

有限核物质的饱和性质与液气相变*

王能平 杨善德

吉林大学物理系, 长春, 130023

1991年4月9日收到

在核物质 Hartree-Fock 理论框架下, 应用 SKM*, SKb 和 SGII 三种 Skyrme 等效核力参数与带屏蔽的二体库仑势, 顾及到核的有限尺度效应, 得到了合理的有限核零温饱和性质, 发现有限核物质的液气相变临界温度约为 12MeV, 比无限对称核物质的约低 2—3MeV.

PACC: 2110; 2160J; 2165; 2570

一、引 言

重离子碰撞实验的进展极大地激发了人们研究核多体系统性质, 特别是它的状态方程与相变行为的兴趣。以往关于状态方程的理论计算大多是针对无限核物质进行的^[1-3], 忽略了核的有限尺度效应和质子之间的库仑作用, 而在实际重离子碰撞中原子核所含的核子数是有限的, 有限尺度效应和库仑作用不可忽略。研究有限核统计性质的常用办法是采用半经典的 Thomas-Fermi 模型或自洽半经典方法^[6-8]。它通过在能量密度中包含密度梯度项来顾及有限核的表面效应, 需要在一定边界条件下求解密度分布所满足的 Euler 方程, 这涉及相当复杂的计算, 通常都是假定核密度具有 Fermi 型分布而对其作参数化处理。熟知, 核物质计算由于采用平面波作单粒子波函数而使计算大为简化, 它相当好地描述了核的体积效应部分, 因此, 如能在此理论框架下通过适当方法将核的有限尺度和库仑作用考虑进来, 将便于对有限核系统作大范围的系统研究。Jaqaman 等人^[9]首先这样做了。他们发现, 与无限对称核物质相比, 现实核的有限尺度效应可使液气相变临界温度 T_c 降低 5—6MeV, 库仑作用可使 T_c 降低 1—3MeV, 但他们采用的等效核力过于简单, 对库仑力的处理也太粗糙。最近, 苏汝铿、宋宏秋等人^[10,11]应用 Gogny 力和多种 Skyrme 力进行了类似计算, 发现 $A=100$ 核的有限尺度效应可使 T_c 降低 5—10MeV, 但他们没有顾及库仑作用。作者之一及其合作者^[12]改进了文献[9]对库仑力的处理方法, 采用带屏蔽的二体库仑势, 发现现实有限核的库仑力只使 T_c 降低 1—1.5MeV, 其效应比文献[9]得到的小, 但文献[12]没有考虑核的有限尺度效应。此外, 我们认为, 任何通过核物质近似过渡到有限核的处理方法, 首先需要在有限核零温饱和性质上加以检验。本文旨在应用 Skyrme 等效核力和带屏蔽的二体库仑势, 在核物质 Hartree-Fock (HF) 理论框架下, 同时顾及核的有限尺度、库仑力和中子-质子非对称度对核状态方程的影响。首

* 国家自然科学基金和高等学校博士学科点专项科研基金资助的课题。

先通过有限核零温饱和性质的计算检验了所得结果的合理性,再将它应用到非零温度,进一步讨论了有限核物质的液气相变问题。

二、理论方法

本文采用 Skyrme 等效核力,其一般形式可写成

$$\begin{aligned}
 V_{mn}(\mathbf{r}) = & t_0(1 + x_0 p_\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 p_\sigma) \rho^\alpha \delta(\mathbf{r}) \\
 & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 p_\sigma) (\vec{k}^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \vec{k}^2) + t_2(1 + x_2 p_\sigma) \vec{k} \cdot \delta(\mathbf{r}) \vec{k} \\
 & + \frac{1}{2} t_4(1 + x_4 p_\sigma) (\vec{k}^2 \rho \delta(\mathbf{r}) + \rho \delta(\mathbf{r}) \vec{k}^2) + t_5(1 + x_5 p_\sigma) \vec{k} \cdot \rho \delta(\mathbf{r}) \vec{k} \\
 & + iW_0(\sigma_m + \sigma_n) \cdot \vec{k} \times \delta(\mathbf{r}) \vec{k}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中 σ 是自旋泡利矩阵, P_σ 是自旋交换算符, \vec{k} 和 \vec{k} 分别代表 $i(\vec{\nabla}_m - \vec{\nabla}_n)/2$ 和 $-i(\vec{\nabla}_m - \vec{\nabla}_n)/2$, ρ 是核密度, t_i , x_i , W_0 和 α 是力参数。本文计算所采用的 SKM*, SKb 和 SGII 三种力参数值列在表 1 中。

表 1 Skyrme 力参数 $t_4 = 0$, $t_5 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 0$

	t_0 (MeV · fm ³)	t_1 (MeV · fm ²)	t_2 (MeV · fm ²)	t_3 (MeV · fm ^{6α})	x_0	x_1	x_2	x_3	W_0 (MeV · fm ³)	α
SKM*	-2645	410.0	-135	15595	0.09	0	0	0	130	1/6
SGII	-2645	340.0	-41.9	15395	0.09	-0.0588	1.425	0.0604	105	1/6
SKb	-1062.78	570.88	-67.7	8000	-0.165	0	0	-0.286	125	1/3

库仑力是长程力,直接将它用于核物质计算会出现发散的不合理结果。实际上核的质子总是被束缚在核尺度这个小范围里的,因此本文采用文献 [12] 所取的带屏蔽的二体库仑势来描述现实核的质子间的库仑作用

$$V_{ij}^c(r) = \frac{e}{4} (1 + \tau_{zi})(1 + \tau_{zj}) \frac{e^{-\lambda r}}{r}, \quad (2)$$

其中参数 λ 取成反比于核半径 R , 并按密度均匀分布的球形核将它与核所含的核子数 A 联系起来,即取

$$\lambda(A, \rho) = \frac{a_c}{R} = a_c \left(\frac{4\pi\rho}{3A} \right)^{1/3}. \quad (3)$$

库仑屏蔽参数 a_c 通过拟合有限核基态库仑能的经验值决定。

Skyrme 等效核力和我们采用的二体库仑势都是密度相关的,其 HF 单粒子谱可写为

$$\epsilon_q = \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + u_q + u_D, \quad (4)$$

$$\text{其中} \quad u_q = \sum_k \langle qk | V + V^c | qk - kq \rangle f_k, \quad (5)$$

$$u_D = \frac{1}{2\nabla_0} \sum_{q,k} \left\langle qk \left| \frac{\partial}{\partial \rho} (V + V^c) \right| qk - kq \right\rangle f_q f_k, \quad (6)$$

∇_0 是核体积, f_k 是 Fermi-Dirac 统计因子,

$$f_k = \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon_k - \mu)}}, \quad (7)$$

μ 是化学势, $\beta = 1/k_B T$, u_q 就是通常的 HF 单粒子位, u_D 是由于力的密度相关性而产生的重排势. 我们曾经指出^[13,3], 为了保证密度关系式

$$\rho = \frac{1}{\nabla_0} \sum_q f_q \quad (8)$$

成立和得到正确的化学势值, 重排势 u_D 的引入是必要的.

在核物质 HF 理论框架下计算核的状态方程和各种热力学量是大家熟知的, 具体公式也可在文献 [2, 3, 12] 中找到, 这里不再重复. 需要指出的是, 核物质计算由于采用了平面波作单粒子波函数, 严格说来, 它是属于核子数 $A \rightarrow \infty$, 体积 $\nabla_0 \rightarrow \infty$, 但 $\rho = A/\nabla_0$ 保持有限的无限体系的, 这时在动量空间 $k - k + dk$ 之间的状态数

$$dN_k = \nabla_0 k^2 dk / 2\pi^2,$$

对状态的求和可化为对 k 的积分; 对于有限核, dN_k 可近似由 Hill-Wheeler 公式给出^[9]

$$dN_k = \nabla_0 \left[\frac{k^2 dk}{2\pi^2} - \frac{S}{\nabla_0} \frac{k dk}{8\pi} + \frac{L}{\nabla_0} \frac{dk}{8\pi} \right], \quad (9)$$

S 和 L 分别是核的面积和线度, 对于半径为 R 的球, $S = 4\pi R^2$, $L = 2\pi R$. (9) 式考虑到了由于有限尺度引起的波数的量子化效应, 但在实际应用(9)式对状态求和时我们仍不得不用连续积分来代替, 这势必导致过大的有限尺度修正, 下一节的计算结果也证实了这一点. 因此, 本文对 (9) 式里的面积和线度项加上了一个修正因子 a_F , 即取

$$dN_k = \nabla_0 \left\{ \frac{k^2 dk}{2\pi^2} + a_F \left[- \left(\frac{4\pi\rho}{3A} \right)^{1/3} \frac{3k dk}{8\pi} + \left(\frac{4\pi\rho}{3A} \right)^{2/3} \frac{3 dk}{16\pi} \right] \right\}. \quad (10)$$

把 a_F 当作一个可调参数, 通过拟合有限核基态能量的经验值来决定. 取 $A \rightarrow \infty$ 但 ρ 保持为有限时, (10) 式就回到通常无限核物质的结果.

三、有限核的零温饱和性质

Gogny 力和 Skyrme 力的参数都是在 HF 近似下, 通过拟合一些幻核的基态性质(能量与均方半径)、单粒子谱的实验数据以及无限对称核物质饱和性质的经验值来确定的, 对于有限核, 计算中使用的 HF 单粒子波函数不是平面波, 这样做涉及到相当复杂和大量的计算; 而在核物质 HF 框架下通过 (10) 式来考虑核的有限尺度效应, 可以大大减少计算工作量, 便于对现实核作大范围的系统考察, 但这种近似处理所得结果的可靠性究竟如何? 首先需要在有限核零温基态性质上进行检验. 为此我们首先应用 SKM* 力参数和带屏蔽的二体库仑势, 计算了从 ^{40}Ca 到 ^{238}U 共六个典型核的基态能量. 通过拟合

这些核的库仑能 B_C 的经验值,定出(3)式的库仑屏蔽常数 $a_C = 1.53$ 。当取(10)式中的 $a_F = 1$ 时,由这些核的零温饱和曲线 $E(\rho) - \rho$ 利用 $dE(\rho)/d\rho|_{\rho_0} = 0$ 得到它们的比结合能 $B = -E(\rho_0)/A$, 就是表2中 SKM* 栏里带圆括号的值。表2中的经验值是按比结合能的半经验公式^[4]计算的。可以看出,这样算得的比结合能 B 比经验值小得多,而且与 B 的经验值随 A 增加而有些减小的变化趋势正好相反, A 越小,计算值与经验值的偏离越大,以至于计算的 ^{40}Ca 几乎不能结合,说明这样得到的有限尺度效应过大,与实验不符。因此,文献[10,11]用这种办法得到的有限核的状态方程与液气相变的计算结果的可靠性是值得怀疑的。

表2 有限核零温饱和性质 除了 B 的 SKM* 栏里带圆括号的值是取(10)式中的 $a_F = 1$ 以外,其余的均取 $a_F = 0.37$

		^{40}Ca	^{66}Ni	^{90}Zr	^{152}Sm	^{208}Pb	^{238}U
$B = -E/A$ (MeV)	经验值	8.54	8.57	8.63	8.24	7.81	7.57
	SKM*	9.04 (0.36)	8.86 (1.02)	8.77 (2.01)	8.08 (2.46)	7.51 (2.50)	7.20 (2.46)
	SGII	8.90	8.72	8.66	8.02	7.48	7.21
	SKb	8.27	8.17	8.24	7.80	7.36	7.13
$-B_C$ (MeV)	经验值	2.10	2.63	2.86	3.41	3.93	4.13
	SKM*	2.02	2.57	2.83	3.41	3.94	4.16
	SGII	2.00	2.56	2.82	3.41	3.94	4.15
	SKb	1.97	2.51	2.78	3.37	3.90	4.11
r_0 (fm)	SKM*	1.23	1.23	1.22	1.23	1.23	1.23
	SGII	1.24	1.23	1.23	1.23	1.23	1.24
	SKb	1.26	1.26	1.25	1.25	1.25	1.25
K (MeV)	SKM*	137	139	140	132	133	129
	SGII	131	136	137	136	132	129
	SKb	154	154	158	160	160	160

通过计算,我们发现取 $a_F = 0.37$ 可以得到从轻核到重核的比结合能普遍与经验值符合较好的结果(见表2),说明我们采用的方法是可行的。按照我们的计算,这六个核的饱和密度 $\rho_0(A)$ 是 $0.127-0.129$ 核子/ fm^3 , 与 A 的关系很弱,相当好地符合核密度饱和性的要求。由这些 $\rho_0(A)$ 值按 $R = r_0 A^{1/3}$ 关系定出的 $r_0 = 1.22-1.23\text{fm}$, 也与经验结果一致。核物质的压缩系数是核物理中一个很基本的量,由 SKM* 力计算的无限对称核物质的压缩系数 $K_\infty = 217\text{MeV}$, 而我们计算的六个有限核的 $K_A = 129-140\text{MeV}$, 约为 K_∞ 的 60%, 核的有限尺度、库仑力和中子-质子非对称度使核变“软”了。能够提供有限核压缩系数信息的是核的同位旋标量巨单极共振(GMR), 按照呼吸模式可以导出核的 GMR 中心能量 E_M 与核的压缩系数 K_A 之间存在关系式^[15]: $E_M = \hbar[K_A/M\langle r^2 \rangle]^{1/2}$, M 是核子的质量,由 E_M 实验值的经验关系 $E_M = (76-81)A^{-1/3}\text{MeV}$, 利用 $\langle r^2 \rangle = 3R^2/5$ 和 $R = 1.23A^{1/3}$ 定出相应的 $K_A \sim 140\text{MeV}$, 与我们由状态方程的核物质 HF 近似得到的有限核的 K_A 值相当接近,这无疑是 有意义的结果。

表2还列出了 SGII 和 SKb 两种力参数的计算结果, SGII 的与 SKM* 的非常接

近, SKb 的略有差别, 这可能与它们的 K_{∞} 不同有关, SGII 和 SKb 力的 K_{∞} 分别是 215 和 263MeV。容易看出, 对于 SKb 力参数, 若将 a_F 再稍取小一点, 将可使比结合能与经验值符合得更好。

总之, 在核物质 HF 框架下, 利用包含了修正因子 a_F 的 (10) 式来顾及有限尺度效应, 可以得到合理的有限核零温饱和性质, 因此我们相信将这种方法应用于非零温度所得到的结果应该是较为可靠的。

四、有限核物质的液气相变

严格地说, 相变只能发生于粒子数为无限的体系, 例如无限体系的液气相变会表现为其比热在临界温度 $T_c(\infty)$ 处有尖锐的 λ 型奇异性, 而对于有限体系就不会有这种尖锐的奇异性, 但它在某个温度 $T_c(A)$ 处仍会表现为一个大的峰, 且随粒子数 $A \rightarrow \infty$, $T_c(A) \rightarrow T_c(\infty)$, 这个 $T_c(A)$ 就可定义为有限体系 A 的临界温度。

应用 SKM* 力和带屏蔽的二体库仑势并取 (10) 式的 $a_F = 0.37$, 我们计算了从 ^{40}Ca 到 ^{238}U 共六个有限核的 $\mu(\rho)-\rho$ 等温线, 这里 μ 是平均化学势

$$\mu = \frac{1}{\rho} [\rho_p \mu_p + \rho_n \mu_n] = \frac{1-r}{2} \mu_p + \frac{1+r}{2} \mu_n.$$

由等温线的拐点

$$\left. \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right|_{r, T_c, \rho_c} = 0 = \left. \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} \right|_{r, T_c, \rho_c},$$

可定出其液气相变的临界值, 结果列在表 3。为了比较, 表 3 中同时列出了忽略库仑力时有限核与无限对称核物质的结果。发现库仑力使 T_c 降低了约 1MeV; 与不考虑库仑力的无限对称核物质相比, 现实有限核的有限尺度、库仑力和中子-质子非对称度使 T_c 降低了 2—3MeV, 远比文献 [9—11] 所得到的效应小, 这主要是由于我们定出的有限尺度修正因子 $a_F = 0.37$ 比他们采用的 $a_F = 1$ 小得多, 由表 4 可以清楚地看到, a_F 的这两种不同选择所得到的有限核的 T_c 差别很大。按我们的选择可以得到合理的有限核零温饱和性质, 而取 $a_F = 1$ 却不能, 因此有理由认为本文得到的 T_c 是较为合理可靠的。表 3 同时列出了 SGII 和 SKb 力的计算结果, SGII 的与 SKM* 的非常接近, 而 SKb 的 T_c 比 SKM* 的稍高一点, 如前所述, 这可能与 SKb 力的 K_{∞} 比 SKM* 的大有关。

根据我们的计算结果, 现实有限核的 T_c 值随 A 增加略有下降, 但与 A 的关系并不敏感。实际上, 核的有限尺度、库仑力和中子-质子非对称度这几个因素都是减弱核的结合从而使 T_c 降低的。对于轻核, 核的有限尺度效应起着主要作用。随着 A 增加, 有限尺度效应逐渐减弱, 而质子间的库仑作用和中子-质子非对称度的影响逐渐增强, 因此随着 A 的增加, 这几种因素有着相互消、长的作用, 从而减弱了 T_c 对 A 的依赖关系。

Panagiotou 等人^[16]根据凝聚理论从分析中能质子和重离子碰撞的多重碎裂质量分布实验数据中得到核的 $T_c \sim 12\text{MeV}$, 与我们的计算结果一致。Bondorf 等人^[17]对 $A=100$ 核系统所做的多重碎裂统计模型 Monte Carlo 计算得到 T_c 约 11MeV, 也与我们的计算结果接近。

表 3 取 $a_F = 0.37$ 时的液气相变临界温度 $k_B T_c$ (单位: MeV)

	^{40}Ca	^{56}Ni	^{90}Zr	^{132}Sm	^{208}Pb	^{238}U	对称核物质
SKM* 力	13.0	13.0	13.1	13.2	13.1	13.0	14.5
SKM*力+库仑力	12.4	12.4	12.4	12.1	12.0	11.8	
SGII 力+库仑力	12.2	12.2	12.3	11.9	11.8	11.6	
SKb 力+库仑力	12.6	12.7	12.7	12.5	12.4	12.2	

表 4 用 SKM* 力计算的不含库仑力时对称核体系的液气相变临界温度 $k_B T_c$ (单位: MeV)
 $a_F = 1$ 的结果取自文献[10]

	$A = 100$	$A = 1000$	$A = 10000$	$A \rightarrow \infty$
$a_F = 0.37$	13.2	14.1	14.4	14.5
$a_F = 1$	9.7	12.4	13.5	14.5

总之,本文在核物质 HF 理论框架下,考虑到核的有限尺度效应与库仑作用后,得到了合理的有限核基态能量、饱和密度与压缩系数。所得到的有限核物质的液气相变临界温度也与以往的结果一致,说明本文所采用的通过核物质近似来获取有限核状态方程的办法是可行的。它计算简单,便于对有限核系统进行大范围的系统考察。

- [1] H. Jaqaman *et al.*, *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2782.
- [2] R. K. Su *et al.*, *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1539.
- [3] J. Heyer *et al.*, *Phys. Lett.*, **B202**(1988), 465.
- [4] A. Lejeune *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A453**(1986), 189.
- [5] M. F. Jiang *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 38.
- [6] M. Brack *et al.*, *Phys. Rep.*, **123**(1985), 277.
- [7] 蔡延骞等,高能物理与核物理,**14**(1990),661.
- [8] 李国强等,物理学报,**38**(1989),1413.
- [9] H. Jaqaman *et al.*, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 2067.
- [10] R. K. Su *et al.*, *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 2438.
- [11] Song Hongqiu *et al.*, *Chin. Phys. Lett.*, **7**(1990), 117.
- [12] S. W. Huang *et al.*, *Mod. Phys. Lett.*, **A5**(1990), 1071.
- [13] S. D. Yang *et al.*, *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 2065.
- [14] M. Danos *et al.*, *Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure, Tokyo, (1977)*.
- [15] L. Zanic, *Phys. Lett.*, **B47**(1973), 119.
- [16] A. Panagiotou *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 496.
- [17] J. Bondorf *et al.*, *Nucl. Phys.*, **A444**(1985), 460.

ON THE SATURATION PROPERTIES AND THE LIQUID-GAS TRANSITION OF FINITE NUCLEAR MATTER

WANG NENG-PING YANG SHAN-DE

Department of Physics, Jilin University, Changchun, 130023

(Received 9 April 1991)

ABSTRACT

The saturation properties and the liquid-gas transition of finite nuclear matter are investigated with the Skyrme effective interaction and the Coulomb interaction in the framework of Hartree-Fock theory. The critical temperature for liquid-gas transition of finite nuclear matter is found to be around 12 MeV.

PACC: 2110; 2160J; 2165; 2570