

简并量子拍激光

胡 响 明

华中师范大学应用物理研究所, 武汉 430070

1991 年 12 月 9 日收到

Λ 和 V 型系统都由于原子相干性既可显示无反转有激光又可显示有反转无激光。原子相消干涉可抑制 Λ 型激光的相位噪声, 相长干涉则可抑制 V 型激光的相位噪声。

PACC: 4250; 4265; 0365

一、引 言

传统的激光 (ordinary laser, 简称 OL) 为了克服低能级原子的受激吸收, 产生激光的原子必须有反转布居^[1-3]。然而, 为了猝灭自发辐射噪声, 人们提出了量子拍激光 (quantum-beat laser, 简称 QBL) 的概念^[4,5]。量子拍激光也常称为关联发射激光 (correlated-spontaneous-emission laser, 简称 CEL)^[6,7]。CEL 的概念得到迅速发展, 它能实现无反转有激光或者有反转无激光^[8-10]。CEL 的实质是使激光原子的某些或全部能级具有相关性, 其方式是或者采用强微波场耦合^[4-8], 或者利用注入原子的相干性^[9], 或者同时利用相干性和强微波场耦合^[10]。如本文第三部分将要说明的, 微波场耦合与相干性有本质区别。文献[8]采用强微波场耦合给出 Λ 和 V 型激光系统的线性描述, 表明 Λ 型无反转有激光, 甚至任意小的高能级原子布居就可以产生激光; 也表明 V 型有反转无激光, 甚至全反转仍无激光, 原子可以停留在激发态不发生受激和自发辐射。文献[10]给出 Λ 型激光的非线性理论, 既采用强微波场耦合, 又利用两低能级原子的相干性, 对无反转有激光甚至任意小的高能级布居就可以产生激光进行了详细的论证。与通常的相干性一样, 原子的相干性也具有相消干涉和相长干涉两种基本性质。文献[10]的结论实质上是相消干涉的结果, 而没有分析相长干涉的效应。另外, Scull-Lamb 理论^[11]不单处理了通常的 E 型, V 型和 Λ 型激光^[11,12], 而且在处理 CEL 方面得到进一步发展, 有效地处理了二能级模型^[13]、 E 型^[14]和 Λ 型 CEL^[15]。本文根据文献[10]得出的主方程分析 Λ 型系统相长干涉的效应, 同时, 采用与文献[10]相同的方式即二次相互作用表象^[6,8,10]写出 V 型系统的主方程, 分析相消干涉和相长干涉在 V 型系统的效应。另外, 也讨论原子相干性对激光相位扩散的贡献。为了表明 Λ 和 V 型系统的差别, 也将曾经得到的关于 Λ 型激光^[8,10]的结果在此一并简述。

二、主 方 程

Λ 和 V 型 CEL 系统的原子能级如图 1 所示。 $\Lambda(V)$ 型有三个能级, 高(低)能级 $|a\rangle$ 。

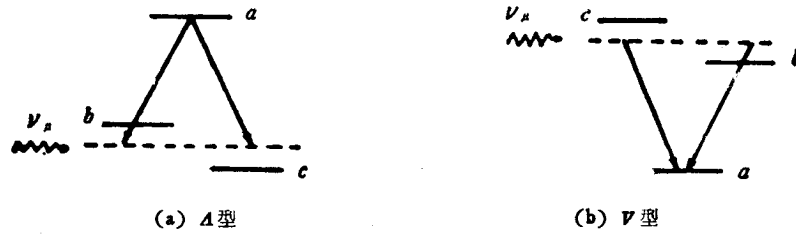


图1 原子能级图

两低(高)能级 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$. 以频率为 $\nu = |\omega_{ab} + \omega_{bc}|/2$ 的光场(腔模)诱导 $|a\rangle$ 与 $|b\rangle$ 以及 $|a\rangle$ 与 $|c\rangle$ 之间的跃迁. 两低(高)能级由频率为 $\nu_a = |\omega_{bc}|$ 的强微波场耦合, 相位因子为 $Qe^{i\phi}$, 其中 Q 为 Rabi 频率, ϕ 为微波的相位. $\Lambda^{[10]}$ 和 V 型^[4,7]系统的 Hamiltonian 为

$$H = \hbar\nu a^\dagger a + \sum_{\alpha=a,b,c,d} \hbar\omega_\alpha \sigma_\alpha + V, \quad (1a)$$

$$V = \hbar g_1 a^\dagger \sigma_1 + \hbar g_2 a^\dagger \sigma_2 \pm \frac{1}{2} \hbar Q e^{i(\nu_a t + \phi)} \sigma_\mu + \text{H.c.}, \quad (1b)$$

(1b) 式中符号“+”对应 Λ 型, 符号“-”对应 V 型, $a^\dagger(a)$ 为场的产生(湮没)算符,

$$\sigma_\alpha = |\alpha\rangle\langle\alpha| \quad (\alpha = a, b, c, d),$$

g_1 和 g_2 为原子与光场的耦合常数. 对于 Λ 型, $\sigma_1 = |c\rangle\langle a|$, $\sigma_2 = |b\rangle\langle a|$, $\sigma_\mu = |c\rangle\langle b|$; 对于 V 型, $\sigma_1 = |a\rangle\langle c|$, $\sigma_2 = |a\rangle\langle b|$, $\sigma_\mu = |b\rangle\langle c|$. 取 $Q = |\omega_{bc}| = 2\Delta$, 遵照与文献[10]相同的方式可写出 V 型系统的约化密度主方程, $\Lambda^{[10]}$ 与 V 型系统的主方程分别为

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{n,m}^{(\Lambda)} = & -\frac{\frac{1}{2} A |\alpha_a|^2 [n+m+2 + (B/4A)(n-m)^2]}{1 + (B/2A)(n+m+2) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n,m}^{(\Lambda)} \\ & + \frac{A |\alpha_{cb}|^2 \sqrt{(n+1)(m+1)}}{1 + (B/2A)(n+m+2) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n+1,m+1}^{(\Lambda)} \\ & + \frac{A |\alpha_a|^2 \sqrt{nm}}{1 + (B/2A)(n+m) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n-1,m-1}^{(\Lambda)} \\ & - \frac{\frac{1}{2} A |\alpha_{cb}|^2 [n+m + (B/4A)(n-m)^2]}{1 + (B/2A)(n+m) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n,m}^{(\Lambda)} \\ & - \frac{\gamma_c}{2} (n+m) \rho_{n,m}^{(\Lambda)} + \gamma_c \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{n+1,m+1}^{(\Lambda)}, \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{n,m}^{(V)} = & -\frac{\frac{1}{2} A |\alpha_a|^2 [n+m + (B/4A)(n-m)^2]}{1 + (B/2A)(n+m) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n,m}^{(V)} \\ & + \frac{A |\alpha_{cb}|^2 \sqrt{nm}}{1 + (B/2A)(n+m) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n-1,m-1}^{(V)} \\ & + \frac{A |\alpha_a|^2 \sqrt{(n+1)(m+1)}}{1 + (B/2A)(n+m+2) + (B^2/16A^2)(n-m)^2} \rho_{n+1,m+1}^{(V)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{2} A |\alpha_{cb}|^2 [n + m + 2 + (B/4A)(n - m)^2] \\
& - \frac{1}{1 + (B/2A)(n + m + 2) + (B^2/16A^2)(n - m)^2} \rho_{n,m}^{(V)f} \\
& - \frac{\gamma_e}{2} (n + m) \rho_{n,m}^{(V)f} + \gamma_c \sqrt{(n + 1)(m + 1)} \rho_{n+1,m+1}^{(V)f}
\end{aligned} \quad (2b)$$

其中仅考虑了 $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 之间的相干性,且

$$A = 2rG^2/\Gamma^2, \quad (2c)$$

$$B/A = 4G^2/\Gamma^2, \quad (2d)$$

$$\alpha_{cb} = (G_1^* \alpha_c + G_2^* \alpha_b)/G, \quad (2e)$$

$$G_1 = (g_1 \mp g_2 e^{-i\phi})/2, \quad (2f)$$

$$G_2 = (g_2 \pm g_1 e^{i\phi})/2, \quad (2g)$$

$$G^2 = |G_1|^2 + |G_2|^2, \quad (2h)$$

G_1 和 G_2 中在上面的符号对应于 Λ 型,在下面的符号对应 V 型. r 是原子注入速率, Γ 是各能级相同的衰减常数, γ_c 是腔损耗系数. 对于主方程 (2a) 和 (2b), 可以发现 Λ 型的 $|\alpha_c|^2$ 与 V 型的 $|\alpha_{cb}|^2$ 的作用交换, Λ 型的 $|\alpha_{cb}|^2$ 与 V 型的 $|\alpha_c|^2$ 作用互换, 从产生激光的机制来看, 这是理所当然的. 其细致平衡^[1]概率流程图如图 2 所示. 附着的数字代表方程(2)取对角元时相应的项.

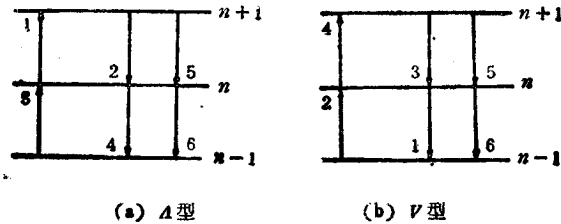


图 2 概率流程图

三、稳态平均光子数

Λ 型和 V 型 CEL 的稳态平均光子数分别为

$$\langle n \rangle_A = \frac{A(A|\alpha_c|^2 - A|\alpha_{cb}|^2 - \gamma_e)}{\gamma_c B}, \quad (3a)$$

$$\langle n \rangle_V = \frac{A(A|\alpha_{cb}|^2 - A|\alpha_c|^2 - \gamma_e)}{\gamma_c B}. \quad (3b)$$

(3)式中原子相干性由

$$|\alpha_{cb}|^2 = \frac{1}{G^2} [|G_1 \alpha_c|^2 + |G_2 \alpha_b|^2 + 2|G_1 G_2 \alpha_c \alpha_b| \cos(\theta + \theta_{bc})] \quad (4a)$$

中含 $\cos(\theta + \theta_{bc})$ 项来体现, 其中 $G_1 G_2^* = |G_1 G_2| e^{i\theta}$, $\alpha_c^* \alpha_b = |\alpha_c \alpha_b| e^{i\theta_{bc}}$. 非相干时,

$$|\alpha_{cb}|^2 = \frac{1}{G^2} [|G_1 \alpha_c|^2 + |G_2 \alpha_b|^2]. \quad (4b)$$

下面分别考虑相长干涉和相消干涉, 并与非相干情形相比较。

1. 相长干涉

当 $\cos(\theta + \theta_{bc}) > 0$, $|\alpha_{cb}|^2 > |\alpha_{cb}|_0^2$, 原子发生相长干涉; 当 $\cos(\theta + \theta_{bc}) = 1$ 时, 原子发生完全相长干涉, $|\alpha_{cb}|^2 = (|G_1\alpha_c| + |G_2\alpha_b|)^2$, 且当 $|G_1\alpha_c| = |G_2\alpha_b|$ 时, $|\alpha_{cb}|^2$ 取极大值,

$$|\alpha_{cb}|_{\max}^2 = \frac{4}{G^2} |G_1\alpha_c|^2.$$

1) 从 (3a) 式可以看出, $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 之间的相长干涉使 Λ 型系统光子数减少; 相长干涉越强, 光子数减少越多, 完全相长干涉取极大值时, 即使 $2|\alpha_c|^2 > |\alpha_a|^2 > |\alpha_b|^2$, $2|\alpha_b|^2 > |\alpha_a|^2 > |\alpha_c|^2$, 仍然有

$$|\alpha_a|^2 - |\alpha_{cb}|^2 = \frac{1}{G^2} [|G_1|^2(|\alpha_a|^2 - 2|\alpha_c|^2) + |G_2|^2(|\alpha_a|^2 - 2|\alpha_b|^2)] < 0,$$

因此, Λ 型可以有反转无激光。不过不能实现全反转无激光, 高能级原子的受激辐射和自发辐射依然存在, 原子不能滞留在高级。

2) 从 (3b) 式可以看出, $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 之间的相长干涉使 Λ 型系统光子数增加, 相长干涉越强, 光子数增加越多, 完全相长干涉取极大值时, 即使

$$|\alpha_a|^2 > |\alpha_c|^2 > \frac{1}{2} |\alpha_b|^2,$$

$$|\alpha_a|^2 > |\alpha_b|^2 > \frac{1}{2} |\alpha_c|^2,$$

仍然有

$$|\alpha_{cb}|^2 - |\alpha_a|^2 = \frac{1}{G^2} [|G_1|^2(2|\alpha_c|^2 - |\alpha_a|^2) + |G_2|^2 \cdot (2|\alpha_b|^2 - |\alpha_a|^2)] > 0,$$

因此, V 型可以出现无反转有激光。这种情形与 Λ 型量子拍激光的无反转激光^[8,10]一样非常有用, 只是不能出现任意小的高能级原子布居产生激光, 高能级的原子包括相长干涉效应后要能超过低能级原子的受激吸收效应才能产生激光。

2. 相消干涉

当 $\cos(\theta + \theta_{bc}) < 0$, $|\alpha_{cb}|^2 < |\alpha_{cb}|_0^2$, $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 发生相消干涉; 当 $\cos(\theta + \theta_{bc}) = -1$ 时, 原子的 $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 能级发生完全相消干涉,

$$|\alpha_{cb}|^2 = \frac{1}{G^2} [|G_1\alpha_c| - |G_2\alpha_b|]^2,$$

且当 $|G_1\alpha_c| = |G_2\alpha_b|$ 时取极小值, $|\alpha_{cb}|_{\min}^2 = 0$ 。

1) 从 (3a) 式看出, $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 之间的相消干涉使 Λ 型系统的光子数增加; 相消干涉越强, 光子数增加越多; 即使 $|\alpha_a|^2 < |\alpha_c|^2$, $|\alpha_a|^2 < |\alpha_b|^2$, 仍可以有 $|\alpha_{cb}|^2 < |\alpha_a|^2$, 无反转有激光; 完全相消干涉取极小值时, 任意小的高能级原子布居就可以产生激光^[10]。

2) 从 (3b) 式看出, $|b\rangle$ 与 $|c\rangle$ 之间的相消干涉使 V 型系统光子数减少; 相消干

涉越强,光子数减少越多;即使 $|\alpha_c|^2 > |\alpha_s|^2$, $|\alpha_b|^2 > |\alpha_s|^2$, 仍可以有 $|\alpha_{cb}|^2 < |\alpha_s|^2$, 有反转无激光;完全相消干涉取极小值时,即使原子全部反转布居,也对激光的产生毫无贡献。因此, V 型系统可以出现有反转无激光,甚至全反转仍无激光,原子可以停留在高能级(激发态)而不发生受激发射和自发辐射。

值得注意的是,只有强微波场关联的三能级原子产生的双模激光(可以简并)能形成拍 (beat) 或关联 (correlation), 但这种关联仅是在某一方面的,不具有相长干涉和相消干涉的特点,因而, Λ 型只显示无反转有激光, V 型只显示有反转无激光。正是引入了原子的相干性, Λ 和 V 型才都既能显示有反转无激光又能显示无反转有激光的特点。

如果没有相干性,

$$|\alpha_{cb}|_0^2 = \frac{1}{G^2} (|G_1 \alpha_c|^2 + |G_2 \alpha_b|^2).$$

文献[8]描述的就是这种情况,而且是线性理论,这里是非线性描述。设 $\phi = 0$, $g_1 = g_2$, 则 $G_1 = 0$, 又令 $\alpha_b = 0$, (1) 对于 Λ 型,由 (3a) 式可以看出,任意小的高能级原子布居就可以产生激光;(2) 对于 V 型,从 (3b) 式可以看出,即使 $|\alpha_c|^2 = 1$, 即原子全反转,也不可能产生激光。这是由于强微波耦合达到高度关联的结果。没有强微波耦合,则不可能出现 $G_1 = 0$ 或 $G_2 = 0$ ^[4,6,8], 只要 $G_1 \neq 0$, $G_2 \neq 0$, 无论 G_1 和 G_2 取值如何,总可以使相长干涉和相消干涉条件得到满足,换言之,即使没有强微波场耦合,仅由于原子的相干性, Λ 和 V 型均能出现无反转有激光和有反转无激光两种情况。

四、相 位 扩 散

Λ 型^[10]和 V 型的相位扩散系数分别为

$$D_{\phi\phi}^{(\Lambda)} = \frac{A}{4I \left(1 + \frac{B}{A} I\right)} \left[|\alpha_s|^2 + \frac{B}{2A} I (|\alpha_s|^2 + |\alpha_{cb}|^2) \right], \quad (5a)$$

$$D_{\phi\phi}^{(V)} = \frac{A}{4I \left(1 + \frac{B}{A} I\right)} \left[|\alpha_s|^2 + \frac{B}{2A} I (|\alpha_s|^2 + |\alpha_{cb}|^2) \right], \quad (5b)$$

其中 $I = \langle n \rangle$, 利用(3)式,可得相干情形与非相干情形扩散系数的比率

$$T^{(\Lambda)} = \frac{|\alpha_s|^2 - |\alpha_{cb}|_0^2}{|\alpha_s|^2 \left(1 + \frac{B}{2A} I\right)} \left[-\frac{B}{2A} I + \frac{|\alpha_s|^2 \left(1 + \frac{B}{A} I\right)}{|\alpha_s|^2 - |\alpha_{cb}|^2} \right], \quad (6a)$$

$$T^{(V)} = \frac{|\alpha_{cb}|_0^2 - |\alpha_s|^2}{|\alpha_{cb}|^2 \left(1 + \frac{B}{2A} I\right) + \frac{B}{2A} I |\alpha_s|^2} \cdot \left[1 + \frac{B}{2A} I + \frac{\left(1 + \frac{B}{A} I\right) |\alpha_s|^2}{|\alpha_{cb}|^2 - |\alpha_s|^2} \right]. \quad (6b)$$

在非相干情形, $|\alpha_{cb}|^2 = |\alpha_{cb}|_0^2$, $T^{(A)} = 1$, $T^{(V)} = 1$. 与非相干情形相比较, 从 (6a) 式可以看出, $T^{(A)}$ 是 $|\alpha_{cb}|^2$ 的增函数, 当 $|\alpha_{cb}|^2 < |\alpha_{cb}|_0^2$ (相消干涉) 时, $T^{(A)}$ 减少, 则 $T^{(A)} < 1$; 从 (6b) 式看出, $T^{(V)}$ 是 $|\alpha_{cb}|^2$ 的减函数, 当 $|\alpha_{cb}|^2 > |\alpha_{cb}|_0^2$ (相长干涉) 时, $T^{(A)} < 1$. 换言之, Λ 型激光因相消干涉, 其相位噪声受到抑制, V 型激光因相长干涉, 其相位噪声受到抑制.

五、结 论

本文从原子相长干涉和相消干涉两方面分析了 Λ 和 V 型 CEL 与 OL 不同的特点. 对于 Λ 型, 除了由于强微波耦合^[8]或者由于原子相消干涉^[10]而显示出无反转有激光, 甚至任意小的高能级布居就可以产生激光的情形外, 由于原子相长干涉, Λ 型也可显示有反转无激光特点. 同样, 对于 V 型, 除了由于强微波耦合显示有反转无激光甚至全反转仍无激光^[6]外, 由于原子相消干涉也可达到这一点, 此外, V 型由于原子相长干涉也可以显示无反转有激光. 同时还表明, 原子的相消干涉可抑制 Λ 型激光的相位噪声, 相长干涉则可抑制 V 型激光的相位噪声.

- [1] M. Sargent III, M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics* (Addison-wesley, Reading, MA, 1974).
- [2] H. Haken, *Handbuch der Physik* (Springer, Berlin, 1970), Vol. XXV.
- [3] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (Wiley, New York, 1973).
- [4] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 752.
- [5] K. Zaheer and M. S. Zubairy, *Phys. Rev.*, **A38**(1988), 227.
- [6] J. A. Bergou, M. Qrszag and M. O. Scully, *Phys. Rev.*, **A38**(1988), 754.
- [7] P. A. Laksmi, S. Swain, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 5632.
- [8] M. O. Scully, S. Y. Zhu and A. Gavriedlides, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 2813.
- [9] M. O. Scully, K. O. Dkiewicz, M. S. Zubairy, J. Bergou, Ning Lu, J. Meyer ter Vehn, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1989), 1832.
- [10] S. Y. Zhu, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 1832.
- [11] S. Y. Zhu, X. S. Li, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 5537.
- [12] X. S. Li, D. L. Liu, C. D. Gong, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 5029.
- [13] N. Lu, J. A. Bergou, *Phys. Rev.*, **A40**(1989), 237.
- [14] N. Lu, S. Y. Zhu, *Phys. Rev.*, **A40**(1989), 5735.

DEGENERATE QUANTUM-BEAT LASER

HU XIANG-MING

Institute of Applied Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070

(Received 9 December 1991)

ABSTRACT

Both Λ -type system and V -type one can show lasing without inversion and inversion without lasing due to atomic coherence. Spontaneous emission noise of Λ -type laser is reduced due to coherent subtraction but that of V -type laser is reduced due to coherent addition.

PACC: 4250; 4265; 0365