

混合流体浸润相变的研究 (IV)*

二元系统浸润相变的临界特性

宋 岩

中国科学院理论物理研究所, 北京 100080

丁 鄂 江

中国科学院理论物理研究所, 北京 100080; 北京师范大学低能核物理研究所, 北京 100875

黄 祖 洽

北京师范大学低能核物理研究所, 北京 100875

1991 年 10 月 10 日收到

本文研究了二元 Sullivan 流体在二相共存、三相共存时的临界指数。发现所得临界指数并不依赖于模型参量和动力学势的对称性, 具有普适性, 同时, 这一组临界指数满足标度律。

PACC: 6810; 6470

一、引 言

在文献[1]—[3]中, 用动力学方法详细研究了二元 Sullivan 流体系统的浸润相变性质。结果表明: 对一给定系统, 墙的不同作用可导致一级相变或二级相变的出现。为进一步揭示其浸润性质, 有必要对其临界特性进行研究。

浸润相变的临界行为, 早已有人用不同的方法对不同的系统进行过研究, 但所得结果存有较大差异。如用 Landau 理论研究 q 态 Potts 流体^[4], 所得临界指数与 q 无关, 即具有所谓超普适性。与此相反, 用平均场理论研究^[5]表明, 临界指数依赖于一个流体系统的特征参量 ω , 用 van der Waals 理论研究^[6]所给出的临界指数依赖于所用模型的参量, 这些都是不具有普适性的例子。对二元三相系的 Landau 理论研究^[7]表明, 临界指数在一定范围内具有普适性, 在另一范围内就不具有普适性。凡此种种, 使临界行为成为浸润相变理论研究中的一个引人注目的问题。就本工作中所用研究方法探讨临界行为, 自然是势在必行。

二、浸润相变中的临界指数

在动力学图象中, τ_0 代表粒子经过某一给定位置的时刻, 也即代表了浸润膜的厚度,

* 国家自然科学基金与国家教育委员会博士点基金资助的课题。

可选为浸润相变问题中的序参量,在发生相变时, z_0 从有限变化到无穷. 设墙对流体的作用强度为 E , 它与温度 T 有关. 设临界点处 E 和 T 的值分别为 E_c 和 T_c , 定义

$$\tau \equiv |E - E_c| \approx |T - T_c| \rightarrow 0^+. \quad (1)$$

为简便计,本文只研究从部分浸润一侧趋近临界点的情况,故上式加绝对值,这样临界指数只有一套.

在气-液相变中,临界指数定义为

$$C_V \approx \tau^{-\alpha}, \quad \rho - \rho_c \approx \tau^\beta, \quad \kappa \approx \tau^{-\gamma} \quad (\tau \rightarrow 0^+),$$

其中

$$\begin{aligned} C_V &\equiv \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V - T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_V, \\ \kappa &\equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T - \left(\frac{1}{V} \right) \left[1 / \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T \right]_T \approx 1 / \left[2\rho^2 \left(\frac{\partial F}{\partial \rho} \right)_T \right. \\ &\quad \left. + \rho^3 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} \right)_T \right], \end{aligned} \quad (2)$$

其中 F 为系统自由能, V 为系统体积, P 为压强, ρ 为其密度, U 为内能, T 为绝对温度. 在临界点附近, (2) 式成为

$$C_V \approx \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_V, \quad \kappa \approx 1 / \left[2\rho_c^2 \left(\frac{\partial F}{\partial \rho} \right)_T + \rho_c^3 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} \right)_T \right]. \quad (3)$$

根据 Landau 理论,自由能对序参量的级数在临界点附近没有奇次导数项,因此(3)式中 $\left(\frac{\partial F}{\partial \rho} \right)_T = 0$, 则(3)式成为

$$C_V \approx \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_V, \quad \kappa^{-1} \approx \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} \right)_T. \quad (4)$$

在讨论浸润相变问题时,以 σ_1 记表面自由能(取部分浸润的)取代 F , 以浸润膜厚度 z_0 取代 ρ , 再应用定义式(1), 得到浸润相变中的临界指数表达式为

$$\left(\frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial \tau^2} \right) \approx \tau^{-\alpha}, \quad z_0 - z_{0c} \approx \tau^\beta, \quad \left(\frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial z_0^2} \right) \approx \tau^\gamma \quad (\tau \rightarrow 0^+). \quad (5)$$

这与文献[4]至[6]所用一致.

三、二元二相系中的临界指数

文献[1]讨论了二元二相系的浸润相变级别,该文给出了初始条件关系式

$$(1+a)pe^{a\lambda_0 h_0} - (\lambda_0 - e_1) - (1-a)(a_0^2 - \lambda_0)e^{-a\lambda_0} = 0, \quad (6)$$

$$(1+b)(b - b_0^2)e^{b\lambda_0 h_0} - 2be_2 + (1-b)(b + b_0^2)e^{-b\lambda_0 h_0} = 0, \quad (7)$$

其中 p 为一个正的常数, a, b 分别为势在液态峰处两主轴方向曲率, λ_0 为液态峰的横坐标, e_1, e_2 分别为墙对两种组份的作用强度, a_0^2, b_0^2 为两个常数, h_0 为与 z_0 有关的一个量. 由于相变发生在 $e_1 = \lambda_0$ 处, 故(1)式成为 $\tau = |e_1 - \lambda_0|$, 在(7)式中固定 $e_2 =$ 常数. 因为 z_0 很大, 由(7)式得

$$h_0 \approx e^{-bt_0}. \quad (8)$$

代入(6)式,得

$$\tau \approx e^{(a-2b)t_0}, \text{ 或 } e^{-at_0}. \quad (9)$$

对二级相变, $a \leq 2b$, 以下分两种情况讨论:

(1) $a < b$: 则由(8)和(9)式得

$$\tau \approx e^{-at_0}, \quad e^{t_0} \approx \tau^{-\frac{1}{a}}, \quad h_0 \approx \tau^{\frac{b}{a}}. \quad (10)$$

而部分浸润自由能表达式中包含以下各级量:

$$e^{2at_0}h_0^2, \quad e^{-2at_0}, \quad e^{7bt_0}h_0^2, \quad e^{-2bt_0}h_0^2, \quad h_0^2.$$

应用(8)式可将它们改写成序参量形式

$$e^{2(a-2b)t_0}, \quad e^{-2at_0}, \quad e^{-2bt_0}.$$

显然,其中支配项为

$$\sigma_1 \approx e^{-2at_0}. \quad (11)$$

由(5)和(10)式, $\left(\frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial t_0^2}\right) \approx e^{-2at_0} \approx \tau^2$, 因此 $\gamma = 2$. 由(10)式, $t_0 \approx \ln \tau$, 因此 $\beta = 0$.

应用(10)式可将自由能(11)式在临界点附近展开

$$\sigma_1 \approx \tau^2.$$

由(5)式知: $\alpha = 0$. 这组指数显然满足标度关系 $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$.

(2) $b < a \leq 2b$: 则由(8)和(9)式得

$$\tau \approx e^{(a-2b)t_0}, \quad e^{t_0} \approx \tau^{\frac{1}{a-2b}}, \quad h_0 \approx \tau^{\frac{b}{a-2b}}. \quad (12)$$

因此, $t_0 \approx \ln \tau$, $\beta = 0$, 而部分浸润自由能关于 t_0 展开式中的支配项为

$$\sigma_1 \approx e^{2(a-2b)t_0},$$

则 $\left(\frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial t_0^2}\right) \approx e^{2(a-2b)t_0} \approx \tau^2$, 故 $\gamma = 2$. 在临界点附近有: $\sigma_1 \approx \tau^2$, 由(5)式知 $\alpha = 0$.

标度关系 $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$ 仍然满足.

四、二元三相系中的临界指数

文献[2]讨论了二元三相系中的浸润相变,那里给出了初始条件关系式

$$H_1 = \Gamma_{10}(1 - \alpha)e^{-at_0} + \Gamma_{21}(1 + \alpha)e^{at_0}h_0 + \dots \quad (13)$$

$$H_2 = \Gamma_{30}(1 - \beta)e^{-\beta t_0} + \Gamma_{41}(1 + \beta)e^{\beta t_0}h_0 + \dots \quad (14)$$

由(13)式,当给定 $H_1 \neq 0$ 时解出

$$h_0 \sim e^{-at_0}. \quad (15)$$

由于相变发生在 $H_2 = 0$ 处,故可令 $\tau = |H_2|$, 则由(14)式得

$$\tau \approx e^{(\beta-\alpha)t_0}, \quad e^{t_0} \approx \tau^{\frac{1}{\beta-\alpha}}, \quad h_0 \approx \tau^{\frac{\alpha}{\beta-\alpha}}. \quad (16)$$

部分浸润自由能中各项的量级分别为

$$e^{-2at_0}, \quad e^{2at_0}h_0^2, \quad e^{-2\beta t_0}, \quad e^{2\beta t_0}h_0^2, \quad h_0, \quad (17)$$

其中支配项为

$$\sigma_1 \approx e^{2\beta t_0} h_0^2. \quad (18)$$

它可写成序参量表示的形式: $\sigma_1 \approx e^{-2(\alpha-\beta)t_1}$. 应用前面的方法, 仍可求出 $\nu = 2$. 由 (16) 式中间一式可得 $\beta = 0$. (18) 式写成 $\sigma_1 \approx \tau^2$ 后即知 $\alpha = 0$. 标度律仍然满足.

如果令 $H_1 = 0$, 关系式 (15) 成为 $h_0 \approx e^{-2\alpha t_1}$, 同样可求出各临界指数, 与这里结果完全一致.

通过计算还可知道, 所得结果对 $\alpha < 2\beta$ 和 $\alpha > 2\beta$ 完全一样.

五、讨 论

通过以上计算可以看到, 所得临界指数都是普适的, 与系统的状态无关, 这与文献 [4] 一样, 与文献 [7] 的情形则不完全一致. 有一点是各文献都有的, 即 $\beta = 0$, 各文献都给出了序参量随 τ 减小时的 对数发散关系.

由此可知: Sullivan 流体的临界浸润相变指数有普适性, 能够满足标度律, 模型参数并不影响其临界性质. 但是, 由文献 [1] 和 [2] 知, 浸润相变级别则是敏感地依赖于模型参数.

- [1] 宋岩、丁鄂江、黄祖洽, 物理学报, **40**(1991), 1492.
- [2] 宋岩、丁鄂江、黄祖洽, 物理学报, **41**(1992), 948.
- [3] 宋岩、丁鄂江、黄祖洽, 物理学报, **41**(1992), 960.
- [4] G. Forgacs, H. Orland and M. Schick, *Phys. Rev.*, **B33** (1986), 95.
- [5] E. Brezin, B. I. Halperin and S. Leiberman, *Phys. Rev. Lett.*, **50** (1983), 1387.
- [6] T. Aukrust and E. H. Hauge, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1814.
- [7] E. H. Hauge, *Phys. Rev.*, **B33** (1986), 3322.

STUDY ON WETTING TRANSITION IN A FLUID MIXTURE

CRITICAL EXPONENTS IN THE WETTING TRANSITION

Song Yan

Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica, Beijing 100080

Ding E-Jiang

Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica, Beijing 100080;

Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875

Huang Zu-qia

Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875

(Received 10 October 1991)

The expression of critical exponents in wetting transition at two-phase and three-phase coexistence in Sullivan mixture are studied. It is found that the critical exponents depend neither on the model parameters nor on the symmetry of dynamical potential, i. e.: the exponents have universality.

PACC: 6810; 6470