

相对论效应对共振吸收的影响*

马锦秀 盛政明 徐至展

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海, 201800

1991 年 3 月 13 日收到

应用简化模型, 本文的研究表明: 由于电子质量的相对论性变化, 由线性模式转换产生的静电等离子体波在临界面附近呈现出滞后效应。此效应将增大斜入射 P 偏振的光在等离子体中的吸收, 这是通过增大等离子体波大振幅的区域引起的。当光强超过滞后效应的阈值光强时, 吸收率将大大超过线性结果。

PACC: 5240D; 5260; 5290

一、引 言

由于最近在高强短脉冲激光与等离子体相互作用这一领域的迅速发展, 斜入射、 P 偏振激光在非均匀等离子体中的共振吸收又重新引起人们的极大兴趣^[1-5]。这种吸收机制是由于在临界面附近电磁波与静电等离子体波之间的线性模式转换引起的。这一现象在过去 20 年里曾得到大量研究^[6-12], 但绝大部分工作均局限在线性情况。由于模式转换产生的静电场在临界密度处非常强, 电子在此强场中的相对论质量变化将对该过程产生重大影响。Drake 等人^[13]曾经指出, 电子质量的相对论性变化将降低等离子体波的波裂振幅 (wave breaking amplitude)。但电子质量变化对光吸收的影响却尚未见报道。特别是共振激发的大振幅等离子体波将呈现出双稳态和滞后效应^[14]。这将相当可观地增大激光的吸收系数, 然而这一现象至今亦未见报道。

本文应用线性模式转换的一种简化模型, 研究电子的相对论质量增大对斜入射 P 偏振光在线性等离子体中共振吸收的影响。

二、等离子体波的产生

考虑 P 偏振的电磁波斜入射到冷等离子体中, 设入射方向与密度梯度方向成 θ 角, 并假设线性密度分布

$$n_e = \begin{cases} (z/L)n_c & z \geq 0; \\ 0 & z < 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中 L 为密度变化的尺度——标度长度 (scale length), $n_c = m_e \omega_0^2 / 4\pi e^2$ 为临界密度, ω_0 为电磁波频率, e 和 m_e 分别为电子电量和质量。

* 国家自然科学基金资助的课题。

假定总电场为如下形式:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(z) \exp[i(\omega_0 t - k_0 y \sin \theta)], \quad (2)$$

式中 $k_0 = \omega_0/c$ 为电磁波在真空中的波数, c 为真空光速. 电磁波沿密度梯度方向的分量 E_z 将从反射面透入等离子体, 并在临界面 $\omega_p = \omega_0$ 附近转换成静电等离子体波. 在线性模式转换过程中, 临界面附近的电场 E_z 可近似为^[6-8]

$$E_z = E_d / \epsilon(z), \quad (3)$$

式中 $\epsilon(z)$ 为线性介电系数,

$$\epsilon(z) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \left(1 + i \frac{\nu}{\omega_0} \right) = 1 - \frac{z}{L} \left(1 + i \frac{\nu}{\omega_0} \right), \quad (4)$$

式中 ν 为碰撞阻尼系数, E_d 为驱动电场并由下式决定^[6,7]:

$$E_d = E_0 \phi(\tau) / (2\pi k_0 L)^{1/2}, \quad (5)$$

式中 E_0 为光波在自由空间的电场, $\phi(\tau)$ 为表征共振吸收随入射角变化的特征函数^[7],

$$\phi(\tau) = 4\tau\nu(\tau^2)[\nu(\tau^2)/-\nu'(\tau^2)]^{1/2}, \quad (6)$$

式中 ν 和 ν' 为 Airy 函数及其导数, 且

$$\tau = (k_0 L)^{1/3} \sin \theta. \quad (7)$$

当考虑相对论效应时, 电子质量的相对论性增大将降低等离子体频率. 等离子体频率的相对论频移为^[15,16]

$$\omega_p = \omega_{p0} \left(1 - \frac{3}{16} \left| \frac{e E_z}{m_e \omega_0 c} \right|^2 \right), \quad (8)$$

式中 ω_{p0} 为非相对论等离子体频率. 此时非线性介电系数可写成

$$\begin{aligned} \epsilon(z) &= 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{3}{8} \left| \frac{e E_z}{m_e \omega_0 c} \right|^2 \right) \left(1 + i \frac{\nu}{\omega_0} \right) \\ &= 1 - \frac{z}{L} \left(1 - \frac{3}{8} \left| \frac{e E_z}{m_e \omega_0 c} \right|^2 \right) - i \frac{z}{L} \frac{\nu}{\omega_0}, \end{aligned} \quad (9)$$

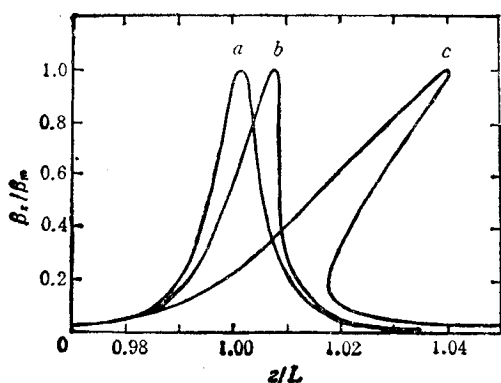


图1 模式转换产生的静电场的归一化振幅 β_z/β_m 随 z/L 的分布 $\nu/\omega_0 = 0.5\%$; 曲线 a 为 $I = 0.2I_{th}$; 曲线 b 为 $I = I_{th}$; 曲线 c 为 $I = 5I_{th}$; I_{th} 为发生滞后效应所需的阈值入射光强

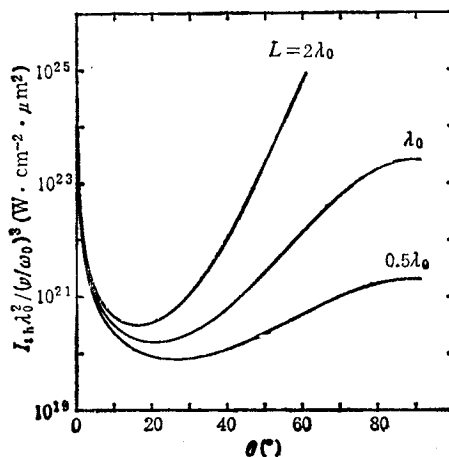


图2 阈值入射光强 $I_{th}\lambda_0^2$ 除以 (ν/ω_0) 随入射角 θ 的变化

式中由于 $\nu/\omega_0 \ll 1$, 忽略了阻尼项的相对论修正. 将(9)式代入(3)式可得

$$\left[1 - \frac{z}{L} \left(1 - \frac{3}{8} \left| \frac{eE_z}{m_e \omega_0 c} \right|^2\right) - i \frac{z}{L} \frac{\nu}{\omega_0}\right] E_z = E_d. \quad (10)$$

(10)式将确定弱相对论下模式转换产生的静电场的大小. 若将 E_z , E_d 归一化成

$$\beta_z = v_z/c = \left| \frac{eE_z}{m_e \omega_0 c} \right|, \quad \beta_d = v_d/c = \left| \frac{eE_d}{m_e \omega_0 c} \right|, \quad (11)$$

即归一化成撞动速度 (quiver velocity) 除以光速的形式, 则可得

$$\left[1 - \frac{z}{L} \left(1 - \frac{3}{8} \beta_z^2\right)\right]^2 \beta_z + \left(\frac{z}{L} \frac{\nu}{\omega_0}\right)^2 \beta_z = \beta_d^2. \quad (12)$$

(12)式是关于 β_z^2 的立方型方程, 对于三个不同的 β_d 值, 其解绘于图 1. 因文中假设 $\nu/\omega_0 \ll 1$, 则共振宽度极窄, 且 β_z 在 $z = L$ 附近具有很尖锐的峰, 因此可在(12)式等号左端第二项中取 $z/L = 1$. 则不难得到 β_z 的最大值

$$\beta_{z,\max} = \beta_m = \beta_d/(\nu/\omega_0). \quad (13)$$

此最大值发生在

$$n_e(z)/n_c = z/L = 1/\left(1 - \frac{3}{8} \beta_m^2\right) \quad (14)$$

处. 注意在线性理论中共振发生在 $n_e(z) = n_c$ 处, 而最大振幅与(13)式相同. 这表明在非线性能共振点, 相对论频移与等离子体密度离谐相补偿.

在一定条件下, (12)式的解具有三个实根. 具有三个实根的阈值条件为

$$\beta_d^2 \geq (\beta_d^2)_{th} = \frac{64\sqrt{3}}{27} \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^3 / (1 - \sqrt{3} \nu/\omega_0) \approx \frac{64\sqrt{3}}{27} \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^3. \quad (15)$$

当 β_d 小于此阈值时, (12)式的解是单值的, 且 β_z 的分布与线性共振线型非常相似, 正如图 1 中曲线 *a* 所示. 随着 β_d 的增大, β_z 分布的峰值向高密度区弯曲. 如图 1 曲线 *b* 所示. 前 β_d 超过阈值时, 共振峰继续弯向高密度区并且呈现出典型的滞后结构, 正如图 1 曲线 *c* 所示.

利用(5)式可得入射电磁波的阈值为

$$(\beta_0^2)_{th} = \frac{2\pi k_0 L}{\phi^2(\tau)} (\beta_d^2)_{th} = \frac{2\pi k_0 L}{\phi^2(\tau)} \frac{64\sqrt{3}}{27} \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^3. \quad (16)$$

利用 $\beta_0^2 = 7.3 \times 10^{-19} I \lambda_0^2$ (I 为入射光强且以 $\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}$ 为单位, λ_0 为以 μm 为单位的真空波长), 则可得发生滞后效应所需的人射光的阈值光强,

$$I_{th} \lambda_0^2 = 3.35 \times 10^{19} \frac{k_0 L}{\phi^2(\tau)} \left(\frac{\nu}{\omega_0}\right)^3. \quad (17)$$

上式表明, 阈值光强与标度长度及阻尼的立方成正比, 而与特征函数 $\phi(\tau)$ 的平方成反比. 对于一定的标度长度 L , 此阈值光强与入射角的关系如图 2 所示. 对于较小或较大的入射角, 阈值光强相当强, 这是由于对于这些角度模式转换效率底之故. 阈值光强在某最佳角度时具有极小值, 这对应于线性情况下的最大共振吸收. 若 $L = \lambda_0$, 则此极小值发生在 $\theta \approx 20^\circ$, 若取 $\nu/\omega_0 \approx 1\%$, 这将给出 $I_{th} \lambda_0^2 = 2 \times 10^{14} \text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu\text{m}^2$, 这

一光强在实验上是容易达到的。

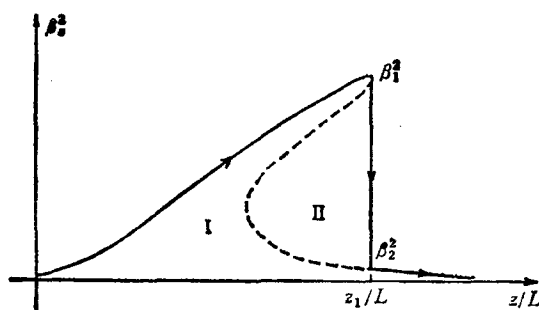


图3 β_z^2 随 z/L 分布的示意图 图中表明在转折点 z_1/L 处 β_z 从上一分支 β_1 往下一分支 β_2 的跳跃; 箭头表示 β_z 的变化方向

当超过阈值时, 对于每一个固定的点 z/L , (12)式具有三个解, 其中位于 β_z 随 z/L 分布曲线上下两个分支上的解是稳定的。然而由于滞后效应, β_z 具体取何值还将取决于控制参量 z/L 的变化方向。由于电磁波是由低密度区往高密度区传播的, 则 z/L 的变化方向是沿正 z 方向, 因此 β_z 是沿 β_z 随 z/L 分布曲线的上一分支增大, 直至到达转折点 z_1/L , 然后突然跃到下一分支并继续沿此分支变化, 如图3所示。

三、 滞后效应对吸收系数的影响

为了计算共振吸收系数, 应用 Kruer 提出的简化模型^[3]。被吸收的能流密度为

$$I_{ab} = \int_{-\infty}^{\infty} \nu \frac{|E_z|^2}{8\pi} dz = \frac{\nu L}{8\pi} \left(\frac{m_e \omega_0 c}{e} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \beta_z^2 d(z/L). \quad (18)$$

(18)式等号右边的积分恰好为 β_z^2 随 z/L 分布曲线与横坐标所围的面积。由图3可知, 此面积由两部分组成。区域 I 所对应的面积将很接近线性共振吸收的结果, 因为这仅仅是线性情况下共振区域向右面弯曲而形成的。然而, 区域 II 的面积对总的吸收是个额外的贡献, 而且是唯一的相对论滞后效应引起的。在弱相对论近似下, 总面积 S_{rel} 可积分得到

$$\begin{aligned} S_{rel} = & \pi \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right) \beta_m^2 \left(1 + \frac{3}{32} \beta_m^2 \right) + (\beta_1^2 - \beta_2^2) \frac{z_1}{L} - \frac{8}{3} \ln \left(\frac{1 - 3\beta_2^2/8}{1 - 3\beta_1^2/8} \right) \\ & - \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right) \beta_m^2 \left[\frac{\beta_1}{\beta_m} (1 - \beta_1^2/\beta_m^2)^{1/2} - \frac{\beta_2}{\beta_m} (1 - \beta_2^2/\beta_m^2)^{1/2} + \arcsin(\beta_1/\beta_m) \right. \\ & \left. - \arcsin(\beta_2/\beta_m) \right] \\ & - \frac{3}{32} \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right) \beta_m^4 \left[(2\beta_1^2/\beta_m^2 - 1) \frac{\beta_1}{\beta_m} (1 - \beta_1^2/\beta_m^2)^{1/2} \right. \\ & \left. - (2\beta_2^2/\beta_m^2 - 1) \frac{\beta_2}{\beta_m} (1 - \beta_2^2/\beta_m^2)^{1/2} \right. \\ & \left. + \arcsin(\beta_1/\beta_m) - \arcsin(\beta_2/\beta_m) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

在线性共振吸收情况下的面积为

$$S_{lin} = \pi \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right) \beta_m^2. \quad (20)$$

因为吸收系数 f 与被吸收的量流成正比, 因此由以上两式可得相对论情况下与线性情况下共振吸收系数的比值为

$$\begin{aligned}
\frac{f_{a,rel}}{f_{a,lin}} = & 1 + \frac{3}{32} \beta_m^2 + (1/\pi(\nu/\omega_0))(\beta_1^2/\beta_m^2 - \beta_2^2/\beta_m^2)z_1/L \\
& - \frac{8}{3} (1/\pi(\nu/\omega_0)\beta_m^2) \ln \left(\frac{1 - 3\beta_2^2/8}{1 - 3\beta_1^2/8} \right) \\
& - \frac{1}{\pi} [(\beta_1/\beta_m)(1 - \beta_1^2/\beta_m^2)^{1/2} - (\beta_2/\beta_m)(1 - \beta_2^2/\beta_m^2)^{1/2} \\
& + \arcsin(\beta_1/\beta_m) - \arcsin(\beta_2/\beta_m)] \\
& - \frac{1}{32\pi} \beta_m^2 [(2\beta_1^2/\beta_m^2 - 1)(\beta_1/\beta_m)(1 - \beta_1^2/\beta_m^2)^{1/2} \\
& - (2\beta_2^2/\beta_m^2 - 1)(\beta_2/\beta_m)(1 - \beta_2^2/\beta_m^2)^{1/2} + \arcsin(\beta_1/\beta_m) \\
& - \arcsin(\beta_2/\beta_m)]. \quad (21)
\end{aligned}$$

(21)式等号右边的前两项是图3中区域I的贡献,而其余的项是区域II的贡献。 β_1, β_2 为滞后效应转折点处 β_z 位于上下两个分支的值,其大小由 β_m 和 ν/ω_0 决定。通过(5),(13)两式可将 β_m 与入射光强和入射角联系起来,

$$\beta_m^2 = 1.16 \times 10^{-19} (\omega_0/\nu)^2 (k_0 L)^{-1} \phi^2(\tau) (I \lambda_0^2). \quad (22)$$

上式表明 β_m^2 随入射光强线性增大。当 β_m 足够大时,等离子体波将发生波破裂并最终使其振幅限制在以下值^[17]:

$$\beta_{br}^2 = 2k_0 L \beta_d = 6.82 \times 10^{-10} (k_0 L)^{1/2} \phi(\tau) (I \lambda_0^2)^{1/2}. \quad (23)$$

因此,当

$$I \lambda_0^2 < 2.93 \times 10^{19} (\nu/\omega_0)^4 (k_0 L)^3 \phi^{-2}(\tau) \quad (24)$$

时, β_m 由(22)式决定,否则 β_m 将由(23)式代替。在后一种情况下,阻尼速率 (ν/ω_0) 将由等效非线性阻尼速率代替

$$\frac{\nu_{br}}{\omega_0} = \frac{\beta_d}{\beta_{br}} = 1.31 \times 10^{-5} (k_0 L)^{-3/4} \phi^{1/2}(\tau) (I \lambda_0^2)^{1/4}. \quad (25)$$

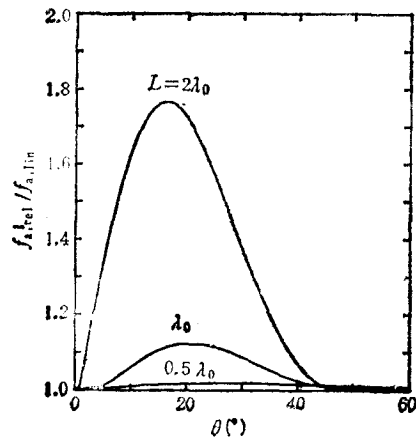


图4 相对论情况下的吸收系数与线性情况下的吸收系数之比 $f_{a,rel}/f_{a,lin}$ 随入射角 θ 的变化 $I \lambda_0^2 = 2 \times 10^{16} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu\text{m}^2$; $\nu/\omega_0 = 0.5\%$

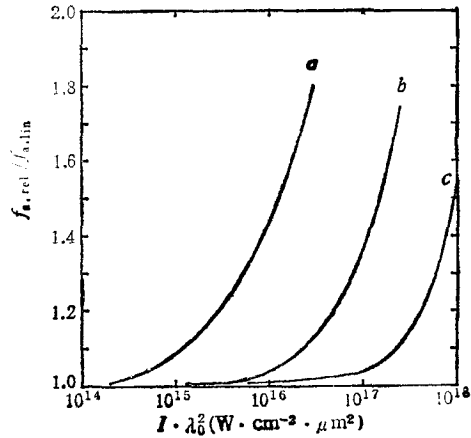


图5 吸收系数 $f_{a,rel}/f_{a,lin}$ 随入射光强 $I \lambda_0^2$ 的非线性变化 曲线a为 $L = 2 \lambda_0$, $\theta = 23^\circ$; 曲线b为 $L = \lambda_0$, $\theta = 30^\circ$; 曲线c为 $L = 0.5 \lambda_0$, $\theta = 39^\circ$

吸收系数的比值由数值求解而得,其结果如图4,图5所示. $f_{\text{rel}}/f_{\text{lin}}$ 随入射角 θ 的变化呈现出与线性情况下共振吸收相类似的性质. 在小角和大角情况下, f_{rel} 与 f_{lin} 非常接近, 但 θ 取中间范围时, f_{rel} 显著地高于 f_{lin} , 正如图4所示. 然而, f_{rel} 随标度长度 $k_0 L$ 的降低而迅速减小, 这是由于对于小的 $k_0 L$, (24)式很容易不满足, 则最大振幅由波裂振幅决定. 又因 β_{br} 随 $k_0 L$ 的降低而降低, 这将导致图3中区域 II 的面积迅速减小, 因而导致 f_{rel} 的迅速下降.

四、结 论

本文研究了电子的相对论性质量变化对 P 偏振光在线性密度轮廓等离子体中共振吸收的影响. 研究表明, 由模式转换产生的静电等离子体波在临界面附近呈现出滞后效应. 此效应通过增大共振区域而增大光在等离子体中的共振吸收. 吸收系数随入射光强非线性增大. 当入射光强小于阈值时, 此吸收系数很接近线性结果, 然而当入射光强超过阈值时, 总的吸收明显地高于线性结果.

- [1] R. Fefosejevs, R. Ottmann, R. Sigel, G. Kuhnle, S. Szatmari and F. P. Schafer, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1250.
- [2] J. C. Kieffer et al., *Phys. Rev. Lett.*, **62** (1989), 760.
- [3] O. L. Landen, P. G. Stearns and E. M. Campbell, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 1475.
- [4] H. M. Milchberg and R. R. Freeman, *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**(1989), 1351; *Phys. Fluids B*, **2**(1990), 1395; *Phys. Rev.*, **A41**(1990) 2211.
- [5] M. M. Murnans, H. C. Kapteyn and R. W. Falcone, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 155.
- [6] V. L. Ginzburg, *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, 2nd ed., Pergamon, New York (1964), Chapter 4, pp. 224—303.
- [7] N. G. Denisov, *Sov. Phys. JETP*, **4**(1957), 544.
- [8] W. L. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*, Addison-Wesley, California, (1988), Chapter 4, pp. 37—43.
- [9] J. P. Freidberg, R. W. Mitchell, R. L. Morse and L. I. Rudinski, *Phys. Rev. Lett.*, **28**(1972), 795.
- [10] K. G. Estabrook, E. J. Valeo and W. L. Kruer, *Phys. Fluids*, **18**(1975), 1151.
- [11] D. W. Forslund, J. M. Kindel, Kenneth Lee, E. L. Lindman and R. L. Morse, *Phys. Rev.*, **A11**(1975), 679.
- [12] T. Speziale and P. J. Catto, *Phys. Fluids*, **20**(1977), 990.
- [13] J. F. Drake, Y. C. Lee, K. Nishikawa and N. L. Tsintsadze, *Phys. Rev. Lett.*, **36**(1976), 196; J. F. Drake and Y. C. Lee, *Phys. Fluids*, **19**(1976), 1772.
- [14] Jin-xiu Ma and Zhi-zhan Xu, *J. Appl. Phys.*, **65**(1989), 3381.
- [15] M. N. Rosenbluth and C. S. Liu, *Phys. Rev. Lett.*, **29**(1972), 701.
- [16] C. J. McKinstrie and D. W. Forslund, *Phys. Fluids*, **30**(1987), 904.
- [17] P. Kock and J. Albritton, *Phys. Rev. Lett.*, **32**(1974), 1420; J. Albritton and P. Kock, *Phys. Fluids*, **18** (1975), 1136.

EFFECT OF RELATIVISTIC HYSTERESIS ON RESONANCE ABSORPTION

MA JIN-XIU SHENG ZHENG-MING XU ZHI-ZHAN

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai, 201800

(Received 13 March 1991)

ABSTRACT

Using a simple model, it is shown that because of the relativistic electron-mass variation, the mode-converted electrostatic electric field exhibits hysteresis in the vicinity of critical layer. This hysteretic effect is to increase the resonance absorption of obliquely incident p-polarized light in a way by increasing the large amplitude region of the electrostatic field. When the threshold light intensity for the occurrence of hysteresis is exceeded, the fractional absorption increases drastically above the linear results.

PACC: 5240D; 5260; 5290