

超声与固体中含气泡层的相互作用

王 耀 俊

南京大学声学研究所, 南京, 210008

1991 年 2 月 11 日收到

本文利用固体层状媒质声反射模型, 给出了固体中含气泡层声反射和透射系数的表达式, 并由此导出沿固体中含气泡薄层对称和反对称模式界面波的特征方程式。本文还介绍了含气泡固体有效弹性模量的估算方法。文中给出的数值计算具体说明了气泡体积浓度和气泡层厚度对声反射系数、声透射系数以及反对称模式界面波传播速度的影响。本文的研究为根据声反射系数和界面波的传播速度的测量反演固体间气泡层的力学性能提供了理论依据。

PACC:4320;8170C;6265

一、引 言

在金属焊接或粘接过程中, 界面层中形成的微型气泡会降低结构的机械强度^[1]。超声技术是检测这些气泡从而保证焊接件或粘接件使用期间安全性的重要手段^[2,3]。用超声检测固体界面时, 一般是考察超声反射系数^[4]或界面波的传播速度^[5]与界面特性的关系。理论上研究固体中含气泡层对声反射的影响已有报道^[6]。研究中设想气泡有规则地分布于界面中, 并用周期结构的声散射理论求得声反射和透射系数。界面波传播特性与界面特性密度有关, 但目前尚未有人探讨过界面波与界面层中气泡浓度的关系。

本文将含气泡的界面层看作为固-气两相复合媒质, 从而可以应用固体层状媒质声反射模型研究含气泡界面层的特性。另外, 将理论模型中与含气泡层特性有关的传递矩阵作渐近展开, 本文还导出了固体中含气泡薄层中传播的对称和反对称界面波的特征方程式, 从而可估计界面波传播速度对气泡体积浓度和气泡层厚度的依赖关系。

二、含气泡固体的有效弹性模量

下面采用被实验证实的所谓三相媒质模型^[7]估计含气泡固体的有效体弹性模量 K_e 和切变模量 μ_e 。设大小不一的球形气泡无规则地分布于固体中, 这样含气泡固体实际上可看作为一种复合媒质。

图 1 为这种模型的原理图。其中内球为气泡, 其半径为 a , 体弹性模量为 K_i , 密度为 ρ_i , 而切变模量 $\mu_i = 0$; 球壳部分为固体, 其体弹性模量、切变模量和密度分别为 K_m , μ_m 和 ρ_m , 球壳的外径为 b ; 球壳外面的斜线部分为等效均匀媒质, 其体弹性模量、切变模量和密度分别为 K_e , μ_e 和 ρ_e 。气泡的体积浓度 $\beta = \left(\frac{a}{b}\right)^3$ 。设想在界面 $r = b$ 施加均匀的径

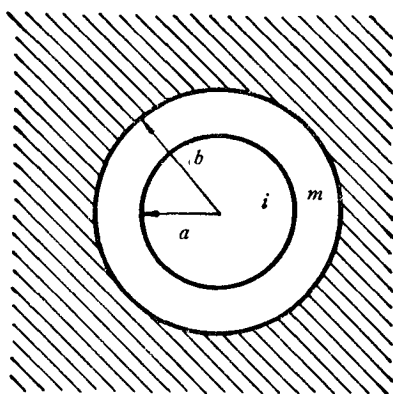


图1 估算含气泡固体有效弹性模量的三相媒质模型

向应力,令等效媒质和球壳在 $r = b$ 处有相等的位移,便可求得等效媒质的有效体弹性模量

$$K_e = K_m + \frac{\beta(K_i - K_m)}{1 + (1 - \beta)(K_i - K_m) / \left(K_m + \frac{4}{3}\mu_m\right)}. \quad (1)$$

在界面 $r = b$ 处经受一定位移后,则贮藏在球壳和气泡内的应变能与贮藏在等效均匀媒质中应变能相等,便可得 μ_e 所满足的方程式为

$$A\left(\frac{\mu_e}{\mu_m}\right)^2 + 2B\left(\frac{\mu_e}{\mu_m}\right) + C = 0, \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= -8(4 - 5\nu_m)\eta_1\beta^{10/3} + 2(63\eta_2 - 2\eta_1\eta_3)\beta^{7/3} \\ &\quad - 252\eta_2\beta^{5/3} + 25(7 - 12\nu_m + 8\nu_m^2)\eta_2\beta + 4(7 - 10\nu_m)\eta_2\eta_3, \\ B &= 2(1 - 5\nu_m)\eta_1\beta^{10/3} - 2(63\eta_2 - 2\eta_1\eta_3)\beta^{7/3} \\ &\quad + 252\eta_2\beta^{5/3} - 75(3 - \nu_m)\eta_2\nu_m\beta + \frac{3}{2}(15\nu_m - 7)\eta_2\eta_3, \\ C &= 4(7 - 5\nu_m)\eta_1\beta^{10/3} + 2(63\eta_2 - 2\eta_1\eta_3)\beta^{7/3} \\ &\quad - 252\eta_2\beta^{5/3} + 25(7 - \nu_m^2)\eta_2\beta - (7 + 5\nu_m)\eta_2\eta_3, \end{aligned}$$

而 $\eta_1 = -(49 - 25\nu_m) + 35(1 - \nu_m)$, $\eta_2 = 8$, $\eta_3 = 7 - 5\nu_m$, ν_m 为固体的泊松比。按混合法则,等效媒质的密度 $\rho_e = \rho_m(1 - \beta) + \rho_i\beta \approx \rho_m(1 - \beta)$ 。

可以预料,含气泡固体的有效弹性模量 K_e 和 μ_e 将随气泡体积浓度 β 的增加而减小。图2给出含气泡的 IN-100 合金的 K_e/K_m 和 μ_e/μ_m 随 β 的变化曲线。计算中取 IN-100 合金的纵、横波速度和密度分别为 $C_l = 6.08\text{km/s}$, $C_t = 3.28\text{km/s}$, $\rho = 7.84\text{g/cm}^3$ 。

三、超声遇固体中含气泡层的反射与透射

设位移势为 ϕ_i 的声纵波斜入射(入射角为 θ_i)到固体中厚度为 h 的含气泡层,如图3所示。图中 ϕ_r 和 ϕ_s 分别表示固体中反射纵波和横波位移势, ϕ_t 和 ϕ_s 分别表示透射纵

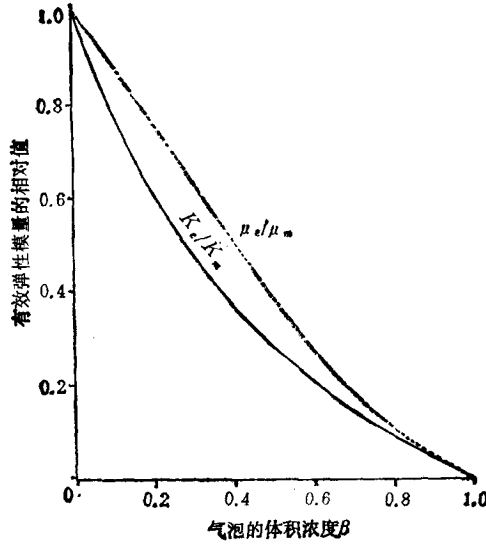


图2 含气泡 IN-100 合金的 K_s/K_m 和 μ_s/μ_m 随气泡体积浓度 β 的变化 实线为 K_s/K_m ; 虚线为 μ_s/μ_m

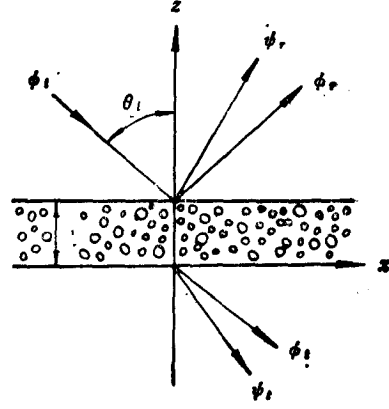


图3 纵波入射到固体中含气泡层时的反射和透射

波和横波位移势。根据固体层状媒质声反射的一般模型, 纵波反射和透射系数可分别表示为^[8]

$$R_{ll} = \frac{\phi_r}{\phi_i} = \frac{D_{33}D_{21} - D_{31}D_{23}}{D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31}}, \quad (3)$$

$$T_{ll} = \frac{\phi_t}{\phi_i} = \frac{D_{33}}{D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31}}. \quad (4)$$

类似地, 当位移势为 ϕ_i 的横波以入射角 θ_i 与气泡层相遇时, 横波反射系数和透射系数则可分别表示为

$$R_{tt} = \frac{\phi_r}{\phi_i} = \frac{D_{11}D_{43} - D_{13}D_{41}}{D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31}}, \quad (5)$$

$$T_{tt} = \frac{\phi_t}{\phi_i} = \frac{D_{11}}{D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31}}. \quad (6)$$

(3)–(6)式中, D_{ii} 为下列 4×4 阶矩阵 $[D]$ 的元素:

$$[D] = [B][C][A], \quad (7)$$

其中 $[A]$ 和 $[B]$ 矩阵定义如下:

$$[A] = \omega^2 \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{C_t} & \frac{\alpha}{C_t} & \frac{\beta}{C_t} & -\frac{\beta}{C_t} \\ -\frac{\gamma}{C_t} & \frac{\gamma}{C_t} & \frac{\alpha}{C_t} & \frac{\alpha}{C_t} \\ \rho W & \rho W & 2\rho\alpha\beta & -2\rho\alpha\beta \\ 2\rho\alpha\gamma & -2\rho\alpha\gamma & -\rho W & -\rho W \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$[B] = \frac{1}{\omega^2} \begin{bmatrix} C_l \alpha & \frac{C_l W}{2\gamma} & -\frac{1}{2\rho} & \frac{\alpha}{2\rho\gamma} \\ C_t \alpha & -\frac{C_t W}{2\gamma} & -\frac{1}{2\rho} & -\frac{\alpha}{2\rho\gamma} \\ -\frac{C_l W}{2\beta} & C_l \alpha & \frac{\alpha}{2\rho\beta} & \frac{1}{2\rho} \\ \frac{C_l W}{2\beta} & C_t \alpha & -\frac{\alpha}{2\rho\beta} & \frac{1}{2\rho} \end{bmatrix} \quad (9)$$

以上两式中 ω 为声波角频率, C_l , C_t 和 ρ 分别表示固体的纵波速度、横波速度和密度, $\alpha = \sin \theta_t = \frac{C_t}{C_l} \sin \theta_i$, $\beta = (1 - \alpha^2)^{1/2}$, $\gamma = (\xi^2 - \alpha^2)^{1/2}$, $\xi = C_l/C_t$, $W = 2\alpha^2 - 1$. (7) 式中矩阵 $[C]$ 表示含气泡层的传递矩阵, 其各元素与该层的厚度 h 、含气泡固体的有效弹性常数 K_e , μ_e 及密度 ρ_e 有关, 也依赖于声波频率和入射角 θ_i 或 θ_t , 具体表达式见附录.

为了说明含气泡层对声反射和声透射的影响, 图 4 给出了 IN-100 合金中含气泡层的纵波声反射和声透射系数随入射角 θ_i 的变化 [图 4(a)] 以及横波声反射和声透射系数随入射角 θ_i 的变化 [图 4(b)]. 图 4 中气泡体积浓度 β 取作为参数. 从图 4 可以看出, 纵波反射系数和横波反射系数(以及它们的透射系数)随入射角的依赖关系差别很大: 对纵

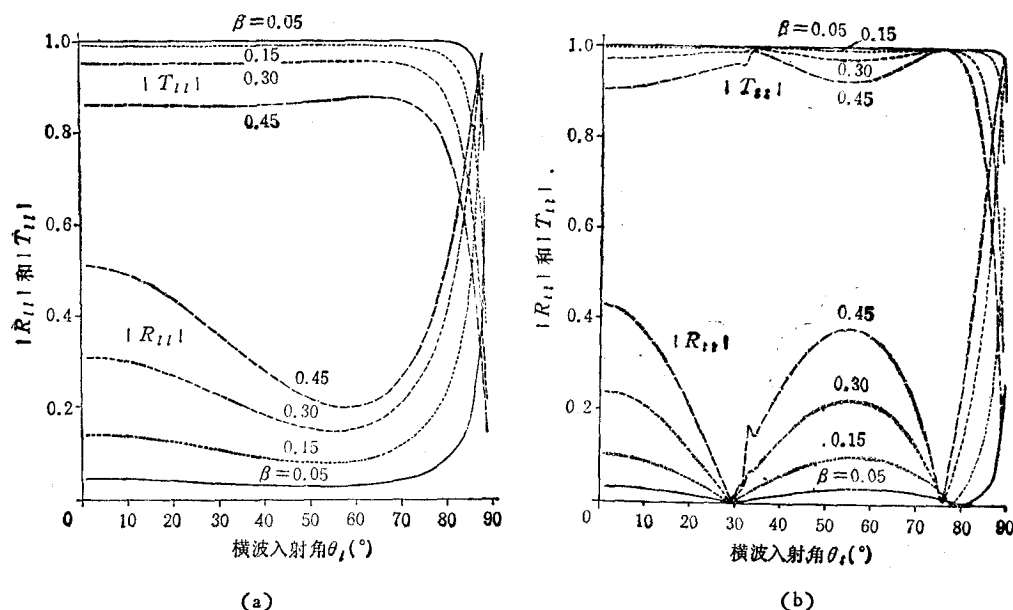


图 4 (a) 为 IN-100 合金中不同气泡体积浓度 β 时 $|R_{II}|$ 和 $|T_{II}|$ 随声波入射角 θ_i 的变化 ($\frac{\omega}{C_l} h$ 取为 0.6); (b) 为 $|R_{II}|$ 和 $|T_{II}|$ 随入射角 θ_i 的变化 ($\frac{\omega}{C_l} h$ 取为 0.6)

波入射, $\theta_i = 60^\circ$ 左右气泡体积浓度 β 变化引起的纵波反射系数的变化最小, 而 $\theta_i = 55^\circ$ 附近横波反射系数对 β 的变化十分灵敏. 进一步计算还表明, 纵波和横波反射系数随入射角变化趋势与气泡层厚度关系不大.

图 5 则表示不同厚度 (以 $\frac{\omega}{C_l} h$ 或 $\frac{\omega}{C_t} h$ 表示) 的含气泡层对纵波的反射系数和横波反

射系数(以及相应的透射系数)随气泡体积浓度 β 的变化关系。图中入射角均取为 30° 。气泡体积浓度 $\beta = 0$ 时, $|R_H|$ 和 $|R_V|$ 均为零, 而 $|T_H|$ 和 $|T_V|$ 等于1, 因为这时中间层的力学性质与上下半无限媒质完全相同。如图5所示, 当 $\beta = 1$ 时, 纵波反射系数幅值 $|R_H|$ 等于从IN-100合金自由界面上的反射系数幅值(约为0.68); 而横波反射系数幅值等于1, 因为入射角 θ_i 已超过纵波反射的临界角。 $\beta = 1$ 时两透射系数均接近于零, 说明通过空气隙的声波能量非常小。

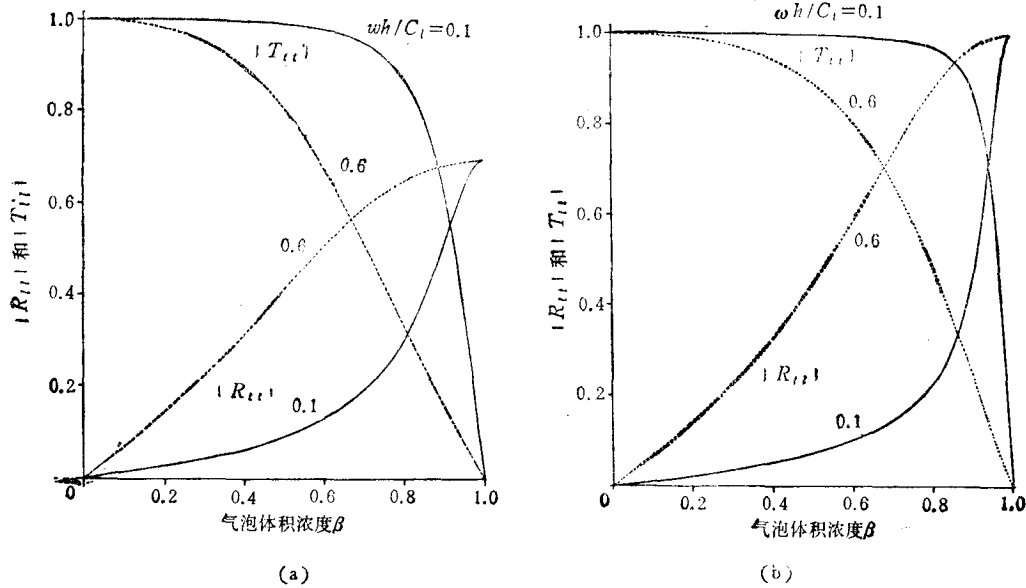


图5 IN-100 合金中气泡层厚度不同时 $|R_H|$ 和 $|T_H|$ (a), $|R_H|$ 和 $|T_H|$ (b) 随气泡体积浓度 β 的变化 计算中纵波入射角和横波入射角均取为 30°

四、含气泡薄层中界面波的特性

注意到(3)–(6)式都有相同的分母 $D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31}$, 与两固体间斯通莱波传播速度的求法相似^[9], 令 $D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31} = 0$, 从合适的 α 根可求得固体中含气泡层内沿平面方向传播模式的速度 C_i (因为 $\alpha = \sin \theta_i = C_i/C_t$). 可以预料, 方程式 $D_{11}D_{33} - D_{13}D_{31} = 0$ 的求根问题是相当复杂的。但是, 当气泡层的厚度相对于其中声波波长很小时, 我们发现上述方程变得十分简单, 这时实际上只存在两种波动模式, 即对称的和反对称的界面波。

引进气泡层的无量纲厚度 $\tilde{h} = \frac{\omega}{C_t} h$. 因为固体中横波速度 C_t 与气泡层中两种体波速度具有相同数量级, 对于气泡薄层, $\tilde{h}\gamma_0$ 和 $\tilde{h}\beta_0$ 均远小于1. 将附录中[C]矩阵各元素中正弦和余弦函数作渐近展开, 略去 $\tilde{h}\gamma_0$ 和 $\tilde{h}\beta_0$ 的二级小量, 则[C]矩阵可表示为: $[C] = [I] + \tilde{h}[E]$, 其中[I]代表单位矩阵, 而[E]矩阵为^[10]

$$[E] = \begin{bmatrix} 0 & -i\alpha & 0 & -\frac{iC_t}{\mu_s} \\ -i\alpha\delta_1 & 0 & -\frac{iC_t}{K_s + \frac{4}{3}\mu_s} & 0 \\ 0 & -i\rho_s C_t & 0 & -i\alpha \\ -i\rho_s C_t \delta_2 & 0 & -i\alpha\delta_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中

$$\delta_1 = \frac{K_s - \frac{2}{3}\mu_s}{K_s + \frac{4}{3}\mu_s}, \quad (11)$$

$$\delta_2 = 1 - 4\left(\frac{C_t^2 \alpha}{C_t}\right)^2 \cdot \frac{K_s + \frac{1}{3}\mu_s}{K_s + \frac{4}{3}\mu_s},$$

而 C_t 为气泡层中横波速度 ($C_t = \sqrt{\frac{\mu_s}{\rho_s}}$).

将(8)式代入矩阵 $[C]$ 的表示式, 由此得 $[D]$ 矩阵的表示式

$$[D] = [I] + \tilde{h}[F], \quad (12)$$

其中 $[F] = [B][E][A]$. 组合(3), (5), (10)和(11)式, 可以写出固体中含气泡薄层的声反射系数表达式为

$$R_{II} = \frac{\tilde{h}F_{21} + \tilde{h}^2(F_{33}F_{21} - F_{31}F_{23})}{(1 + \tilde{h}f_s)(1 + \tilde{h}f_i) + \tilde{h}^2(F_{11}F_{33} - F_{13}F_{31} - f_s f_i)}, \quad (13)$$

$$R_{II} = \frac{\tilde{h}F_{43} + \tilde{h}^2(F_{11}F_{43} - F_{13}F_{41})}{(1 + \tilde{h}f_s)(1 + \tilde{h}f_i) + \tilde{h}^2(F_{11}F_{33} - F_{13}F_{31} - f_s f_i)}, \quad (14)$$

其中

$$f_s = -i\left(\frac{\rho_s a_1}{2\rho\beta} + \frac{\mu\Delta_r}{2\mu_s\beta} + \frac{\alpha^2 a_2}{\beta}\right), \quad (15)$$

$$f_i = -i\left(\frac{\rho_s a_1 \delta_2}{2\rho\gamma} + \frac{\mu\Delta_r}{2\left(K_s + \frac{4}{3}\mu_s\right)\gamma} - \frac{\alpha^2 a_2 \delta_1}{\gamma}\right). \quad (16)$$

(15)和(16)式中 β, γ, δ_1 和 δ_2 参见前面的定义, 而 $a_1 = \alpha^2 + \beta\gamma, a_2 = -W - 2\beta\gamma, \Delta_r = W^2 + 4\alpha^2\beta\gamma$ 为瑞利波特征函数.

令(13)或(14)式中分母等于零, 即可得薄层中界面波特征方程式为

$$(1 + \tilde{h}f_s)(1 + \tilde{h}f_i) + \tilde{h}^2(F_{11}F_{33} - F_{13}F_{31} - f_s f_i) = 0. \quad (17)$$

对于含气泡薄层, 上式后一项可以略去, 即得

$$(1 + \tilde{h}f_s)(1 + \tilde{h}f_i) = 0. \quad (18)$$

显见, 方程式有两组解. 由 $(1 + \tilde{h}f_s) = 0$, 有

$$\frac{\mu_s}{\mu} \left(2i\beta + \frac{\rho_s}{\rho} a_1 \tilde{h} + 2\alpha^2 a_2 \tilde{h} \right) + \tilde{h} \Delta_r = 0. \quad (19)$$

上式即为薄层中反对称模式界面波的特征方程, 与 Rokhlin 等人以不同的方法导出的固体间粘弹体薄层中反对称模式界面波特征方程形式完全相同^[9,10](注意他们方程式中 β 的定义为 $\sqrt{\alpha^2 - 1}$)。类似地, 由(18)式中 $(1 + \tilde{h} f_r) = 0$, 得

$$\frac{K_s + \frac{4}{3}\mu_s}{\mu} \left(2i\gamma + \frac{\rho_s}{\rho} a_1 \tilde{h} \delta_2 - 2\alpha^2 a_2 \tilde{h} \delta_1 \right) + \tilde{h} \Delta_r = 0. \quad (20)$$

上式即代表薄层中对称模式界面波的特征方程。据作者所知, 固体间薄层中对称模式界面波的特征方程的具体形式至今还未有报道。

我们看到, 代表固体间薄层中不同模式的界面波方程形式较简单, 易于求解, 通过关系式 $C_i = C_s/\alpha$, 从(19)和(20)式分别可求得不同模式界面波的速度 C_i 。由(19)式知, 反对称模式界面波速度与薄层厚度及有效切变模量 μ_s 有关。 μ_s 在评价固体间界面的力学特性时是一个很有用的参量, 实际上常常通过测定反对称模式界面波速度之值估计 μ_s ^[11]。

数值计算表明, 固体中含气泡薄层的反对称模式界面波速度小于固体横波速度 C_s 。图 6 给出沿 IN-100 合金中含气泡薄层传播的反对称模式界面波相对速度 C_i/C_s 随薄层厚度和气泡体积浓度的变化关系。由图 6 可见, $\tilde{h}$ 或气泡体积浓度 β 增大时, C_i 值减小。当气泡层很薄时($\tilde{h} \rightarrow 0$)或气泡体积浓度很小时($\beta \rightarrow 0$), $C_i \rightarrow C_s$, 表明反对称模式本质上是一种横波。当 $\beta \rightarrow 1$, 薄层为空气所代替, 界面波速度趋近于固体自由表面的瑞利波速度。应该指出, 图 6 给出的数值计算中, $\tilde{h}$ 愈小, C_i/C_s 的精确度愈高。

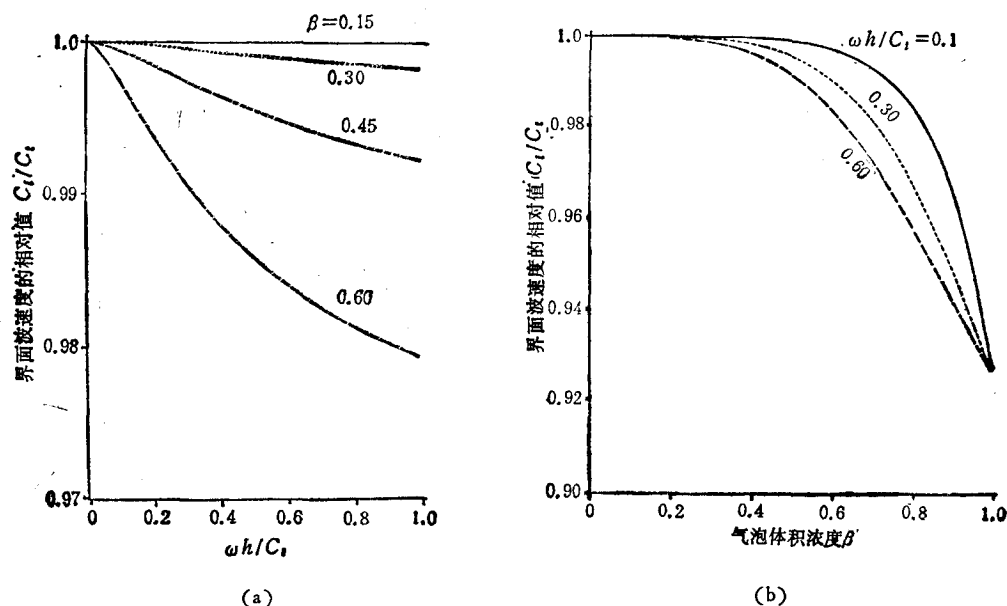


图 6 IN-100 合金中含气泡薄层传播的反对称模式速度 C_i 的相对值 C_i/C_s 随 $\frac{\omega}{C_s} h$ 的变化(以 β 为参数)(a) 和随 β 的变化(以 $\frac{\omega}{C_s} h$ 为参数)(b)

(20)式是薄层中对称模式界面波所满足的方程式,其速度决定于含气泡薄层的厚度及有效弹性模量 K_e 和 μ_e . 当气泡体积浓度较小时,该模式的传播速度大于固体中横波速度,因而这种在传播过程中因向固体“漏泄”而不断衰减。

五、讨 论

本文用固-气两相复合媒质模拟焊接件或粘接件含气边界层状态,从而可以找出声反射系数和透射系数与边界层气泡含量的关系,为通过声反射系数和透射系数的实验值来反演边界层力学参量提供理论基础。通过对气泡薄层传递矩阵的渐近展开,由反射系数或透射系数可导出沿气泡薄层传播的对称模式或反对称模式界面波形式简洁的特征方程,从而找出界面波速度与薄层中含气浓度的关系。

本文讨论中,我们将气泡层看作各向同性媒质,这种假定只有当气泡层厚度大于气泡线度时才合理。当气泡层厚度与气泡线度接近时,将气泡薄层看作横向各向同性媒质可能更为恰当。但是,本文所提出的模型仍然可以使用,这时只要修改气泡层对应的传递矩阵。有关固体中各向异性媒质层对声反射的研究已有报道^[11]。固体中各向异性晶体薄层中界面波特性的较详细研究将另文报道。

本文部分工作是在美国 Ohio 州立大学访问研究时完成的。作者衷心感谢该校焊接工程系 Rokhlin 教授所给予的支持。

附 录

矩阵 $[C]$ 与文献[9]给出的相类似,定义如下:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2} \cos(\tilde{h}r_0) + \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right) \cos(\tilde{h}\beta_0), \\
 C_{12} &= i\alpha \left[\frac{1}{r_0} \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right) \sin(\tilde{h}r_0) - \frac{2\beta_0}{\eta_0^2} \sin(\tilde{h}\beta_0) \right], \\
 C_{13} &= \frac{\alpha}{\rho_e C_1^* \xi_0} [\cos(\tilde{h}r_0) - \cos(\tilde{h}\beta_0)], \\
 C_{14} &= -\frac{i}{\rho_e C_1^* \eta_0} \left[\frac{\alpha^2}{r_0} \sin(\tilde{h}r_0) + \beta_0 \sin(\tilde{h}\beta_0) \right], \\
 C_{21} &= i\alpha \left[\frac{2\gamma_0}{\eta_0^2} \sin(\tilde{h}r_0) - \frac{1}{\beta_0} \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right) \sin(\tilde{h}\beta_0) \right], \\
 C_{22} &= \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right) \cos(\tilde{h}r_0) + \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2} \cos(\tilde{h}\beta_0), \\
 C_{23} &= -\frac{i}{\rho_e C_1^* \xi_0} \left[r_0 \sin(\tilde{h}r_0) + \frac{\alpha^2}{\beta_0} \sin(\tilde{h}\beta_0) \right], \\
 C_{31} &= \frac{2\rho_e C_1^* \alpha}{\eta_0} \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right) [\cos(\tilde{h}r_0) - \cos(\tilde{h}\beta_0)], \\
 C_{32} &= -i\rho_e C_1^* \left[\frac{\eta_0}{r_0} \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right)^2 \sin(\tilde{h}r_0) + \frac{4\beta_0 \alpha^2}{\eta_0^2} \sin(\tilde{h}\beta_0) \right], \\
 C_{41} &= -4i\rho_e C_1^* \left[\frac{r_0 \alpha^2}{\eta_0^2} \sin(\tilde{h}r_0) + \frac{\eta_0}{4\beta_0} \left(1 - \frac{2\alpha^2}{\eta_0^2}\right)^2 \sin(\tilde{h}\beta_0) \right], \\
 C_{42} &= C_{11}, \quad C_{43} = C_{13}, \quad C_{44} = C_{11}, \quad C_{23} = C_{22}, \quad C_{24} = C_{13}, \quad C_{34} = C_{12},
 \end{aligned}$$

其中 $\xi_0 = C_i/C_t$, $\eta_0 = C_t/C_i$, $\gamma_0 = (\xi_0^2 - \alpha^2)^{1/2}$, $\beta_0 = (\eta_0^2 - \alpha^2)^{1/2}$, $\bar{h} = \frac{\omega}{C_i} h$, C_t 和 C_i 分别为含气泡固体的纵波和横波声速, $i = \sqrt{-1}$. α 的定义见(8)和(9)式,也可表示为 $\alpha = C_t/C_i$.

- [1] R. D. Adams and P. Cawley, *NDT International* 21(1988), 208.
- [2] Shao-wen Wang *et al.*, *Review of Progress in QNDE*, 4B (1985), 919.
- [3] R. B. Thompson *et al.*, Proc. 1989 Ultrasonic Symposium, (1989), p. 1117.
- [4] A. Pilarski and J. L. Rose, *J. Appl. Phys.*, 63(1988), 300.
- [5] S. I. Rokhlin *et al.*, *J. Appl. Phys.*, 51(1981), 3579.
- [6] Y. C. Angel *et al.*, *J. Appl. Mech.*, 52(1985), 53.
- [7] R. M. Christensen, *Mechanics of Composite Materials*, John Willey & Sons Inc., (1979), p. 47.
- [8] S. I. Rokhlin and Y. J. Wang (王耀俊), *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(1991), 503.
- [9] L. M. Brekhovskikh, *Waves in Layered Media*, Academic Press, (1980).
- [10] S. I. Rokhlin *et al.*, *Thin Solid Film*, 89(1982), 143.
- [11] S. I. Rokhlin and Y. J. Wang (王耀俊), *J. Acoust. Soc. Am. Supp.* 1, 87(1990), S145.

INTERACTION OF ULTRASONIC WAVE WITH VOID-CONTAINING LAYER IN SOLID

WANG YAO-JUN

Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing, 210008

(Received 11 February 1991)

ABSTRACT

Using a general model for sound reflection from multilayered media, we present in this paper the expressions for sound reflection and transmission coefficients on void-containing interface layer in solid and derive the characteristic equation for symmetric and antisymmetric modes of the interface waves along the layer. The method for evaluating the effective elastic moduli of void-containing solid is also introduced. The numerical calculation given in this paper shows the influence of the void volume concentration and layer thickness on the sound reflection coefficients and interface wave velocity, providing a theoretical basis for inverse deduction of the mechanical properties of void-containing layer based on ultrasonic measurements.

PACC: 4320; 8170C; 6265