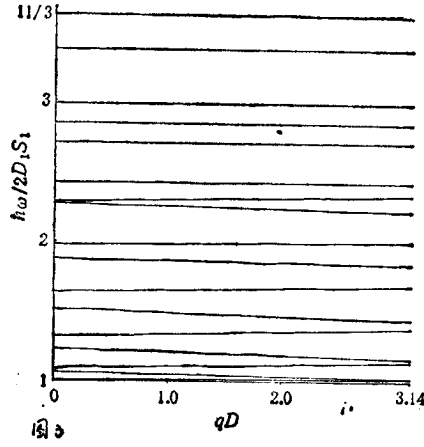


图3 磁性超晶格中的自旋波色散曲线 $n_1 = n_2 = 10$;
 $D_1/J_1 = 1$; $D_2/D_1 = 1.5$; $S_2/S_1 = 2/3$; $J = 1.5J_1$

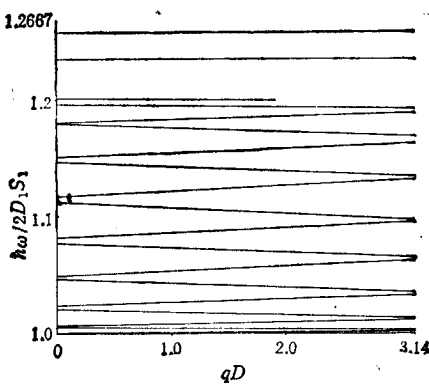


图4 磁性超晶格中的自旋波色散曲线 $n_1 = n_2 = 10$;
 $D_1/J_1 = 1$; $D_2/D_1 = 1.5$; $S_2/S_1 = 2/3$; $J = 1.5J_1$

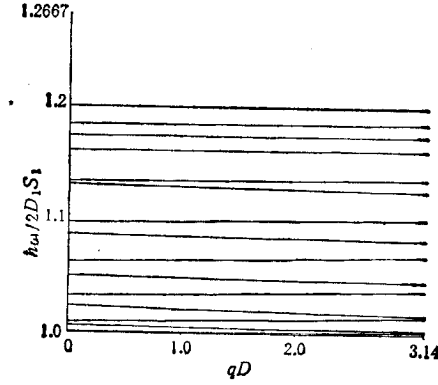


图5 磁性超晶格中的自旋波色散曲线 $n_1 = n_2 = 10$;
 $D_1/J_1 = 1$; $D_2/D_1 = 1.5$; $S_2/S_1 = 2/3$; $J = 1.5J_1$

至此,本文应用转移矩阵方法研究了各向异性场对磁性超晶格中自旋波的影响.与不考虑各向异性情形^[2]相比较,可以发现各向异性场除了使自旋波的波谱发生迁移,允许带与禁带宽度发生变化外,还明显地影响自旋波的模式数.在 k_1, k_2 都为实数区域,自旋波模式数增多,而且随着各向异性强度的增加而增多.在 k_1 和 k_2 中有一个为复数,一个为实数的情形,例如取 k_1 为复数, k_2 为实数的区域,自旋波模式数明显减少,特别是当界面为反铁磁相互作用时可以使允许带消失.这是由于当 k_1, k_2 都为实数时,自旋波振幅是振荡的,而单轴各向异性场的引入加速其振荡,从而使自旋波模式数增加,且随各向异性的强度增加而增多.但当两个波矢之一为实数如 k_1 为复数, k_2 为实数时,此时自旋波振幅呈衰减趋势,单轴各向异性场的引入加速其衰减,从而使自旋波模式数减少直至消失.这些结果表明,磁性超晶格中各向异性场的存在对于磁性集体激发有重要的不可忽视的影响.

感谢沈明荣同志在数值计算上给予的协助.

- [1] J. Barnaś, *J. Phys. C*, **21**(1988), 1021.
- [2] E. L. Albuquerque, P. Fulco, E. F. Sarmiento and D. R. Tilly, *Solid State Commun.*, **58**(1986), 41.
- [3] J. Barnaś, *J. Phys. C*, **21**(1988), 4097.
- [4] J. Barnaś, *J. Phys.: Condens. Matter*, **2**(1990), 7173.
- [5] J. Mathon, *J. Phys.: Condens. Matter*, **1**(1989), 2505.
- [6] L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani and H. Puzkarski, *Phys. Rev.*, **B33**(1986), 3251 .
- [7] A. Kueny, M. R. Khan, I. K. Schuller and M. Grimsdith, *Phys. Rev.*, **B29**(1984), 2879.
- [8] T. Jarlborg and A. J. Freeman, *J. Appl. Phys.*, **53**(1982), 8041.
- [9] C. A. Queriroz and W. Figueiredo, *Phys. Rev.*, **B37**(1987), 5544.
- [10] Maulindu, K. Singh and M. N. Sharma, *Acta. Phys. Pol.*, **A78**(1990), 591.
- [11] Wen-Zhong Shen and Zhen-Ya Li, *Phys. Lett. A*, to be published.

SPIN WAVES IN A MAGNETIC SUPERLATTICE WITH SINGLE-ION UNIAXIAL ANISOTROPY

SHEN WEN-ZHONG LI ZHEN-YA

Department of Physics, Suzhou University, Suzhou 215006

(Received 5 August 1991)

ABSTRACT

The transfer-matrix method is employed to investigate the spin waves in a magnetic superlattice with a single-ion uniaxial anisotropy. The dispersion equation of the spin waves is obtained. The effect of anisotropy strength on the spin waves spectrum is also discussed.

PACC: 7530D; 7550R