

弹性连续介质中氢致裂纹传播理论

蒋生蕊 权宏顺

兰州大学物理系, 兰州, 730000

1990 年 10 月 29 日收到

弹性连续介质中的氢原子, 在裂纹应力场的诱导下发生聚集, 形成氢气团。本文计算了气团分布区平均氢浓度, 并将该区看作沿裂纹尖端分布的弹性夹杂, 确定了夹杂的本征应变, 研究了夹杂的应力场 P_{ij} 对裂纹位错密度的影响, 求得了裂纹尖端总的应力强度因子。认为氢脆机理是氢气团增大了裂纹尖端应力强度因子。最后还讨论了氢致开裂的物理过程及氢致裂纹扩展速率。所得结果与实验符合很好。

PACC: 4720; 4630N; 6170G; 6170Y

一、引 言

进入材料中的氢原子, 大部分陷入晶界、位错或其它晶体缺陷的势阱中, 成为不易扩散的捕获氢。而进入间隙位置的一小部分氢, 因在应力和温度影响下易于扩散, 称之为扩散氢^[1]。在弹性连续介质中, 扩散氢在应力诱导下向裂纹尖端三轴应力区聚集, 形成“氢气团”。众所周知, 金属的脆化与该氢气团有关。

关于氢致开裂, 多年来已作了广泛的研究, 并提出过好几种机理^[2-4], 但问题尚未完全解决。龙期威^[5]曾认为到达裂纹尖端的氢原子数达到临界值时, 裂纹开裂。本文根据氢在介质中产生的四方畸变, 认为氢气团能在它的分布区引起大的晶格畸变, 并产生附加的应力场。该应力场将改变裂纹位错密度, 增大应力强度因子。本文将气团分布区看作弹性夹杂, 并对夹杂的形状和氢浓度分布作了近似, 确定了夹杂的本征应变和应力场, 研究了气团与裂纹的交互作用; 通过严格的数学计算, 求得了裂纹的位错密度和应力强度因子。最后讨论了氢致开裂的物理过程及氢致裂纹扩展速率。所得结果与众多的实验符合很好, 说明了本文的近似处理是合理的。

二、氢气团的形成与裂纹尖端的氢原子浓度

进入多晶 α -Fe 四面体间隙的氢原子, 因直接与四个点阵原子相互挤压, 形变是复杂的。为了简单起见, 可将这种形变近似看作四方畸变。文献[6]给出了多晶 α -Fe 中氢原子产生的四方畸变场: $\varepsilon_{22}^0 = 0.1772$, $\varepsilon_{11}^0 = \varepsilon_{33}^0 = 0.0026$, $\varepsilon_{12}^0 = \varepsilon_{23}^0 = \varepsilon_{13}^0 = 0$ 。该畸变场也可近似理解为一个 α -Fe 晶胞中溶入一个氢原子时, 所发生的平均应变。

位于 (r, θ) 点(见图 1)的氢原子与 I 型裂纹(应力场 σ_{ij}^0 由文献[7]给出)之间的交互

作用能和交互作用力分别为

$$E_{\text{int}} = -\nu_0 \sigma_{ij}^0 \varepsilon_{ij}^0 = -\frac{\nu_0 K_1 (\varepsilon_{22}^0 - \varepsilon_{11}^0)}{\sqrt{2\pi r}} \cos u (\alpha + \sin u \sin 3u), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = -\nabla E_{\text{int}} = & -\frac{\nu_0 K_1 (\varepsilon_{22}^0 - \varepsilon_{11}^0)}{2r \sqrt{2\pi r}} [(\alpha + \sin u \sin 3u) \cdot (\cos u \hat{\mathbf{r}} + \sin u \hat{\boldsymbol{\theta}}) \\ & - (\cos^2 u \sin 3u + 3 \sin u \cos u \cos 3u) \hat{\boldsymbol{\theta}}], \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\alpha = [(1 + 2\nu)\varepsilon_{11}^0 + \varepsilon_{22}^0] / (\varepsilon_{22}^0 - \varepsilon_{11}^0) = 1.0387$, 这里 ν 为材料的泊松比, 取 0.3. K_1 为与外力有关系的裂纹应力强度因子. $\nu_0 = \frac{4}{3} \pi a_0^3$ 为氢原子体积, 这里 a_0 为氢原子半径, $u = \frac{1}{2} \theta$. 在 \mathbf{f} 力的作用下, 氢原子沿一蠕曲路径向裂纹尖端漂移, 形成氢原子流, 其流密度为

$$\mathbf{j} = c_0 \mathbf{v} = \frac{c_0 D}{kT} \mathbf{f} = -\frac{c_0 D}{kT} \nabla E_{\text{int}}, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{v} = \frac{D\mathbf{f}}{kT}$ 为氢的漂移速度, c_0 为扩散氢浓度.

由(1)式, 在过 x_0 点的等能 ($E_{\text{int}}(r, u) = E_{\text{int}}(x_0, 0)$) 面 $S_+ + S_-$ 上(见图 1), x_0 与 r, u 有如下关系:

$$\sqrt{r/x_0} = \frac{1}{\alpha} \cos u (\alpha + \sin u \sin 3u). \quad (4)$$

经计算, 等能面 $S_+ + S_-$ 所包围的横截面积为

$$\begin{aligned} S &= \int_0^\pi r^2 d\theta = 2x_0^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha^4} \cos^4 u (\alpha + \sin u \sin 3u)^4 du \\ &= 3.21 x_0^2. \end{aligned} \quad (5)$$

由(3)式, 单位时间穿过等能面流入高应变区的氢原子数为

$$\begin{aligned} \dot{N} &= - \int_{S_+ + S_-} \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} r d\theta = 2 \frac{Dc_0}{kT} \int_{S_+} |\nabla E_{\text{int}}| r d\theta \\ &= 2\nu_0 \alpha (\varepsilon_{22}^0 - \varepsilon_{11}^0) I \frac{Dc_0}{kT} \frac{K_1}{\sqrt{2\pi x_0}}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$I = \int_0^{u_1} \left\{ 1 + \left[\tan u - \frac{\cos u \sin 3u + 3 \sin u \cos 3u}{\alpha + \sin u \sin 3u} \right]^2 \right\}^{1/2} du, \quad (7)$$

I 积分中的被积函数在 $u = 90^\circ$ 时是发散的, 这是由于弹性理论本身的问题所引起. 实际上, 因裂纹尖端微小塑性区的存在, u 的积分上限只能取与等能面 S_+ 和塑性区边界的交点 (r_1, θ_1) 相应的 $u_1 = \frac{1}{2} \theta_1$ 值. 塑性区可近似看作半径为 r_1 的圆, 其圆心在裂纹尖端(见图 1). 按(4)式计算的 u_1 与 r_1/x_0 之间的数值关系见表 1. 表 1 也给出了不同 x_0 的 I 值表 1 中将 r_1 取为晶格常数, 这是因为对弹性材料裂纹尖端塑性区很小, 估计只有两个晶胞大小的尺寸.

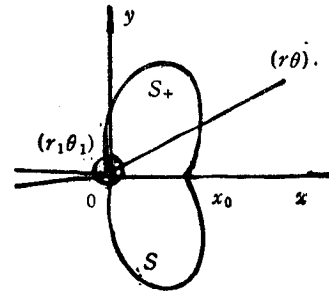


图 1 裂纹尖端的等能面 $S_+ + S_-$.

表 1 μ_1 和 x_0 之间的关系 取 $r_1 = 2.8 \times 10^{-10} m$

$\mu_1(^{\circ})$	83	84	85	86	87	88	89
$r_1/x_0(\times 10^{-5})$	17.29	8.731	4.115	1.786	0.6961	0.2264	0.0456
I_1	5.376	5.718	6.095	6.512	6.983	7.545	8.346

加载 t 时刻以后, 过 x_0 的等能面内氢原子平均浓度为

$$\bar{c} = c_0 + Nt/S = c_0 \left(1 + \frac{H_0 K_1 t}{x_0^2 \sqrt{2\pi x_0}} \right), \quad (8)$$

$$H_0 = 0.623\nu_0 D \alpha (\varepsilon_{22}^0 - \varepsilon_{11}^0) l / kT.$$

由(1)式知, 裂纹前方的三轴应力区具有最小能量, 为氢原子的稳定平衡位置. 氢原子在 f 力的诱导下向这里聚集是完全可能的. 离子探针分析^[8]发现, 氢含量在裂纹前方出现峰值就证明了这一点.

三轴应力区的边界可能是氢含量的峰值与谷值中点处, x_0 就取在这里. 过 x_0 的等能面之内具有更高的氢原子浓度, 为氢气团的分布区.

三、氢气团分布区内的晶格畸变

在等能面内, 由于高浓度的氢原子群的分布而引起了大的晶格畸变, 因而在力学上与基体不相适应. 根据夹杂理论^[9], 该区域可按弹性夹杂处理. 在一定应力作用下, 经充分扩散而处于平衡态的氢原子, 其浓度满足 Fermi-Dirac 分布. 但在氢原子以 \dot{N} 的速度不断流入非平衡态的等能面内时, 上述分布是不满足的. 为了数学求解的可能性, 我们作如下两点近似: 1) 认为等能面内的氢原子作均匀分布, 其浓度为 \bar{c} ; 2) 将复杂形状的等能面 $S_+ + S_-$ 看作圆, 其圆心在 $(\frac{1}{2} x_0, 0)$ 点, 半径为 $b_0 = \frac{1}{2} x_0$. 关于等能面内的晶格畸变即本征应变, 可作如下考虑: 根据文献[10], 浓度为 c 的间隙原子, 在晶体中引起的应变场为

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{\mu} \lambda_{ij}^{\mu} c_{\mu}, \quad (9)$$

式中 λ_{ij}^{μ} 为 μ 方向的原子尺寸因子, c_{μ} 为 μ 方向上的浓度在总浓度中所占的比例. 在均匀分布情况下, 上式可简化为

$$\varepsilon_{ij} = \lambda_{ij} c. \quad (10)$$

如前所述, 文献[6]所给的四方畸变场 ε_{ij}^0 可理解为溶入一个氢原子的 α -Fe 晶胞所发生的应变. 当一个 α -Fe 晶胞内溶入一个氢原子时, 该晶胞中氢的原子百分浓度 $c_m = 1/3$. 按(10)式并有关系:

$$\varepsilon_{11}^0 = \varepsilon_{33}^0 = \lambda_{11} c_m, \quad \varepsilon_{22}^0 = \lambda_{22} c_m. \quad (11)$$

而在平均氢浓度为 \bar{c} 的等能面内, 其平均晶格畸变即本征应变按(10)式可写为

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11}^* &= \varepsilon_{11}^* = \lambda_{11} \bar{c} = \frac{\bar{c}}{c_m} \varepsilon_{11}^0, \\ \varepsilon_{22}^* &= \lambda_{22} \bar{c} = \frac{\bar{c}}{c_m} \varepsilon_{22}^0,\end{aligned}\quad (12)$$

这里利用了(11)式的结果。

四、氢气团对裂纹应力强度因子的影响

如前所述,气团分布区可看作本征应变为 ε_{ij}^* 的圆柱形夹杂。为研究夹杂对裂纹应力强度因子的影响,按夹杂理论的一般研究方法,应先求得该夹杂在无限介质中引起的应力场,然后再研究夹杂与裂纹之间的交互作用。

圆柱形夹杂在无限介质中引起的应力场 P_{ij} 可用 Eshelby^[9] 的点力积分法求得。文献[11]已给出了这一结果,且 P_{22} 分量在 $(x, 0)$ 点(见图 2)有如下形式:

$$P_{22} = \frac{D_1}{(\xi_0 - x)^2} + \frac{D_2}{(\xi_0 - x)^4}, \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned}D_1 &= \frac{b_0^2}{2(1+\kappa)} P_+^0 (\kappa - 1) = \frac{Gb_0^2}{2(1-\nu)} [(1+2\nu)\varepsilon_{11}^* + \varepsilon_{22}^*], \\ D_2 &= -\frac{3b^2}{2(1+K)} P_-^0 = \frac{3Gb^2}{4(1-\nu)} (\varepsilon_{22}^* - \varepsilon_{11}^*), \\ P_+^0 &= P_{11}^0 + P_{22}^0 = \frac{2G}{1-2\nu} [(1+2\nu)\varepsilon_{11}^* + \varepsilon_{22}^*], \\ P_-^0 &= P_{11}^0 - P_{22}^0 = 2G(\varepsilon_{11}^* - \varepsilon_{22}^*),\end{aligned}\quad (14)$$

式中 P_{11}^0 和 P_{22}^0 为与本征应变 $\varepsilon_{11}^* = \varepsilon_{11}^*$, ε_{22}^* 按 Hooke 定律定义的应力, $\xi_0 = a + b_0$ 为夹杂中心的坐标位置, G 为切变模量, $K = 3 - 4\nu$ 。

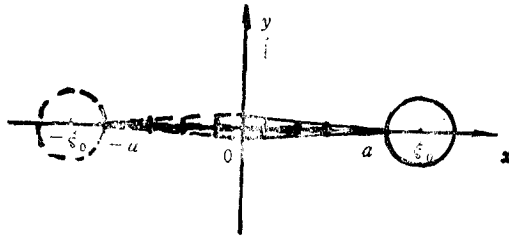


图 2 裂纹的位错模型

根据位错理论^[12,13],图 2 所示的 I 型裂纹可用攀移型位错的连续分布来模拟。在平衡条件下,置于 $(x, 0)$ 点的试探位错所受的攀移力满足方程:

$$A \int_0^a \frac{f(x')}{x - x'} dx' + \sigma^A + P_{22} + \sigma^m = 0, \quad (15)$$

式中 $f(x)$ 为裂纹位错密度, $A = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)}$, b 为位错的 Burgers 矢量, σ^A 为均匀的外加应力, σ^m 为与试样表面 $(0, y)$ 有关的镜像力,其表示式为

$$\sigma^m = A \int_{-a}^0 \frac{f(x')}{x-x'} dx' - \left[\frac{D_1}{(\xi_0+x)^2} + \frac{D_2}{(\xi_0+x)^4} \right], \quad (16)$$

式中等号右端第一项为裂纹位错的像位错对 \$(x,0)\$ 点试探位错的作用力, 第二项为中心在 \$(-\xi_0, 0)\$ 点的像夹杂对试探位错的作用力, 其中负号是由于像夹杂与夹杂的本征应变相反而引入。将(13),(16)式代入(15)式, 整理后得方程

$$\int_{-a}^0 \frac{f(x')}{x-x'} dx' = F(x), \quad (17)$$

$$F(x) = \frac{1}{A} \left[\sigma^A + \frac{4D_1\xi_0x}{(\xi_0^2-x^2)^2} + \frac{8D_2\xi_0x}{(\xi_0^2-x^2)^4} (x^2 + \xi_0^2) \right].$$

\$(-x,0)\$ 点的像位错密度 \$f(-x)\$ 与 \$(x,0)\$ 点的裂纹位错密度 \$f(x)\$ 大小相等, 符号相反, 并满足条件

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0. \quad (18)$$

方程(17)的解为^[12]

$$f(x) = -\frac{1}{\pi^2 \sqrt{a^2-x^2}} \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{a^2-x'^2}}{x'-x} F(x') dx' + \frac{B}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$= -\frac{(a^2-x^2)^{-\frac{1}{2}}}{A\pi^2} [\sigma^A I + 4D_1\xi_0 II + 8D_2\xi_0(III + \xi_0^2 IV)] + \frac{B}{\sqrt{a^2-x^2}}, \quad (19)$$

式中

$$I = \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{a^2-x'^2}}{x'-x} dx' = -\pi x^{[12]},$$

$$II = \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{a^2-x'^2}}{x'-x} \cdot \frac{x'}{(\xi_0^2-x'^2)^2} dx',$$

$$III = \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{a^2-x'^2}}{x'-x} \cdot \frac{x'^3}{(\xi_0^2-x'^2)^3} dx', \quad (20)$$

$$IV = \int_{-a}^0 \frac{\sqrt{a^2-x'^2}}{x'-x} \cdot \frac{x'}{(\xi_0^2-x'^2)^4} dx'.$$

以上积分可用留数理论计算得到(积分过程见附录), 其积分结果为

$$II = \frac{\pi\sqrt{\xi_0^2-a^2}}{4\xi_0} \left[\frac{\xi_0}{\xi_0^2-a^2} \left(\frac{1}{\xi_0-x} + \frac{1}{\xi_0+x} \right) - \left(\frac{1}{(\xi_0-x)^2} + \frac{1}{(\xi_0+x)^2} \right) \right],$$

$$III = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{\sqrt{\xi_0^2-a^2}}{\xi_0^4} \left\{ -\frac{\xi_0^2}{2(\xi_0^2-a^2)} \left[1 + \frac{a^2}{\xi_0^2-a^2} - \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \left(\frac{1}{\xi_0-x} + \frac{1}{\xi_0+x} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{\xi_0}{2} \left[1 + \frac{2\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} - \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^2} + \frac{1}{(\xi_0+x)^2} \right] \right.$$

$$\left. + \xi_0^2 \left(\frac{\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} - 2 \right) \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^3} + \frac{1}{(\xi_0+x)^3} \right] - \xi_0^3 \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^4} + \frac{1}{(\xi_0+x)^4} \right] \right\},$$

$$IV = \frac{\pi}{16} \frac{\sqrt{\xi_0^2-a^2}}{\xi_0^4} \left\{ \frac{1}{2(\xi_0^2-a^2)} \left[1 + \frac{a^2}{\xi_0^2-a^2} + \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \left(\frac{1}{\xi_0-x} + \frac{1}{\xi_0+x} \right) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2\xi_0} \left[\frac{2\xi_0^2}{\xi_0^2 - a^2} + \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2 - a^2)^2} - 1 \right] \left[\frac{1}{(\xi_0 - x)^2} + \frac{1}{(\xi_0 + x)^2} \right] \\
& + \left(\frac{\xi_0^2}{\xi_0^2 - a^2} - 1 \right) \left[\frac{1}{(\xi_0 - x)^3} + \frac{1}{(\xi_0 + x)^3} \right] - \xi_0 \left[\frac{1}{(\xi_0 - x)^4} + \frac{1}{(\xi_0 + x)^4} \right] \Big\}. \quad (21)
\end{aligned}$$

将以上积分代入(19)式,整理得

$$\begin{aligned}
f(x) = & \frac{x\sigma^A}{A\pi\sqrt{a^2-x^2}} - \frac{\sqrt{\xi_0^2-a^2}}{A\pi\sqrt{a^2-x^2}} \left\{ \frac{\xi_0}{\xi_0^2-a^2} \left[D_1 + \frac{D_2 a^2}{2(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \right. \\
& \cdot \left[\frac{1}{\xi_0-x} + \frac{1}{\xi_0+x} \right] - \left[D_1 + \frac{D_2}{2\xi_0^2} \left(1 - \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right) \right] \\
& \cdot \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^2} + \frac{1}{(\xi_0+x)^2} \right] + \frac{D_2}{2\xi_0} \left(\frac{2\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} - 3 \right) \\
& \cdot \left. \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^3} + \frac{1}{(\xi_0+x)^3} \right] - D_2 \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^4} + \frac{1}{(\xi_0+x)^4} \right] \right\} + \frac{B}{\sqrt{a^2-x^2}}. \quad (22)
\end{aligned}$$

将(22)式代入(18)式,有

$$\begin{aligned}
B I_6 = & -\frac{\sigma^A}{A\pi} I_1 + \frac{\sqrt{\xi_0^2-a^2}}{A\pi} \left\{ \frac{\xi_0}{\xi_0^2-a^2} \left[D_1 + \frac{D_2 a^2}{2(\xi_0^2-a^2)^2} \right] I_2 \right. \\
& - \left[D_1 + \frac{D_2}{2\xi_0^2} \left(1 - \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right) \right] I_3 \\
& \left. + \frac{D_2}{2\xi_0} \left(\frac{2\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} - 3 \right) I_4 - D_2 I_5 \right\}, \quad (23)
\end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
I_1 = & \int_{-a}^a \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = 0, \\
I_2 = & \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \left(\frac{1}{\xi_0-x} + \frac{1}{\xi_0+x} \right) dx = 0, \\
I_3 = & \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^2} + \frac{1}{(\xi_0+x)^2} \right] dx = -\frac{2\pi\xi_0}{(\xi_0^2-a^2)^{3/2}}, \\
I_4 = & \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^3} + \frac{1}{(\xi_0+x)^3} \right] dx = 0, \\
I_5 = & \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \left[\frac{1}{(\xi_0-x)^4} + \frac{1}{(\xi_0+x)^4} \right] dx = 6\pi\xi_0 \frac{2\xi_0^2+3a^2}{(\xi_0^2-a^2)^{7/2}}, \\
I_6 = & \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \pi. \quad (24)
\end{aligned}$$

积分 I_2 — I_5 同样是用留数理论计算得到的。将上述积分代入(23)式,整理得常数

$$B = \frac{1}{A\pi} \frac{\xi_0}{\xi_0^2-a^2} \left[2D_1 + \frac{D_2}{\xi_0^2} - \frac{D_2}{(\xi_0^2-a^2)^2} (12\xi_0^2+19a^2) \right]. \quad (25)$$

再将(25)式代入(22)式,得位错密度为

$$\begin{aligned}
 f(x) = & \frac{x\sigma^A}{A\pi\sqrt{a^2-x^2}} - \frac{2\sqrt{\xi_0^2-a^2}}{A\pi\sqrt{a^2-x^2}} \frac{1}{\xi_0^2-x^2} \left\{ \frac{\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} \left[D_1 + \frac{D_2 a^2}{2(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \right. \\
 & - \left[D_1 + \frac{D_2}{2\xi_0^2} \left(1 - \frac{a^2\xi_0^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right) \right] \frac{\xi_0^2+x^2}{\xi_0^2-x^2} + \frac{D_2}{2} \left(\frac{2\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} - 3 \right) \\
 & \cdot \frac{\xi_0^2+3x^2}{(\xi_0^2-x^2)^2} - D_2 \frac{\xi_0^4+6x^2\xi_0^2+x^4}{(\xi_0^2-x^2)^3} \left. \right\} + \frac{\xi_0}{A\pi(\xi_0^2-a^2)} \\
 & \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \left[2D_1 + \frac{D_2}{\xi_0^2} - D_2 \frac{12\xi_0^2+19a^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

裂纹尖端的应力强度因子 K_I' 与裂纹位错密度 $f(x)$ 之间有如下关系^[12]:

$$K_I' = \pi A \sqrt{2\pi} \lim_{x \rightarrow a} \sqrt{a-x} f(x). \quad (27)$$

将(26)式代入(27)式,得

$$\begin{aligned}
 K_I' = & \sqrt{\pi a} \sigma^A - 2D_2 \sqrt{\frac{\pi}{a}} (\xi_0^2-a^2)^{-3/2} \left\{ \xi_0^2 \left[\frac{D_1}{D_2} + \frac{a^2}{2(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \right. \\
 & - (\xi_0^2+a^2) \left[\frac{D_1}{D_2} + \frac{1}{2\xi_0^2} - \frac{a^2}{2(\xi_0^2-a^2)^2} \right] \\
 & + \frac{\xi_0^2+3a^2}{\xi_0^2-a^2} \left(\frac{\xi_0^2}{\xi_0^2-a^2} - \frac{3}{2} \right) - \frac{\xi_0^4+6\xi_0^2 a^2+a^4}{(\xi_0^2-a^2)^2} \left. \right\} \\
 & + \sqrt{\frac{\pi}{a}} \frac{D_2 \xi_0}{\xi_0^2-a^2} \left[\frac{2D_1}{D_2} + \frac{1}{\xi_0^2} - \frac{12\xi_0^2+19a^2}{(\xi_0^2-a^2)^2} \right]. \quad (28)
 \end{aligned}$$

利用(14),(12)·(8)式以及 $\xi_0 = a + b_0$, $b_0 = \frac{1}{2} x_0$, $\beta = \frac{x_0}{a}$ 的关系,(28)式经整理,

又可写为

$$K_I' = K_I + K_H, \quad (29)$$

$$K_H = \frac{3G}{1-\nu} \frac{c_0}{c_m} \left(1 + \frac{H_0 K_I' \tau}{a^2 \beta^2 \sqrt{2\pi a \beta}} \right) \sqrt{\pi a} (\epsilon_{12}^0 - \epsilon_{11}^0) H(\beta), \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
 H(\beta) = & \frac{\beta}{2} \cdot \frac{2+\beta}{4+\beta} \left[\frac{\alpha}{3} + \frac{\beta^2}{4(2+\beta)^2} - \frac{3(2+\beta)^2+19}{(4+\beta)^2} \right] \\
 & + \frac{1}{4(4+\beta)} \sqrt{\frac{\beta}{4+\beta}} \left\{ \frac{8}{3} \alpha + 8 \left(\frac{2+\beta}{4+\beta} \right)^2 + \frac{8}{(4+\beta)^2} \right. \\
 & \left. + \frac{2\beta^2}{(2+\beta)^2} + \frac{3\beta}{2(4+\beta)} [(2+\beta)^2+12] \right\},
 \end{aligned}$$

式中 $K_I = \sqrt{\pi a} \sigma^A$ 和 α 与(1)式中引入的 K_I 和 α 具有相同的物理意义。 K_H 为氢致裂纹应力强度因子。由(30)式知, $K_H > 0$, 表明聚集在裂纹尖端的氢原子增大了裂纹尖端的应力强度因子。这就是弹性连续介质发生氢脆的原因。

五、应用与讨论

1. 由(29),(30)式加载 τ 时刻后, 氢致裂纹应力强度因子 K_H 增大到 $K_I' = K_{Ic}$, 即

$K_H = K_{Ic} - K_I = \Delta K$, 裂纹则发生滞后开裂。开裂后的裂纹穿过气团分布区, 到达氢浓度低的区域。由于在新的裂纹前方, 新的气团尚未形成, 使 K_I' 降至 K_{Ic} 以下, 裂纹扩展随之停止。随着加载时间的延长, 具有临界浓度的氢气团又逐渐形成, 使 K_I' 又达到 K_{Ic} , 导致裂纹又一次开裂。依次循环往复, 最后引起材料的破坏。在弹性材料中, 氢致裂纹的扩展, 可以预言不是连续的, 而是跳跃式的。

2. 由(29),(30)式可得裂纹开裂所需加载的时间为

$$t_c = \left[\frac{(1-\nu)c_m \Delta K}{3Gc_0 \sqrt{\pi a} (\epsilon_{22}^0 - \epsilon_{11}^0) H(\beta)} - 1 \right] \cdot \frac{a^2 \beta^2 \sqrt{2\pi a \beta}}{H_0 K_I} \\ \approx \frac{H_1 a^2 \beta^2 \sqrt{2\beta}}{IH(\beta)} \cdot \frac{\Delta K}{K_I} \quad (31)$$

式中

$$H_1 = \frac{(1-\nu)c_m kT}{1.869\nu_0 D G c_0 a (\epsilon_{22}^0 - \epsilon_{11}^0)}$$

裂纹每次开裂的扩展量 Δa 应与气团分布区尺寸 x_0 有直接关系, 可以表示为 $\Delta a = px_0$, 这里 p 为常数。由于裂纹穿过气团分布区到达氢浓度低的区域才能停止, 所以 $p > 1$ 。裂纹的平均扩展速率应写为

$$da/dt = \Delta a/t_c = \frac{pIH(\beta)}{H_1 a \beta \sqrt{2\beta}} \frac{K_I}{\Delta K} \quad (32)$$

式中描述的 $da/dt - K_I/\Delta K$ 和 $da/dt - K_I$ 的关系示于图 3 和图 4 中, 图中取裂纹长度 a 为 14.4mm, a, b, c 三条曲线分别对应的 x_0 为 $1.618 \times 10^{-6}m$, $3.203 \times 10^{-6}m$, $6.797 \times 10^{-6}m$, 取 $r_1 = 2.8 \times 10^{-10}m$, 并按表 1 取相应的 I 值。其余参量分别取如下值: 扩散氢浓度 $c_0 = 1.84 \times 10^{-6}(0.033wppm)^{[1]}$, 表观扩散系数 $D = 2 \times 10^{-6} \exp(-828/T) =$

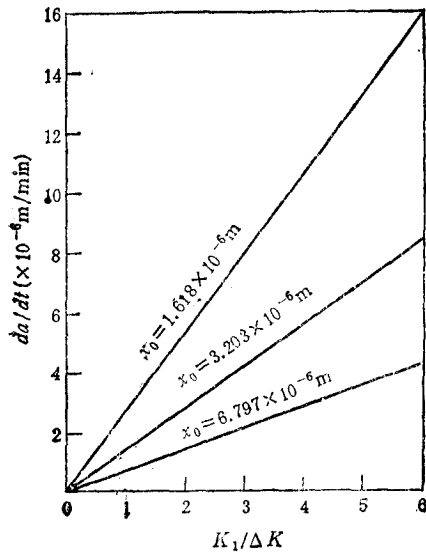


图 3 氢致裂纹平均扩展速率与外加应力强度因子之间的关系

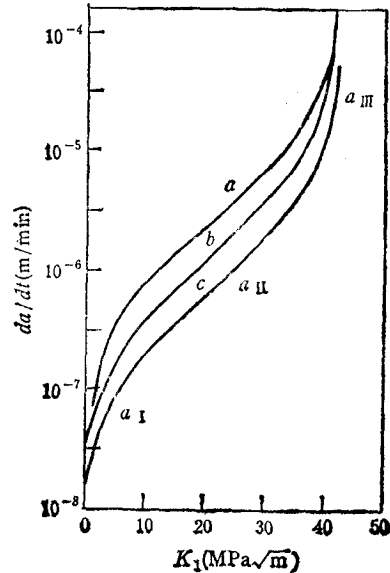


图 4 氢致裂纹扩展速率与外加应力强度因子之间的关系

$1.27 \times 10^{-8} \text{m}^2 \text{s}^{-1[7]}$, $T = 300 \text{K}$, 切变模量 $G = 7.84 \times 10^{10} \text{Pa}$, 泊松比 $\nu = 0.3$ 氢原子半径 $a_0 = 5 \times 10^{-11} \text{m}$, $K_{Ic} = 4.277 \times 10^7 \text{Pa}\sqrt{\text{m}}$, $p = 2$.

图3表明,氢致裂纹扩展速率与 $K_I/\Delta K$ 成线性关系。图4所示 $da/dt-K_I$ 曲线,理想地分为三个阶段,其中与 a_{II} 阶段对应的 da/dt 值在 $5 \times 10^{-7} - 10^{-5} \text{m/min}$ 之间,这同文献[14]所给的 AISI4135 钢的实验结果符合得非常好,也同 4340M 钢在水中的应力腐蚀结果^[15]一致。这充分显示了这一理论的正确性,也表明第三节中的两个近似是合理的。

本文在写作过程中,承蒙童志琛教授的指导,深表谢意。

附 录

$$\Pi = \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2 - x'^2}}{x' - x} \cdot \frac{x'}{(\xi_0^2 - x'^2)^2} dx', \text{ 被积函数 } f_{II}(z) = \frac{\sqrt{a^2 - z^2}}{z - x} \cdot \frac{z}{(\xi_0^2 - z^2)^2},$$

在复平面上有两个支点 a 和 $-a$, 有一个一级极点 x 和两个二级极点 $\xi_0, -\xi_0$, 无穷远点不是支点。所取积分路径如附录图所示。由于在 $C = C_r + C_R$ 的闭合区域内有两个二级极点, 由 Cauchy 定理有

$$\oint_C f_{II}(z) dz = \oint_{C_r} f_{II}(z) dz + \oint_{C_R} f_{II}(z) dz \\ = 2\pi i [\text{Res}f_{II}(\xi_0) + \text{Res}f_{II}(-\xi_0)].$$

当 $R \rightarrow \infty$ 时, $\oint_{C_R} f_{II}(z) dz = 0$, 当 $r \rightarrow 0$ 时, $\oint_{C_r} f_{II}(z) dz = 2 \int_{-a}^a f_{II}(x') dx'$,

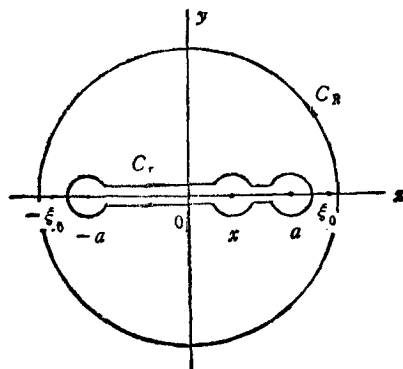
$$\int_{-a}^a f_{II}(x') dx' = \pi i [\text{Res}f_{II}(\xi_0) + \text{Res}f_{II}(-\xi_0)],$$

$$\text{Res}f_{II}(\xi_0) = \lim_{z \rightarrow \xi_0} \frac{d}{dz} [(z - \xi_0)^2 f_{II}(z)] = \frac{\sqrt{a^2 - \xi_0^2}}{4\xi_0(\xi_0 - x)} \left[\frac{\xi_0}{\xi_0^2 - a^2} - \frac{1}{\xi_0 - x} \right] \\ = (-i) \frac{\sqrt{\xi_0^2 - a^2}}{4\xi_0(\xi_0 - x)} \left(\frac{\xi_0}{\xi_0^2 - a^2} - \frac{1}{\xi_0 - x} \right),$$

式中取 $\sqrt{-1} = -i$ 。因为对奇点 ξ_0 来说, z 由 $a(-a)$ 转到 $a\xi_0$ 时, 所转辐角为 $-\pi$, 即 $\sqrt{-1} = e^{-i\pi/2} = -i$ 。

$$\text{Res}f_{II}(-\xi_0) = \lim_{z \rightarrow -\xi_0} \frac{d}{dz} [(z + \xi_0)^2 f_{II}(z)] = -i \frac{\sqrt{\xi_0^2 - a^2}}{4\xi_0(\xi_0 + x)} \left(\frac{\xi_0}{\xi_0^2 - a^2} - \frac{1}{\xi_0 + x} \right),$$

式中取 $\sqrt{-1} = i$ 。因为对奇点 $-\xi_0$ 来说, z 由 $(-a)a$ 转到 $(-a)(-\xi_0)$ 时, 所转辐角为 π , 由此得



附录图 1

$$\Pi = \frac{\pi \sqrt{\xi_0^2 - a^2}}{4\xi_0} \left[\frac{\xi_0}{\xi_0^2 - a^2} \left(\frac{1}{\xi_0 - x} + \frac{1}{\xi_0 + x} \right) - \frac{1}{(\xi_0 - x)^2} - \frac{1}{(\xi_0 + x)^2} \right].$$

同理,可求得积分 III,IV.

- [1] Z.K. Yang (杨志康), These de Doctorat Ecole Centrale de Paris, (1984).
- [2] W.Y. Chu, (褚武扬), C.M. Hsiao, (肖纪美) *et al.*, *Corrosion*, **36**(1980), 475; **37** (1981), 320.
- [3] J.P. Hirth, *Metall. Trans.*, **11A** (1981), 861.
- [4] R.A. Oriani and P.H. Josephia, *Acta Metall.*, **25** (1977), 979.
- [5] 龙期威,金属学报,**16**(1980), B109.
- [6] 张统一、褚武扬、肖纪美,中国科学 A 辑,(3)(1986),316.
- [7] J.P. Wallace, *Scr. Met.*, **12** (1978), 791.
- [8] 黄显亚、朱祖芳、肖纪美,金属学报,**20**(1984), A182.
- [9] J.D. Eshelby, *Proc. Roy. Soc.*, **A241** (1975), 376.
- [10] G. Alefeld and J. Völkl, *Hydrogen in Metal 1*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1978), p. 53.
- [11] 曹宝宏、张宏图,物理学报,**35**(1986),750.
- [12] B.A. Bilby and J.D. Esheby, *Fracture*. Academic press, (1968), Vol. 1, p. 99.
- [13] R.W. Lardner, *Mathematical Theory of Dislocations and Fracture*, University of Toronto press, (1974).
- [14] Shiro Yoshizawa, Koji Yamakawa, 7th. Int. Conf. on Metallic Corrosion, (1978), p. 863.
- [15] 林栋梁、吴建生,金属学报,**20**(1984), A63.

A THEORY OF HYDROGEN-INDUCED CRACK PROPAGATION IN AN ELASTIC CONTINUOUS MEDIUM

JIANG SHENG-RUI QUAN HONG-SHUN

Department of Physics, Lanzhou University, Lanzhou, 730000

(Received 29 October 1990)

ABSTRACT

Induced by the crack stress field, hydrogen atoms tend to gather together to form hydrogen atmosphere in an elastic continuous medium. The average hydrogen concentration of this hydrogen atmosphere is calculated in this paper. By regarding this hydrogen atmosphere at the crack tip as an elastic inclusion, the eigen-strain of the inclusion is calculated and the influence of the stress field p_{ij} to crack dislocation density is studied. Thus the total stress intensity factor of the crack tip is obtained. We infer that the mechanism of the hydrogen embrittlement is the enlargement of the crack stress intensity factor by this hydrogen atmosphere. The physical process of the hydrogen-induced crack propagation is also discussed. The calculated propagation rate of the crack agrees quite well with the experimental result.

PACC: 4720; 4630N; 6170G; 6170Y