

变曲率弯晶的粒子退道行为*

邵 明 珠

重庆交通学院基础部, 重庆 630074

1991 年 11 月 15 日收到

利用正弦平方势和变曲率的抛物线近似描写了弯曲硅单晶的粒子退道效应, 进一步证实利用弯晶来偏转(或控制)带电粒子运动方向的可能性. 导出弯晶的退道系数并讨论了它的可能应用.

PACC: 6180M

一、引 言

70 年代中期, Tsyganov 指出^[1], 带电粒子通过弯曲晶体后, 运动方向将发生变化, 弯晶可以偏转(或控制)粒子的运动方向. Tsyganov 还导出粒子全部退道时, 弯晶的临界曲率半径为

$$R_c = E / e E_c, \quad (1)$$

其中 E 是粒子总能量, e 是电子电荷, E_c 是粒子处于临界距离时, 所经受的原子间平均电场强度. 对于 100 GeV 的质子在弯曲的 Si(110) 面沟道中运动时, 临界半径 $R_c = 16$ cm. 接着, 苏联 Dubna 小组利用弯曲的 Si(111) 面沟道, 完成了对 8.4 GeV 质子的偏转, 并得到 26 mrad 的偏转量. 后来, 西欧核子研究中心 (CERN) 和美国费密国家实验室也对弯晶的退道效应进行了理论和实验研究^[2-4], 并成功地利用弯曲的 Si 单晶, 完成了对 180 GeV 质子的偏转.

弯晶沟道效应的发现, 很快在基础研究方面找到它的应用. 首先, 高能物理实验和高能加速器技术都要求一种比较冷的束流. 70 年代末提出新的束流冷却技术, 比如电子束冷却和激光冷却; 80 年代中期, 人们指出还可以利用弯晶来进行冷却. 其次, 为了把沟道辐射改造为 γ 激光, 人们提出一种获得相干辐射的方案^[5], 这个方案的核心是把弧长为一定的弯曲晶体, 对称地放置在一个环面上, 当带电粒子(比如电子, 正电子)在弯晶沟道中运动时, 就可在切线方向得到相干辐射.

弯晶在基础研究方面的应用面临的一个基本问题是弯晶的退道效应. 弯晶的退道主要是粒子在弯晶中运动时经受了一种离心力作用. 离心力的大小与弯晶的曲率有关. 早期的工作大都假定曲率为常数^[6], 这就是所谓常曲率模型. 后来又提出弯曲率假设^[7], 但只限于线性相关. 作者认为不管是常曲率模型, 还是线性相关的弯曲率假设都还不足以

* 国家自然科学基金资助的课题.

拟合弯晶的实际状况。使晶体弯曲的方法有几种,其中常用的是三点固定和四点固定的方式来弯曲晶体,曲率与路程的相关性如图 1 所示。图中三角形和梯形分别对应于三点弯曲和四点弯曲。本文提出曲率与路程的相关性可以用抛物线拟合(见图 1)。图 1 表明,抛物线拟合统一描述了三点的弯曲和四点的弯曲的曲率与路程的相关特征。可以预期,抛物线拟合可望给出好的结果。

对弯晶的实验表明,它的退道机制通常包括三种因素:1)弯晶的曲率;2)(形成弯晶时的)应力集中;3)电子多重散射。对于弯晶特有的退道因素是 1)和 2)。本文只讨论第 1 种因素,即在变曲率的抛物线近似下,采用我们曾经提出的正弦平方势来描写弯晶的退道效应。

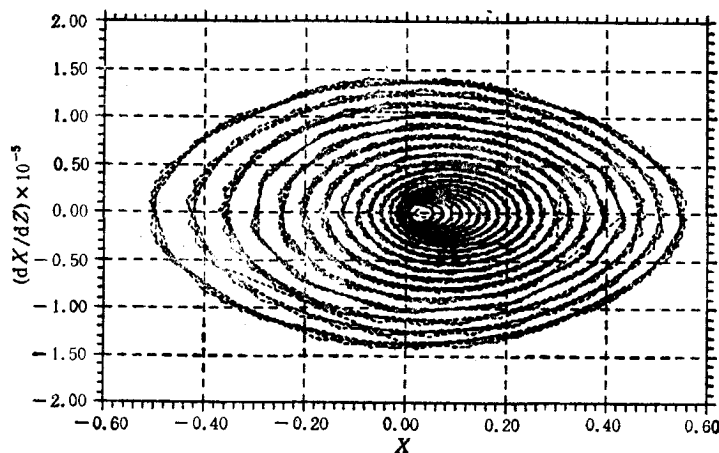


图 1 弯晶曲率的抛物线近似,同时与线性相关的弯晶曲率^[7]进行比较

二、平衡轨道与粒子退道系数

弯晶的粒子运动方程一般可表示为^[6,7]

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{1}{Pv} V'(x) = K(x), \quad (2)$$

式中 P 是粒子的动量, v 是粒子速度, x 是粒子偏离沟道中心平面的距离, $\kappa(x)$ 是弯晶曲率。在最早的研究工作中,常把 $\kappa(x)$ 当作常数,这就是所谓常曲率弯晶模型;后来提出变曲率假设,最初的变曲率模型是假定 $\kappa(x)$ 是 x 的线性函数。对于三点固定和四点固定的弯晶,它的曲率可以统一表示为(见图 1)

$$\kappa(x) = \kappa_0 x, \quad (3)$$

其中

$$\kappa_0 = \theta_m / [a(a+b)], \quad (4)$$

θ_m 是粒子通过长度为 l 的弯晶后偏转的角度,且 $2a+b=l$, 对于三点固定情况 $b=0$ 。为了统一描述弯晶曲率(不管是三点固定,四点固定还是多点固定方式得到弯晶),弯晶的曲率可统一用抛物线拟合(如图 1 所示),即

$$\kappa(z) = \kappa_1 z(l - z), \quad (5)$$

由定义, 偏转角

$$\theta = \int_0^l \kappa(z) dz \quad (6)$$

可求得

$$\theta_m = \int_0^l \kappa(z) dz = \frac{1}{6} l^3 \kappa_1. \quad (7)$$

(7)式给出 κ_1 与最大偏转角 θ_m 的关系.

引入正弦平方势^[8]

$$V(x) = \kappa \beta \sin^2(\pi x/d_p), \quad (8)$$

其中

$$K = \pi Z_1 Z_2 e^2 N d_p^2, \quad (9)$$

β 是势参数, Z_1, Z_2 是粒子和晶体原子序数, N 是晶体面密度, d_p 是晶面间距, e 是电子电荷; 引入无量纲量

$$X = 2x/d_p, \quad Z = z/l, \quad (10)$$

并将(8)和(5)式代入方程(2), 可得无量纲的粒子运动方程

$$\frac{d^2 X}{dZ^2} + \omega_0^2 \sin \pi X = AZ(1 - Z), \quad (11)$$

其中

$$\omega_0^2 = \frac{2\pi K \beta}{P v} \left(\frac{l}{d_p}\right)^2, \quad A = \frac{12\theta_m l}{d_p}. \quad (12)$$

根据定义 $\ddot{X} = \dot{X} = 0$, 可求得平衡轨道

$$X_e = \frac{1}{\pi} \sin^{-1}[A_1 Z(1 - Z)], \quad (13)$$

其中

$$A_1 = 6\theta_m P v d_p / (\pi K \beta l). \quad (14)$$

注意到在直沟道中, 粒子平衡轨道 $X_e = 0$, (13)式表明, 由于晶体弯曲, 平衡轨道将偏离沟道中心线, 且越来越接近晶面, 如图2所示. 当 $X_e = 1$ 时, 粒子同晶面接触称为退道. 一般情况下, 粒子退道概率(或系数)可定义为

$$F(Z) = \frac{2x_e}{d_p} = X_e = \frac{1}{\pi} \sin^{-1}[A_1 Z(1 - Z)], \quad (15)$$

其中 X_e 由(13)式给出. 值得注意的是, 这里定义的粒子退道发生在 $X_e = 1$ (即与晶面接触). 严格而言, 粒子退道应当发生在 $\langle A(Z) \rangle + X_e = 1$, 其中 $A(Z)$ 是以新的平衡轨道为中心的摆方程的解, 这个解是振荡型的, 它的平均值 $\langle A(Z) \rangle$ 近似为零. 因此, 导出的退道系数不是直接解运动方程, 而仅仅是从平衡轨道的概念出发, 直接定义粒子的退道系数.

为了与实验比较, 引入退道粒子的角分布函数

$$\frac{dF}{d\theta} = \frac{dF}{dz} \frac{dz}{d\theta}.$$

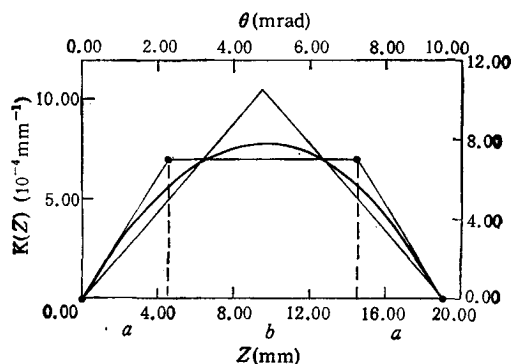


图2 由方程(11),取初值 $X = 0.58$, $dx/dz = 10^{-7}$, 计算得粒子由 $z = 0$ 到 $z = l$ 的相流曲线, 为清晰起见, 只取数据的 $1/8$. 由图看出, 粒子在弯晶作用下逐渐由外圆向内运动, 使束流得到冷却

$\frac{dz}{d\theta}$ 由(6)式给出, 将(10)和(15)式代入上式, 可得

$$\frac{dF}{d\theta} = A_2 \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{1-Z} \right) / \sqrt{1 - A_1^2 Z^2 (1-Z)^2}, \quad (16)$$

其中

$$A_2 = \frac{P v d_p}{\pi^2 K \beta l}. \quad (17)$$

三、结果与讨论

以质子穿过弯曲的 Si 单晶(110)面为例讨论变曲率弯晶的退道效应. 选择与入射粒子有关的参数为 $Z_1 = 1$, $E = 60$ 和 180 GeV , 与晶体有关的参数为 $K = 115 \text{ eV}$, $\beta = 0.2$, $d_p = 1.92 \text{ \AA}$, $l = 19 \text{ mm}$, $\theta_m = 10 \text{ mrad}$. 由(15)式可求得粒子的退道系数(如图3所示). 从图3可以看出, 当 z 增加时, 粒子的退道系数呈非线性增加, 当 z 比较小时, 退道系数 F 增加较快, 而后趋于平缓, 当 $z = 9.5 \text{ mm}$ 时, F 达到最大值. 弯晶的退道是由 $\kappa(z)$ 曲线的上升部份贡献的, 抛物线的下降支对退道无贡献. 图4给出退道粒子的角分

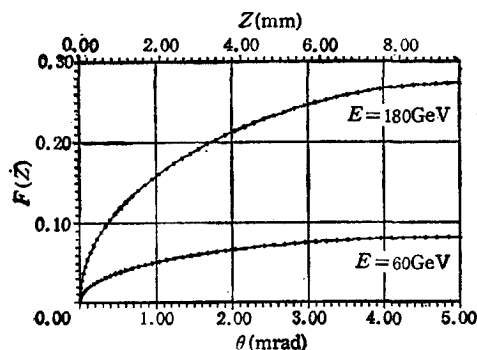


图3 沿弯曲的 Si(110) 面沟道运动的带电粒子的退道系数

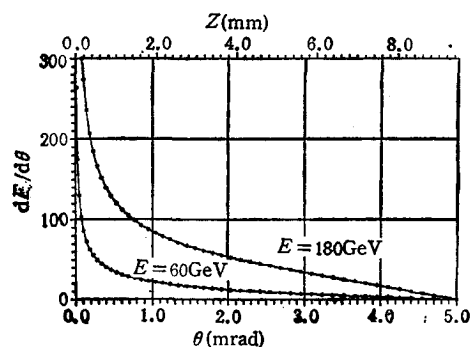


图4 沿弯曲的 Si(110) 面沟道运动的退道粒子的角分布函数

布, 曲线下的面积表示退道系数。对于 $E = 60\text{GeV}$, 退道系数 $F = 0.08$; 对于 $E = 180\text{GeV}$ 的入射能量, 退道系数 $F = 0.24$, 与美国费密国家实验室提出的实验数据很好符合^[1]。图 4 表明, 粒子能量越大, 退道系数越大, 而且成线性关系。方程(1)给出粒子的最大能量与临界曲率半径之间的关系。而图 4 表明, 粒子能量越高, 退道系数越大。如何综合考虑这些因素是弯晶实验的重要问题。利用弯晶来冷却束流的设想虽然已提出好几年, 但至今仍未用于实际。常用的束流冷却是电子束冷却。人们预期, 当束流温度比较低时, 束流可以变为晶体, 这就是所谓的束流晶化^[9-11], 能否用弯晶把束流冷却到这种状态, 还有待进一步研究。

本文引入正弦平方势来描述粒子-晶体相互作用, 并假设弯晶曲率的抛物线近似, 得到好的结果。以弯曲的 Si 单晶(110)面沟道为例, 计算了粒子的退道系数和退道粒子的角分布函数, 结果与实验很好符合。

- [1] E. N. Tsyanov, Fermilab TM-682, 684, Batavia, Illinois (1976).
- [2] J. Bak *et al.*, *Phys. Lett.*, 93B(1980), 505.
- [3] J. S. Foster *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. B*, 230 (B2) (1-3) (1984), 54.
- [4] N. K. Bulgakov *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. B*, 230 (B2) (1-3) (1984), 60.
- [5] Y. H. Ohtsuki, *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. B*, 230 (B2) (1-3) (1984), 80.
- [6] 罗诗裕、邵明珠, 物理学报, 35(1986), 1002.
- [7] J. A. Ellison *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. B*, 230 (B2) (1-3) (1984), 9.
- [8] Luo Shiyu and Shao Mingzhu, *Chin. Physics (USA)*, 4(3) (1984), 670.
- [9] 邵明珠、罗诗裕, I. Hofmann, 物理学报, 39(1990), 1189.
- [10] 邵明珠、罗诗裕, I. Hofmann, 物理学报, 39(1990), 1200.
- [11] 邵明珠、罗诗裕, I. Hofmann, 物理学报, 39(1990), 1207.

DECHANNELING EFFECTS OF CHARGED PARTICLES IN BENT CRYSTALS WITH VARYING CURVATURE

SHAO MING-ZHU

Foundamental Departments, Chongqing Institute of Communications, Chongqing 630074

(Received 15 November 1991)

ABSTRACT

In the paper, the sine-squared potential and the parabola approximations of a bent crystal with a varying curvature have been introduced to describe the dechanneling effects of charged particles moving in such a crystal. Furthermore, we show the possibilities of deflecting charged particles by a bent crystal, derive the dechanneling fraction of such a crystal and discuss the possible applications.

PACC: 6180M