

# 水槽中孤波相互作用的微扰变分分析\*

陈陆君 梁昌洪 吴鸿适

西安电子科技大学, 西安 710071

1991 年 11 月 21 日收到; 1992 年 3 月 31 日收到修稿

对 Wu 等人所观察到的水槽孤波相互作用的现象, 给出了微扰变分解析分析, 所得结果初步解释了水槽中孤波相互吸引和相互排斥现象, 同时给出了同相双孤波的合并周期和第一次合并时间, 孤子间的相互作用力及相互作用势, 为孤波相互作用提供了粒子描述.

PACC: 0340G; 4735; 0340K

## 一、引 言

自 1984 年 Wu, Keolian 和 Rudnick<sup>[1]</sup> 首次报道在实验上发现水槽中的非传播孤波以来, 已有许多学者对此进行了理论探索, Larraza 和 Putterman 提出了非传播表面波导理论<sup>[2,3]</sup>, 他们独立于 Miles 的 Lagrangian 平均分析<sup>[4]</sup>, 同时得到了支配水槽中孤波的非线性 Schrödinger 方程. 我国学者, 如魏荣爵等人<sup>[5-8]</sup>, 颜家壬、黄国翔等人<sup>[9-11]</sup> 也进行了一系列有益的理论研究.

关于水槽中孤波的相互作用, Wu 等人有如下描述: “同相极化孤子相互吸引, 但很微弱, 例如, 当两孤子中心间距 20cm 时, 大约要用 15min 的时间吸引到它们严重重叠的程度”, “反相孤子将排斥到相距 12cm 的状态稳定下来”. 文献[12]对这一问题作了理论分析, 但根据实验结果看来, 要更好地解释实验, 须作进一步分析, 并与本文分析结合起来. 基于微扰变分法<sup>[13]</sup>, 本文给出了两孤波相互作用的解析分析, 初步解释了部分实验现象. 当然, 应该指出, 水槽中流体孤波相互作用是十分有趣, 而又极其复杂的领域, 理论工作还有待进一步改进.

## 二、双孤波相互作用的微扰变分解

Larraza 和 Putterman 利用多重尺度技术, 给出水槽中孤子的演化方程

$$i2\omega \frac{\partial \phi_1}{\partial t} - C^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial x^2} + (\omega_1^2 - \omega^2)\phi_1 - A|\phi_1|^2\phi_1 = 0, \quad (1)$$

其中  $C^2 = g[T + kd(1 - T^2)]/(2k)$ ,  $A = k^4(6T^4 - 5T^2 + 16 - 9T^{-2})/8$ ,  $\omega_1^2 = kgT$ ,  $k = \pi/B$ ,  $T = \tanh(kd)$ ,  $B, d$  分别为水槽宽度和水的深度,  $g$  为重力加速度. 图 1 为水

\* 国家自然科学基金资助的课题.

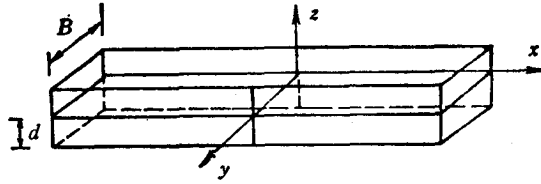


图1 水槽示意图

槽孤波示意图。自由水面相对静止水面的高度  $\zeta(x, y, t)$  由下式确定:

$$\begin{aligned} \zeta(x, y, t) = \frac{1}{g} \left\{ [-i\omega\phi_1 e^{i\omega t} \cos ky + \text{c.c.}] + \left[ \frac{1}{2} k^2 |\phi_1|^2 \right. \right. \\ \cdot (T^2 + 1) \cos 2ky + \frac{1}{2} k^2 |\phi_1|^2 (T^2 - 1) \left. \right] - \left[ \frac{1}{4} k^2 \right. \\ \left. \cdot (3/T^2 - 1) \phi_1^2 e^{i2\omega t} \cos 2ky + \text{c.c.} \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

作归一化变换

$$\tau = -(\omega_1^2 - \omega^2)/(2\omega)t, \quad \xi = \sqrt{(\omega_1^2 - \omega^2)/C^2} \cdot x, \quad \phi_1 = \sqrt{2(\omega_1^2 - \omega^2)/A} \Psi, \quad (3)$$

(1)式化为

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \Psi + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + 2|\Psi|^2 \Psi = 0. \quad (4)$$

(4)式有一般单孤子解

$$\begin{aligned} \Psi(\xi, \tau) = 2a \operatorname{sech}[2a(\xi - v\tau)] \exp\{i v \xi / 2 \\ - i[(1 - 4a^2) + v^2/4]\tau\}. \end{aligned} \quad (5)$$

当  $a = 1/2$  且  $v = 0$  时, 即为非传播孤波解。

按照 Anderson 等人<sup>[3]</sup>的处理方法, 把双孤波解看成是充分远离的单孤波解的线性迭加, 即

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Psi_k = 2a_k \operatorname{sech}[2a_k(\xi - \xi_k)] \exp[i2b_k(\xi - \xi_k) \\ + i\varphi_k - i\tau] \quad (k = 1, 2). \end{aligned} \quad (7)$$

试探解(7)式中的  $a_k(\tau)$ ,  $b_k(\tau)$ ,  $\xi_k(\tau)$  和  $\varphi_k(\tau)$  都是时间的慢变函数, 并由后面将给出的它们之间的非线性耦合方程确定, 因此(6)式并不是通常意义下简单的线性迭加。显然, 当  $2a_k = 2a$ ,  $2b_k = v/2$ ,  $-2b_k \xi_k(\tau) + \varphi_k(\tau) - \tau = -\{(1 - 4a^2) + v^2/4\}\tau$  时, (7)式即为单孤波解(5)式, 当双孤波之间存在相互作用时, 各参数不再满足上述关系。把(6)式代入(4)式并按文献[14]方式分离(这种分离方式是为使方程(8)近似可积, 同时只考虑一次交叉项而不考虑二次交叉项, 从而可得下面(11)式, 得到描述两孤子重迭时相互作用的耦合方程

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \Psi_k}{\partial \tau} - \Psi_k + \frac{\partial^2 \Psi_k}{\partial \xi^2} + 2|\Psi_k|^2 \Psi_k = -2T_{lk}, \\ T_{lk} = \Psi_l^* \Psi_k^2 + 2\Psi_l |\Psi_k|^2, \quad l \neq k, \quad l, k = 1, 2, \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $T_{lk}$  将作为微扰项处理。为研究(7)式中 4 对时间慢变参数的演化, 将(8)式转化为

变分形式, 其 Lagrangian 量可写成

$$L = \iint (L_1 + L_c) d\xi d\tau, \quad (9)$$

其中

$$L_1 = \sum_{k=1,2} \left[ \frac{1}{2} i \left( \Psi_k^* \frac{\partial \Psi_k}{\partial \tau} - \Psi_k \frac{\partial \Psi_k^*}{\partial \tau} \right) - |\Psi_k|^2 - \left| \frac{\partial \Psi_k}{\partial \xi} \right|^2 + |\Psi_k|^4 \right], \quad (10)$$

$$L_c = 2(\Psi_1 \Psi_2^* + \Psi_1^* \Psi_2)(|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2). \quad (11)$$

在得到  $L_c$  的变分运算中已忽略了  $T_{ik}$  中对  $\Psi_i$  的依赖,  $L_z$  为双独立孤波解的  $L$  量. 为计算  $L_c$ , 作如下近似约定和符号规定

$$\begin{aligned} |a_1 - a_2| &\ll a, \quad |b_1 - b_2| \ll b, \\ |a_1 - a_2| \Delta &\ll 1, \quad a \Delta \gg 1, \\ |b_1 - b_2| \Delta &\ll 1, \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(a_1 + a_2), \quad b = \frac{1}{2}(b_1 + b_2), \\ \Delta &= \xi_1 - \xi_2, \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1, \\ \beta &= 2b\Delta + \Delta\varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

将(7)式代入(9)–(11)式, 得

$$L = \int [\langle L_1 \rangle + \langle L_c \rangle] d\tau, \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle L_1 \rangle &= \int L_1 d\xi \\ &= \sum_{k=1,2} \left[ -4a_k \frac{d\varphi_k}{d\tau} + 8a_k b_k \frac{d\xi_k}{d\tau} - 16b_k^2 a_k + \frac{16}{3} a_k^3 \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle L_c \rangle &= \int L_c d\xi \\ &= 4 \times 16 \int [a_1^3 a_2 \operatorname{sech}^3 Z_1 \operatorname{sech} Z_2 \\ &\quad + a_2^3 a_1 \operatorname{sech}^3 Z_2 \operatorname{sech} Z_1] \cos[\Delta\varphi \\ &\quad + 2b_1 \xi_1 - 2b_2 \xi_2 + 2(b_2 - b_1)\xi] d\xi. \end{aligned} \quad (16)$$

对(14)式施行参数变分

$$\frac{\delta L}{\delta \varphi_k} = 0 \Rightarrow 4 \frac{da_k}{d\tau} = - \frac{\partial \langle L_c \rangle}{\partial \varphi_k}, \quad (17)$$

$$\frac{\delta L}{\delta \xi_k} = 0 \Rightarrow 8 \frac{d(a_k b_k)}{d\tau} = \frac{\partial \langle L_c \rangle}{\partial \xi_k}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_k} = 0 \Rightarrow 8a_k \frac{d\xi_k}{d\tau} - 32a_k b_k = -\frac{\partial \langle L_c \rangle}{\partial b_k}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_k} = 0 \Rightarrow 8b_k \frac{d\xi_k}{d\tau} - 4 \frac{d\varphi_k}{d\tau} - 16b_k^2 + 16a_k^2 = -\frac{\partial \langle L_c \rangle}{\partial a_k}. \quad (20)$$

充分利用近似约定(12)式并忽略积分中的相对小量,可得

$$\langle L_c \rangle \approx 4 \times 64a^3 \cos \beta e^{-2a\Delta}. \quad (21)$$

在计算  $\partial \langle L_c \rangle / \partial b_k$ ,  $\partial \langle L_c \rangle / \partial a_k$  时,需考虑对  $b_k$  或  $a_k$  求导后在积分号下出现的与  $(\xi - \xi_k)$  乘积项的贡献,例如

$$\frac{\partial \langle L_c \rangle}{\partial b_1} \approx 4 \times 32a^4 \sin \beta \cdot I, \quad (22)$$

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{8 \times 2}{[e^{2a_1(\xi-\xi_1)} + e^{-2a_1(\xi-\xi_1)}]^3 [e^{2a_2(\xi-\xi_2)} + e^{-2a_2(\xi-\xi_2)}]} + \frac{8 \times 2}{[e^{2a_1(\xi-\xi_1)} + e^{-2a_1(\xi-\xi_1)}][e^{2a_2(\xi-\xi_2)} + e^{-2a_2(\xi-\xi_2)}]^3} \right\} \cdot (\xi - \xi_1) d\xi.$$

利用近似约定(12)式可知,积分号下第一项远小于第二项,且可作如下近似,并令  $z = \xi - \xi_1$ ,

$$I \approx \int_{-\infty}^{-\frac{1}{2}(\xi_1-\xi_2)} z e^{6a\xi_1-6a\xi_1} \frac{dz}{(e^{2az} + e^{-2az} \cdot C_1^2)^3 e^{-2az}} \approx \frac{1}{2a^2} e^{-2a\Delta} - \frac{16\Delta}{8a} e^{-2a\Delta}, \quad (23)$$

其中  $C_1^2 = e^{-4a(\xi_1-\xi_2)} = e^{-4a\Delta}$ ,同理,可得  $\partial \langle L_c \rangle / \partial b_2$  和  $\partial \langle L_c \rangle / \partial a_k$ , 将(21), (22)等式代入(17)~(20)式并合并  $ia_k + b_k$ , 有

$$\frac{d(ia_k + b_k)}{d\tau} = (-1)^k 64a^3 e^{1\beta-2a\Delta}, \quad (24)$$

$$\frac{d\xi_k}{d\tau} = 4b_k - 8a \sin \beta e^{-2a\Delta} + 32a^2 \Delta \sin \beta e^{-2a\Delta}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_k}{d\tau} &= 4(b_k^2 + a_k^2) - 16ab \sin \beta e^{-2a\Delta} \\ &\quad + 64a^2 b \Delta \sin \beta e^{-2a\Delta} + 96a^2 \sin \beta e^{-2a\Delta} \\ &\quad - 64a^3 \Delta \cos \beta e^{-2a\Delta}. \end{aligned} \quad (26)$$

(25)式等号右端第二项,(26)式等号右端第三、五项是文献[14]中所遗漏的,且(23)式近似号右端第一项符号差异导致了(25)式等号右端第二项和(26)式中相关项与文献[14]的差异,不过这些差异只影响  $\xi_k, \varphi_k$  本身,对其差值  $\xi_1 - \xi_2$  和  $\varphi_2 - \varphi_1$  不产生影响. 由(24)式中二式相加可得  $i(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) = \text{const}$ , 因此

$$2a = a_1 + a_2 = \text{const}, \quad (27)$$

$$2b = b_1 + b_2 = \text{const}. \quad (28)$$

利用(27),(28)式,从(25),(26)式中分别得到

$$\frac{d\Delta}{d\tau} = -4(b_2 - b_1), \quad (29)$$

$$\frac{d\Delta\varphi}{d\tau} = 8a(a_2 - a_1) + 8b(b_2 - b_1). \quad (30)$$

通过对  $X = Na^2e^{i\theta-2a\Delta}$  求导, 再利用(24), (29)和(30)式, 可得  $Y = i(a_1 - a_2) + (b_2 - b_1)$  的关系式

$$Y^2 - 32a^2e^{i\theta-2a\Delta} = M^2 = \text{const}, \quad (31)$$

其中  $N = 32$  是比较系数而得。再由(24)和(31)式可得  $Y$  的方程

$$\frac{dY}{d\tau} = 4a[Y^2 - M^2]. \quad (32)$$

(32)式有解

$$Y = -M \tanh[4Ma\tau + \alpha_1 + i\alpha_2]. \quad (33)$$

注意到  $(b_2 - b_1) = \text{Re}(Y)$  代入(29)式, 容易解出

$$\Delta(\tau) - \Delta(0) = \frac{1}{2a} \ln \frac{\cosh[8ap\tau + 2\alpha_1] + \cos[8aq\tau + 2\alpha_2]}{\cosh 2\alpha_1 + \cos 2\alpha_2}, \quad (34)$$

其中

$$iq + p = M = i\sqrt{2}ae^{i\theta/2-a\Delta}. \quad (35)$$

考虑到实验中的对称性, 两孤波的幅度及移动速度相等, 即  $a_1 = a_2$ ,  $b_1 = b_2$ , 当两孤波从静止开始移动, 即  $b_1 = b_2 = 0 \Rightarrow b = 0$ , 于是(34), (35)式变成  $(\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0)$

$$\Delta(\tau) - \Delta(0) = \frac{1}{2a} \ln \frac{\cosh[8ap\tau] + \cos[8aq\tau]}{2}, \quad (36)$$

$$iq + p = i4\sqrt{2}ae^{i\Delta\varphi(0)/2-a\Delta(0)}, \quad (37)$$

其中  $\Delta(0) = \xi_1(0) - \xi_2(0)$ ,  $\Delta\varphi(0) = \varphi_2(0) - \varphi_1(0)$ , (36)式给出双孤波相互作用时孤波间距的时间演化。

### 三、同相极化孤波的相互作用

实验中已观察到同相极化和反相极化孤波, 对于初始状态同相极化时,  $\Delta\varphi(0) = 0$ , 因此

$$\Delta(\tau) - \Delta(0) = \frac{1}{a} \ln [|\cos(16\sqrt{2}a^2e^{-a\Delta(0)}\tau)|]. \quad (38)$$

上式代表双孤波随时间的周期性合并, 这种现象已在 Wu 等人的实验中观察到, 合并周期为

$$T_p = \frac{\pi \exp[a\Delta(0)]}{8\sqrt{2}a^2}. \quad (39)$$

从两孤波相距  $\Delta(0)$  开始到第一次合并 ( $\Delta(\tau) = 0$ ) 所历时间

$$\tau_1 = \frac{1}{\sqrt{2}16a^2} e^{a\Delta(0)} \arccos[e^{-a\Delta(0)}]. \quad (40)$$

在实验条件下, 显然  $\tau_1$  和  $T_p$  与初始幅度  $a$  及间距  $\Delta(0)$  非常敏感, 然而, 仅根据文献[1]中的叙述, 要精确确定孤波的初始幅度  $a$  是困难的, 加之目前理论还未能使幅值的理

论值与实验值很好地符合,例如文献[1]中给出的孤波经验波形(实验)

$$\zeta(x, y, t) = [2.8e^{-1.1y} - 0.70] \operatorname{sech}(x/1.12) \cdot \cos(2\pi \times 5.1t) \quad (\text{cm}), \quad (41)$$

与文献[2]的理论结果(取  $f = 5.1\text{Hz}$  时),即(2)式存在很大的出入,因此对于初始  $a$  值只能作出估计,结合(2)与(41)式,在  $y = 0$  处(2)式中的幅值近似为基波  $(0, 1)$  模幅值  $A_1$  与二次谐波  $(0, 2)$  模幅值  $A_2$  之和  $A_1 + A_2$ , 在  $y = B$  处近似为二者之差  $A_1 - A_2$ , 但按照(41)式,在  $y = 0, y = B$  处幅值分别为 2.1 和 0.53, 由此近似确定  $A_1 = 1.32, A_2 = 0.78$ , 再利用(2)式并经尺度变换(3)式,可近似确定  $a \approx 0.82$ , 若将此值作为初值代入(40)式,并按照实验取孤波初始间距为  $20\text{cm}$ <sup>[1]</sup>, 再利用归一化变换(3)式,可得第一次合并时间  $t_1$ , 即当  $f = 5.1\text{Hz}$  时  $t_1 = 21.8\text{min}$ , 当  $f = 5.2$  和  $5.32\text{Hz}$  时,  $t_1 = 7.6$  和  $2.3\text{min}$ , 由于  $a = 0.82$  是从  $f = 5.1\text{Hz}$  的拟合曲线(41)式得到的, 而  $t_1$  对  $a$  又极为敏感, 因此对于  $f = 5.2, 5.32\text{Hz}$  是很不适宜的, 根据(41)式和文献[1]中的图 4 所提供的  $f$  在  $5.1-5.32\text{Hz}$  之间, 这时实验值(大约  $15\text{min}$ )恰好在本文估计值之间, 因此采用微扰变分理论作出的分析在一定程度上解释了现有的实验结果。

由于作为本文基础的(1), (2)和(5)式与现有实验<sup>[1]</sup>尚有某些偏离, 二次谐波的作用被忽略以及微扰变分法在两孤波严重重叠时带来的误差都是需要进一步研究和改善的地方。但需强调, 由于合并周期的时间主要花费在孤波相距较远时的漫长距离上, 在这个距离上(12)式中的假设  $a\Delta \gg 1$  是成立的, 随着  $\Delta$  减小, 孤波加速合并, 因此近距离上花费的时间极短, 因而本文所得合并周期值(39)式能反映周期的实际值。

#### 四、反相极化孤波的相互作用与双非传播孤波

当两孤波初始状态反相极化时,  $\Delta\varphi(0) = \pi$ , 这时

$$\Delta(\tau) = \Delta(0) = \frac{1}{a} \ln [\cosh(16\sqrt{2} a^2 e^{-a\Delta(0)} \tau)]. \quad (42)$$

上式代表孤波一致单调地远离, 但 Wu 等人的实验并没有也不可能观察到这种一致远离, 而是看到两孤波排斥到相距  $12\text{cm}$  处稳定下来, 这是由于槽是有限长的, 两端壁对孤波的排斥起到阻碍作用, 当排斥力被两端壁的作用抵消时, 形成一种新的稳定模式。可以计算端壁作用于孤波的力, 在稳定时, 它与孤波排斥力等值反向, 因此

$$F = \frac{1}{2} \frac{d^2\Delta(\tau)}{d\tau^2} = 256a^3 e^{-2a\Delta}. \quad (43)$$

将稳定距离代入上式即可确定端壁的作用力。同相孤波间的吸引力随  $\Delta$  的变化规律也由(43)式给出, 只是方向相反(加一负号)。

设  $r' = \frac{1}{2} \Delta$  为孤波距槽中心的距离, 则可引入相互作用势能

$$U(r) = - \int_0^r F(\Delta) dr' = \mp 64a^2 [1 - e^{-4ar}]. \quad (44)$$

这就是双孤波中每一个孤波为对方提供的斥力(一)和引力(+)势。

## 五、结 语

本文针对 Wu 等人所观察到的水槽孤波相互作用现象, 给出了微扰变分解析分析, 所得结果初步解释了同相极化孤波相互吸引而周期性地合并, 反相孤波相互排斥而远离, 并指出由于槽两端壁的钉扎效应(Pinning effects)使反相孤波间的斥力作用得以平衡, 从而形成稳定的双非传播孤波模式. 本文给出了同相孤波的第一次合并时间及合并周期, 同相反相孤波间的相互作用力及相互作用势, 为水槽非传播孤波相互作用提供了形象的粒子描述. 但由于目前非传播孤波理论不能完满解释全部实验, 尤其本文所依赖的(1)、(2)和(5)式与实验还存在某种偏离, 因此本文只能在时间数量级上对实验作出一定解释. 如何完善基础理论和孤波间相互作用的精确分析, 将是今后值得探讨的课题.

- [1] Wu Jun-ru, R. Keolian and I. Rudnick, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 1421.
- [2] A. Larraza and S. Putterman, *Phys. Lett.*, **103A**(1984), 15.
- [3] A. Larraza and S. Putterman, *J. Fluid. Mech.*, **148**(1984), 443.
- [4] W. Miles, *J. Fluid Mech.*, **148**(1984), 451.
- [5] Wang Ben-ren, Wei Rong-jue *et al.*, *Chinese Phys. Lett.*, **3**(1986), 213.
- [6] 王本仁、魏荣爵, 物理学报, **35**(1986), 1547.
- [7] Wei Rong-jue *et al.*, the 3rd WESTPA, (Shanghai, 1988), p. 11.
- [8] Wang Ben-ren, Wei Rong-jue, *Chinese Phys. Lett.*, **6**(1989), 397.
- [9] 颜家壬、黄国翔, 应用数学和力学, **8**(1987), 925.
- [10] 颜家壬、黄国翔、黄念宁, 物理学报, **37**(1988), 874.
- [11] 黄国翔、颜家壬、戴显熹, 物理学报, **39**(1990), 1234.
- [12] 倪皖荪、魏荣爵, 中国科学(A 辑), (11)(1991), 1207.
- [13] A. Bondeson, D. Anderson and M. Lisak, *Phys. Scr.*, **20** (1979), 479; D. Anderson, M. Lisak, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 2270.
- [14] V. I. Karpmann and V. V. Solov'ev, *Physica*, **3D**(1981), 487.

## A PERTURBATIVE VARIATIONAL ANALYSIS ON INTERACTION OF TWO SOLITARY WAVES IN TROUGH RESONATOR

CHEN LU-JUN   LIANG CHANG-HONG   WU HONG-SHI

*Xidian University, Xi'an 710071*

(Received 21 November 1991; revised manuscript received 31 March 1992)

### ABSTRACT

The phenomenon observed by Wu et al.<sup>[1]</sup>, which takes place in the interaction of two nonpropagating solitary waves in a trough resonator, is analytically analyzed by the perturbative variational analysis. The coalescence period and the first-coalescence-time for in-phase solitary waves as well as the interaction forces and the interaction potential existing between two solitons are given, providing a partial description for the interaction between two non-propagating solitary waves.

**PACC:** 0340G; 4735; 0340K



# 落管中 $\text{Pd}_{77.5}\text{Au}_6\text{Si}_{16.5}$ 合金的固化动力学 亚稳相的形成

毛自力 李超荣 邵岫余 陈 红

中国科学院物理研究所, 北京 100080

王 文 魁

中国科学院物理研究所, 北京 100080;

中国科学院国际材料物理中心, 沈阳 110015

1991 年 11 月 19 日收到

研究了落管中  $\text{Pd}_{77.5}\text{Au}_6\text{Si}_{16.5}$  合金的过冷、生核及亚稳相的形成。在小于  $400\mu\text{m}$  的金属小球中发现 Pd 的固溶体相; 在较大的金属小球中则观察到 Pd-Si 金属间化合物相。本文还在经典生核理论的基础上, 计算了不同相的固液自由能差、成核功、生核速率及晶体生长速度随温度的变化关系, 并由此得到时间-温度-转变曲线 ( $t$ - $T$ - $t$ ), 计算与实验结果较为一致。

PACC: 0570; 6470D; 8130F

## 一、引 言

过冷对于亚稳晶态和非晶态材料的制备有着重要的作用, 而过冷度又直接取决于合金熔体内的生核过程。

在落管中, 熔化的合金液滴从落管顶部自由下落, 在无容器及微重力的条件下固化, 使得合金液滴内的杂质生核被抑制, 从而达到较大程度的过冷, 有利于得到远离平衡态的相结构, 例如过饱和固溶体, 亚稳相化合物和玻璃态。落管, 作为空间材料研究的廉价而有效的模拟手段已越来越受到材料研究者的重视并被广泛使用。

本文研究的合金材料为  $\text{Pd}_{77.5}\text{Au}_6\text{Si}_{16.5}$ , 已有人用压力淬火的方法得到了这种合金材料的玻璃态<sup>[1]</sup>, 但尚未见到有人研究过它在落管凝固中的行为,  $\text{Pd}_{77.5}\text{Cu}_6\text{Si}_{16.5}$  在落管中的过冷、生核过程已被广泛研究<sup>[2,3]</sup>。我们用 Au 元素取代 Cu 元素, 研究在落管中固化时 Pd-Si 基合金的过冷以及是否可能得到新的结构, 并用经典的生核理论对所得的结果进行定量描述。这里用 X 射线衍射, 电子能谱成分分析, 扫描电子显微镜研究了所得样品的结构, 结果表明合金内所发生的生核过程及其相结构取决于所得金属小球的大小。

## 二、实验方法与实验结果

### 1. 实验方法

用于制备  $\text{Pd}_{77.5}\text{Au}_6\text{Si}_{16.5}$  合金的纯 Pd, Au, Si 成分的纯度分别为 99.9%, 99.99%,