

光抽运双光子激光朗之万量子理论

胡 响 明 汪 德 新

华中师范大学物理系, 武汉, 430070

1991 年 1 月 14 日收到

本文采用朗之万量子理论获得光抽运双光子激光具有双光子损耗时的朗之万方程, 进一步获得稳态平均光子数、频率牵引、线宽和动态斯塔克效应。对激光增益来源的分析表明, 非相干抽运仅有单双光子两步过程有贡献, 而相干抽运, 除上述过程外还有单双光子一步过程有贡献。而且, 上述两个过程都受到负反馈和饱和因子的制约。线宽与稳态平均光子数无关。

PACC: 4250; 4265; 0365

一、引 言

单光子激光已广泛为人们所研究^[1-3]。双光子激光, 由于可以构成高功率光学放大器和可调谐源, 以及与物质相互作用具有自组织的特点而为人们所广泛研究。Prokhorov^[4]首先提出获得双光子激光的可能性, Nikolaus 等人^[5]首先在产生双光子激光实验方面进行了探索。在理论上采用多种方法对双光子激光进行了研究^[6-9]。

目前, 激光抽运引起了人们广泛的兴趣, 它可以作为频率标准, 同时又可将抽运激光辐射变换到其它光谱范围。郭光灿^[10]对光抽运单光子激光进行了量子理论分析。本文采用同样的方法处理光抽运双光子激光。双光子场与原子相互作用由等效哈密顿量描述, 损失机制采用双光子损耗机制^[6,7]。

二、激光场朗之万方程

采用与文献 [10] 相同的系统和符号, 如图 1 和图 2 所示。不过, 这里能级 $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 宇称相同, 从而产生双光子激光。

相应的原子能级算符

$$\sigma_j(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|j\rangle\langle j|)^{(i)} \quad j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

缓变的原子平均反转算符

$$\Sigma_{13} = \exp(i\omega_p t) \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|1\rangle\langle 3|)^{(i)} \right], \quad (2)$$

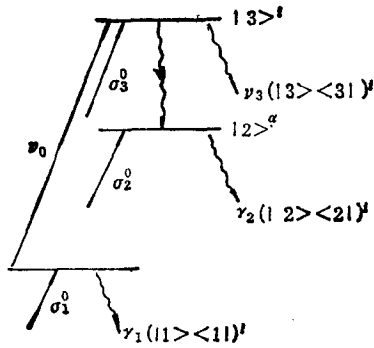


图1 原子能级

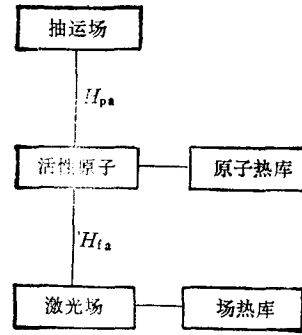


图2 系统

$$\Sigma_{23} = \exp(i2\omega_s t) \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|2\rangle\langle 3|)^{(i)} \right], \quad (3)$$

$$\Sigma_{12} = \exp[i(\omega_p - 2\omega_s)t] \cdot \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|1\rangle\langle 2|)^{(i)} \right] \quad (4)$$

和激光场缓变湮没算符

$$A(t) = \exp(i2\omega_s t) a(t). \quad (5)$$

在电偶极近似下,原子与激光场耦合相互作用哈密顿量为

$$H_{LA} = \hbar N (g A^{+2} \Sigma_{23} + g^* \Sigma_{23}^+ A^2), \quad (6)$$

其中 g 为耦合常数, N 为原子总数. 抽运场与原子耦合作用哈密顿量为

$$H_{pA} = \hbar N (v_0^* \Sigma_{13} + v_0 \Sigma_{13}^+), \quad (7)$$

其中 $|v_0|^2$ 为相干抽运强度.

采用马尔可夫近似,算符的海森伯-朗之万方程为

$$\dot{\sigma}_3 = \gamma_3 \sigma_3^0 - \gamma_3 \sigma_3 - i(v_0^* \Sigma_{13} - v_0 \Sigma_{13}^+) + i(g A^{+2} \Sigma_{23} - g^* \Sigma_{23}^+ A^2) + F_3(t), \quad (8)$$

$$\dot{\sigma}_2 = \gamma_2 \sigma_2^0 - \gamma_2 \sigma_2 - i(g A^{+2} \Sigma_{23} - g^* \Sigma_{23}^+ A^2) + F_2(t), \quad (9)$$

$$\dot{\sigma}_1 = \gamma_1 \sigma_1^0 - \gamma_1 \sigma_1 + i(v_0^* \Sigma_{13} - v_0 \Sigma_{13}^+) + F_1(t), \quad (10)$$

$$\dot{\Sigma}_{23} = -[\gamma_{23} + i(\omega_{32} - 2\omega_s)] \Sigma_{23} + i v_0 \Sigma_{12} + i g (\sigma_3 - \sigma_2) A^2 + F_{23}(t), \quad (11)$$

$$\dot{\Sigma}_{13} = -[\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)] \Sigma_{13} - i v_0 (\sigma_3 - \sigma_1) - i g \Sigma_{12} A^2 + F_{13}(t), \quad (12)$$

$$\dot{\Sigma}_{12} = -[\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_s)] \Sigma_{12} - i v_0 \Sigma_{23}^+ - i g A^{+2} \Sigma_{13} + F_{12}(t), \quad (13)$$

$$\dot{A} = - \left[\frac{1}{2} \frac{2\omega_s}{Q} A^+ A + i(\Omega - \omega_s) \right] A - 2i g N A^+ \Sigma_{23} + F_A(t), \quad (14)$$

其中方程(14)的获得采用了文献[2]的方法,还有场热库的噪声关联(以 $\langle \rangle_t$ 表示对场热库取平均)

$$\langle F_A(t) F_A(t') \rangle_t = \frac{2\omega_s}{Q} \bar{n}(\omega_s) \langle A A^+ \rangle_t \delta(t - t'), \quad (15)$$

$$\langle F_A(t) F_A(t') \rangle_t = \frac{2\omega_s}{Q} [\bar{n}(\omega_s) + 1] \langle A^+ A \rangle_t \delta(t - t'). \quad (16)$$

认为原子变量相对于场变量是快变的, 从而原子变量可以采用绝热近似被消去。考虑光子数不太高的情况,

$$||g|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} A^{+2} A^2| \ll ||v_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13}^*| + 1, \quad (17)$$

导出激光朗之万方程

$$\begin{aligned} \dot{A} = & - \left[\frac{1}{2} \frac{2\omega_s}{Q} A^+ A + i(\Omega - \omega_s) \right] A + C A^+ A^2 - B A^+ A^2 A^{+2} A^2 \\ & + F_A(t), \end{aligned} \quad (18)$$

其中复增益系数

$$C = \frac{2|g|^2 N \mathcal{D}_{23}}{1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}} \left[(\sigma_3^0 - \sigma_2^0) + \frac{|v_0|^2 (\sigma_1^0 - \sigma_3^0)}{1 + |v_0|^2 \frac{\mathcal{D}_{13}}{R_{31}}} \left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{\gamma_3} + \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^* \right) \right], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{23} &= [\gamma_{23} + i(\omega_{32} - 2\omega_s)]^{-1}, \quad \mathcal{D}_{13} = [\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]^{-1}, \\ \mathcal{D}_{12} &= [\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_s)]^{-1}, \quad \mathcal{D}_{ii} = \mathcal{D}_{ij} + \mathcal{D}_{ij}^*, \\ R_{ij} &= (\gamma_i^{-1} + \gamma_j^{-1})^{-1}, \end{aligned}$$

$$F = \frac{2gNA^+ \mathcal{D}_{23}}{1 + |v_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}} [v_0 \mathcal{D}_{12}^* F_{12}^+ - iF_{23}] + F_A. \quad (20)$$

与单光子激光朗之万方程^[10]相比较, 其根本差别在于双光子激光增益和损耗是非线性的。

三、统计结果

将方程(18)对热库取平均, 以 $\langle \rangle$ 表示。采用相干态表示, $A|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$, 忽视饱和项中 A 和 A^+ 的排序问题, 增益和饱和系数中的算子 $N\langle\sigma_i^0\rangle$ 为所有原子 i 能级平均非相干抽运未饱和原子数, 正如文献[6—9]一开始就采用的方式, 不妨把它视为 c 数。

把方程(18)写成相干态表示中的福克-普朗克方程

$$\begin{aligned} \dot{P}(\alpha, t) = & - \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[- \left(\frac{1}{2} \frac{2\omega_s}{Q} |\alpha|^2 + i(\Omega - \omega_s) \right) + \text{Re}\langle C \rangle |\alpha|^2 - \text{Re}\langle B \rangle |\alpha|^6 \right] \alpha \right. \\ & \left. + \text{c.c.} \right\} P + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \alpha^*} S |\alpha|^2 P, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 c.c. 为复共轭, $S|\alpha|^2$ 为扩散系数, 满足

$$S|\alpha|^2 \delta(t-t') = \langle F(t)F^+(t') \rangle + \langle F^+(t)F(t') \rangle. \quad (22)$$

令

$$\alpha = \sqrt{\bar{n}(t)} e^{i\phi(t)}, \quad (23)$$

其中 $\bar{n}(t)$ 为平均光子数; ϕ 为相位, 体现各种涨落。从方程(21)漂移项得到光子数运动方程和频率牵引方程

$$\dot{\bar{n}}(t) = \left(2\text{Re}\langle C \rangle - \frac{2\omega_s}{Q} \right) \bar{n}^2(t) - 2\text{Re}\langle B \rangle \bar{n}^4(t), \quad (24)$$

$$\dot{\phi}(t) = \Omega - \omega_s + \text{Im}\langle C \rangle \bar{n}(t) - \text{Im}\langle B \rangle \bar{n}^3(t). \quad (25)$$

稳态平均光子数和稳态时频率牵引分别为

$$\bar{n}_{s.} = \sqrt{\frac{\text{Re}\langle C \rangle - \omega_s/Q}{\text{Re}\langle B \rangle}}, \quad (26)$$

$$\omega_s + \phi = Q + \text{Im}\langle C \rangle \bar{n}_{s.} - \text{Im}\langle B \rangle \bar{n}_{s.} \quad (27)$$

利用极坐标转换,从方程(21)立即求得线宽

$$D = S/4, \quad (28)$$

其中

$$S = 2 \left\{ \frac{2\omega_s}{Q} \left(\bar{n}(\omega_s) + \frac{1}{2} \right) + \frac{4|g|^2}{\gamma_{23}^2} \frac{\mathcal{L}_{23}}{|1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23}|^2} \right. \\ \left. \cdot \left[\gamma_{23} \left(N_2^0 + N_3^0 + N_3^{\pm} - \frac{\gamma_3}{2\gamma_{23}} N_3^{\pm} \right) + \frac{|\nu_0|^2 \mathcal{L}_{12}}{\gamma_{12}} \left(N_1^0 - N_1^{\pm} + N_2^0 + \frac{\gamma_1}{2\gamma_{12}} N_1^{\pm} \right) \right] \right\}, \quad (29)$$

其中

$$N_i^{\pm} = N\langle \sigma_i^{\pm} \rangle, \quad N_i^0 = N\langle \sigma_i^0 \rangle,$$

$N_3^{\pm}$ 和 $N_1^{\pm}$ 分别为相干抽运在 $|3\rangle$ 能级产生的和离开 $|1\rangle$ 能级的原子数, N_i^0 为非相干抽运原子数。

与单光子激光相比较,双光子激光线宽同样包括场热库、原子能级自发辐射和自发 Raman 散射的贡献。但是,单光子激光的线宽随稳态平均光子数的增加而减少,而双光子激光的线宽却与稳态平均光子数无关。双光子激光线宽的特点是双光子增益和双光子损耗的结果。

四、激光过程

从增益系数(19)式来看,含 $\sigma_1^0 - \sigma_2^0$ 是非相干抽运贡献,含 $\sigma_1^{\pm} - \sigma_2^{\pm}$ 却是相干抽运贡献,相干抽运贡献中第一项与非相干抽运本质上相同,都是在能级 $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 间形成反转,此为单、双光子两步过程,先建立反转,才产生激光。相干抽运贡献中第二项是三个偶极子 Σ_{23} , Σ_{13} 和 Σ_{12} 通过两个光场 ν_0 与 A 互相耦合的结果,满足 Raman 散射频率条件 $\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_s = 0$ 时将出现共振,此为单双光子即三光子一步过程。在共振和不考虑非相干抽运时,在弱相干抽运条件下增益系数为

$$\text{Re}\langle C \rangle = \frac{2|g|^2 N}{\gamma_{23}\gamma_{13}} |\nu_0|^2 \left(\frac{2}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right).$$

当 $\gamma_{12} \gg \gamma_3$, 原子先建立反转,导致两步过程;当 $\gamma_3 \gg \gamma_{12}$, 原子难以建立反转,从抽运场吸收光子同时又发射两个光子,形成一步过程。非相干抽运只有两步过程,而相干抽运则有两步和一步两种过程。

另外,上述两基本过程均受负反转因子 $(1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23})^{-1}$ 的限制。如果抽运场较强时, $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 上的原子反转, $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 间的原子数差均趋于饱和。

五、动态斯塔克效应

尽管双光子激光增益是非线性的,但其增益系数在参数形式上只与单光子激光^[10]增

益系数有常数 2 的差别, 这并不重要。遵照文献 [10] 的方法可知, 双光子激光频率 2ω 的斯塔克分裂裂距与单光子激光在参数形式上相同, 故 ω 的裂距为单光子激光的二分之一。

六、结 论

对于具有双光子损耗机制的双光子激光, 推导出其朗之万方程, 与单光子激光不同, 双光子激光的增益和损耗都是非线性的。从朗之万方程可以获得稳态平均光子数、频率牵引、线宽和动态斯塔克效应。从激光增益来源分析得出, 非相干抽运仅有两步过程有贡献, 而相干抽运既有两步也有一步过程有贡献的结论。激光线宽与稳态平均光子数无关。

- [1] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation*, New York, Wiley, (1973).
- [2] M. Sargent, M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics*, Addison Wesley, Reading, MA, (1974) Chapt. 17, 19, 20.
- [3] H. Haken, *Handbuch der Physik*, Springer, Berlin, (1970), Vol. XXV.
- [4] A. Prokhorov, *Science*, **149** (1965), 828.
- [5] Nikolaus, D. Z. Zhang and P. E. Toschek, *Phys. Rev. Lett.*, **47**, (1981), 171.
- [6] K. J. McNeil and D. F. Walls, *J. Phys. A*, **8** (1975), 104.
- [7] U. Herzog, *Opt. Acta*, **30** (1983), 639.
- [8] M. D. Reid and D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A28** (1983), 332.
- [9] L. A. Lugiato and G. Strini, *Opt. Comm.*, **41** (1982), 374.
- [10] 郭光灿, 物理学报, **33** (1984), 1661.

LANGEVINIAN THEORY OF TWO-PHOTON LASERS BY OPTICAL PUMPING

HU XIANG-MING WANG DE-XIN

Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan, 430070

(Received 14 January 1991)

ABSTRACT

In this paper, a two-photon laser by optical pumping, with two-photon losses, is studied by means of the Langevinian theory, the langevinian equation is obtained. Then the steady-state average photon number, the frequency pulling, the linewidth and the dynamical Stark effect are obtained. From the analysis of the gain, it is shown that, for the incoherent pumping, only the two-step process of single and two-photon gives contribution. And for the coherent pumping, in addition, the one-step process of single and two-photon also contributes. And two processes are confined by the negative-feedback and saturation. The linewidth is independent of the steady state average photon number.

PACC: 4250; 4265; 0366