

等离子体交换不稳定性的模耦合理论*

黄朝松 李 钧

中国科学院武汉物理研究所, 武汉 430071

1991 年 5 月 15 日收到; 1991 年 8 月 14 日收到修改稿

本文研究部分电离等离子体中交换不稳定性的爆炸型模耦合。从磁流体动力学方程出发, 导出交换模相干三波相互作用的模耦合方程, 分析产生爆炸不稳定的可能的耦合类型, 具体讨论产生爆炸不稳定的条件。结果表明, 非线性效应能使交换模达到饱和状态表现为小幅度的正弦型扰动, 也能通过模耦合而导致大幅度扰动的爆发。本文的分析, 适用于磁镜位形的等离子体和电离层等离子体。

PACC: 5235; 9420

一、引 言

在磁约束等离子体中, 能激发起大量的不稳定性, 非线性效应决定了不稳定性的演变。定性地讲, 与等离子体不稳定性相关的非线性过程大致上可分为两种类型^[1,2]: 波-粒子相互作用; 波-波相互作用。波-波相互作用有两种不同的结果。一种是稳定的模耦合, 各波模的能量相互交换, 但每一波模可能获得的最大能量都保持有限, 最后形成确定的能谱分布^[3-5]。另一种是不稳定的模耦合, 每一波模的扰动幅度和能量都无限增长, 这就是所谓的爆炸不稳定性^[6]。实验中最通常观察到的低频等离子体不稳定性是漂移波和交换模。关于漂移波的模耦合问题, 包括稳定的耦合^[3-5]和爆炸型的耦合^[7], 已经有比较深入的了解。但是, 对于交换模的模耦合性质, 特别是对于部分电离等离子体, 还缺乏必要的研究。

热电子等离子体就是一种部分电离等离子体。在热电子等离子体中, 未电离的气体密度与等离子体密度大约具有相同的数量级。文献[8,9]表明, 热电子的 β 值和热电子的成份都能稳定等离子体交换模, 非线性过程能导致交换模的饱和^[10]。然而, 即使是对于这些稳定的情况, 模耦合也能产生爆炸不稳定性。

众所周知, 地球上空的电离层也是一种部分电离等离子体。在电离层中, 也能激发起大量的等离子体不稳定性, 例如低频的漂移波和交换模(关于电离层的文献中比较多地称之为 Rayleigh-Taylor 不稳定性), 高频的离子回旋和低杂漂移不稳定性, 等等。电离层 F 区一种最重要的扰动——扩展 F(Spread F), 就是等离子体交换不稳定性产生的^[11-18]。

* 国家自然科学基金资助的课题。

本文研究部分电离等离子体交换不稳定性的爆炸型模耦合。从等离子体的基本运动方程出发,导出描述交换不稳定性相干三波相互作用的模耦合方程。根据一般性原理,分析部分电离等离子体中能产生爆炸不稳定性的耦合类型,并且具体讨论发生爆炸不稳定的条件。本文导出的结果,适用于磁镜位形中的等离子体和电离层等离子体。

二、模耦合方程的推导

先说明电离层等离子体位形同磁镜约束的等离子体位形的共同之处。图1给出常见的

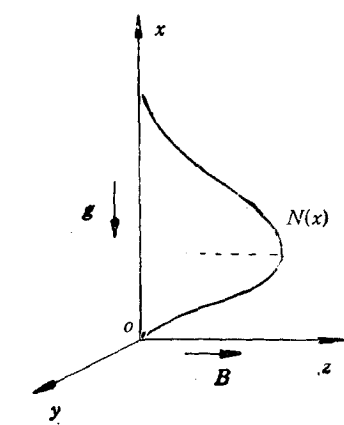


图1 赤道上空电离层等离子体位形

的赤道上空电离层等离子体密度分布^[12,13]。地磁场在赤道上空为水平的(指向北,记为 z 方向);等离子体密度沿垂直方向(记垂直地面向上为 x 轴正向)的分布如 $N(x)$ 所示。密度最大区(如虚线标明的)称为 F 峰,与地面垂直高度约为300km。在 F 峰以下区域,等离子体密度向上增加,重力加速度垂直向下。重力加速度与等离子体密度梯度反向,并且与磁场相垂直。这正是产生等离子体交换不稳定性的位形,与熟知的磁镜等离子体位形的平板模型完全一致^[8-10]。由于两种位形的等同性,描述两种位形中等离子体过程的数学方法也是完全相同的。

离子和电子的运动方程为

$$MN \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} = qN(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \nabla p + MN\mathbf{g} - MN\nu_n \mathbf{V}. \quad (1)$$

所有的符号都具有通常的意义^[8-10]。在电离层中, $\mathbf{g}$ 为真实的重力;在磁镜中, $\mathbf{g}$ 是用来模拟磁场曲率效应的等效重力。

离子和电子的连续性方程为

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (N\mathbf{V}) = 0. \quad (2)$$

与离子相比,电子的质量很小。电子的惯性项、电子-中性粒子碰撞项、电子的重力加速度项都可以忽略不计。对于 $\omega \ll \Omega_i$ 的低频交换模,联立方程(1),(2),得到电子和离子的非线性方程组

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{N_e \mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} + \frac{\nabla p_e \times \mathbf{B}}{e B^2} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\frac{N_i \mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} - \frac{\nabla p_i \times \mathbf{B}}{e B^2} + \frac{M_i N_i \mathbf{g} \times \mathbf{B}}{e B^2} \right. \\ \left. + \frac{M_i N_i}{e B^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{in} + \mathbf{V}_i \cdot \nabla \right) \left(\mathbf{E} - \frac{\nabla p_i}{e N_i} \right) \right] = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1,$$

$$\mathbf{V}_0 = -\frac{\nabla p_{0i} \times \mathbf{B}}{e N_{0i} B^2} + \frac{M_i \mathbf{g} \times \mathbf{B}}{e B^2},$$

$$\mathbf{V}_1 = -\frac{\nabla p_1 \times \mathbf{B}}{e N_{0i} B^2} + \frac{\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}}{B^2}.$$

本文只讨论静电不稳定性. 取 $\mathbf{E}_0 = 0$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$, 扰动电场

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E} = -\nabla \varphi. \quad (5)$$

将等离子体密度写成

$$N = N_0 + n, \quad (6)$$

式中 N_0 为平衡态密度, n 为扰动密度. 作准中性近似

$$N_{0i} = N_{0e} = N_0, \quad n_i = n_e = n, \quad (7)$$

并且假定等离子体温度为常数, $\nabla p_i = T_i \nabla n$, 代入方程(3)和(4)得

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{(\nabla \varphi \times \mathbf{e}_z) \cdot \nabla N_0}{B} = \frac{(\nabla \varphi \times \mathbf{e}_z) \cdot \nabla n}{B}, \quad (8)$$

$$(\mathbf{g} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla n - \nabla \cdot \left[(N_0 + n) \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{in} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla \right) \nabla \varphi \right] - \frac{T_i v_{in} \nabla^2 n}{e} = 0. \quad (9)$$

这就是在分析电离层交换不稳定性时常用的非线性方程组^[12-15]. 对于热电子等离子体^[8-10], $N_{0i} \approx N_{0e}$, 两者的密度差只影响线性增长率, 对非线性过程基本上没有影响. 本文不讨论线性稳定性问题, 采用 $N_{0i} = N_0$. 导出的模耦合方程, 同样适用于热电子等离子体.

先给出线性色散关系. 对于线性近似,

$$n(\mathbf{k}, t) = n_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t), \quad (10)$$

$$\varphi(\mathbf{k}, t) = \varphi_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t). \quad (11)$$

交换不稳定性的波矢 $\mathbf{k}$ 取向为 $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y$. 略去方程(8), (9)中扰动量的乘积项, 将(10), (11)式代入, 得到线性色散关系

$$\omega(\omega - \omega_* + i\nu_{in}) + \left[(\mathbf{g} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{k} - i \frac{k^2 T_i v_{in}}{e} \right] \frac{(\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{e}_z}{k^2 B} \frac{dN_0}{N_0 dx} = 0, \quad (12)$$

式中 $\omega_* = \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_0$. n 和 φ 的线性关系为

$$n = -\frac{(\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{e}_z}{\omega B} \frac{dN_0}{dx} \varphi. \quad (13)$$

现在推导非线性的模耦合方程. 将方程(9)展开为

$$\begin{aligned} & -N_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{in} + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla \right) \nabla^2 \varphi - \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{in} + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla \right) \nabla \varphi \cdot \mathbf{e}_z \frac{dN_0}{dx} \\ & + (\mathbf{g} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla n - \frac{T_i v_{in} \nabla^2 n}{e} = v_{in} \nabla \cdot (n \nabla \varphi) \\ & + \nabla \cdot \left[n \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla \right) \nabla \varphi \right] + \nabla \cdot [N_0 (\mathbf{V}_1 \cdot \nabla) \nabla \varphi]. \end{aligned} \quad (14)$$

上述方程等号左边为线性项, 右边为非线性项. 方程等号左边的第二项与第一项之比为 $1/kL$, 右边第二项与第三项之比也为 $1/kL$, 这里, $L^{-1} = dN_0/N_0 dx$. 在解析理论中, 通常作局部近似, 即假设 $kL \gg 1$. 所以, 方程(14)等号左边第二项和右边第二项都可忽略. 再将 $\mathbf{V}_1$ 的表达式代入, 最后使用的非线性方程为

$$-\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \varphi - (v_{in} + V_0 \cdot \nabla) \nabla^2 \varphi + \frac{(g \times B) \cdot \nabla n}{N_0} - \frac{T_i v_{in} \nabla^2 n}{e N_0} \\ - \frac{v_{in}}{N_0} \nabla \cdot (n \nabla \varphi) - \nabla \cdot \left[\left(\frac{T_i \nabla n \times e_z}{e N_0 B} + \frac{\nabla \varphi \times e_z}{B} \right) \cdot \nabla \right] \nabla \varphi. \quad (15)$$

在非线性分析中,将 n 和 φ 展开为

$$\varphi(r, t) = \sum_k \varphi_k(t) \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i \operatorname{Re} \omega_k t) \quad (16)$$

$$n(r, t) = \sum_k n_k(t) \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i \operatorname{Re} \omega_k t), \quad (17)$$

式中 $\operatorname{Re} \omega$ 为 ω 的实部, $\omega_k = \omega_k(\mathbf{k})$. n 和 φ 的每一个傅里叶分量关系,即 n_k 和 φ_k 的关系,仍然近似地由线性关系(13)给出^[2-4]

$$n_k = - \frac{(\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{e}_z}{\omega_k B} \frac{dN_0}{dx} \varphi_k. \quad (18)$$

将(16)–(18)代入(15)式,对于任意一个 $\mathbf{k}$ 分量, φ_k 满足的方程为

$$k^2 \frac{\partial \varphi_k}{\partial t} - i \operatorname{Re} \omega_k \varphi_k + \left\{ k^2 (v_{in} + i \omega_k) - \left[i \mathbf{k} \cdot (g \times B) + \frac{k^2 T_i v_{in}}{e} \right] \right. \\ \left. + \frac{(\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{e}_z}{\omega_k B} \frac{dN_0}{dx} \right\} \varphi_k \\ = \sum_{\substack{k' + k'' = k \\ k' \neq k''}} \left\{ \left[(k'^2 + \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}'') \frac{k_y''}{\omega_{k''}} + (k''^2 + \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}') \frac{k_y'}{\omega_{k'}} \right] \frac{v_{in} dN_0}{\omega_{k'} B N_0 dx} \right. \\ \left. + (\mathbf{k}'' \times \mathbf{k}') \cdot \mathbf{e}_z \left[(k''^2 + \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}'') \frac{k_y'}{\omega_{k'}} - (k'^2 + \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}') \frac{k_y''}{\omega_{k''}} \right] \frac{T_i dN_0}{e B^2 N_0 dx} \right. \\ \left. + \frac{(\mathbf{k}' \times \mathbf{k}'') \cdot \mathbf{e}_z}{B} (k''' - k'') \right\} \varphi_{k'} \varphi_{k''}. \quad (19)$$

上式等号右边求和需对所有的 $\mathbf{k}'$ 和 $\mathbf{k}''$ 进行,并且必须满足条件 $\mathbf{k}' + \mathbf{k}'' = \mathbf{k}$.

利用线性色散关系(12)式不难看出,方程(19)等号左边第三项 φ_k 的系数,即括号 {} 里面的表达式,是等于 $i \omega_k$ 的. 记

$$\omega_k = \operatorname{Re} \omega_k + i \gamma_k, \quad (20)$$

式中 γ_k 为线性增长率. 把这些关系代入(19)式等号左边,在(19)式等号右边代入 $\mathbf{k} = \mathbf{k}' + \mathbf{k}''$, 整理后,(19)式变成

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial t} - \gamma_k \varphi_k = \sum_{k' + k'' = k} \left[\frac{v_{in}}{B L k^2} \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' k_y''}{\omega_{k''}} + \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'' k_y'}{\omega_{k'}} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{B k^2} (\mathbf{k}' \times \mathbf{k}'') \cdot \mathbf{e}_z \left(k''^2 - k'^2 + \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}' k_y'' u_d}{\omega_{k''}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'' k_y' u_d}{\omega_{k'}} \right) \right] \varphi_{k'} \varphi_{k''} e^{i \Delta \omega t}, \quad (21)$$

式中

$$\Delta \omega = \operatorname{Re} \omega_k - \operatorname{Re} \omega_{k'} - \operatorname{Re} \omega_{k''}, \quad u_d = T_i dN_0 / e B N_0 dx = T_i / e B L.$$

方程(21)就是所要求的模耦合方程,利用这个方程,可以讨论波-波相互作用对交换不稳定性影响,也可以分析交换不稳定性扰动谱的分布特性. (21)式是一个可普遍使用的

方程。

在本文中只讨论相干三波共振相互作用的情况^[2]。将三支波的波矢分别记为 $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_1$ 和 $\mathbf{k}_2$, 共振条件为

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad (22)$$

$$\operatorname{Re} \omega_0 = \operatorname{Re} \omega_1 + \operatorname{Re} \omega_2. \quad (23)$$

为简单起见, 已将 $\omega_{k_0}, \omega_{k_1}$ 和 ω_{k_2} 分成 ω_0, ω_1 和 ω_2 。

引入变量 A_j 和 ν_j , 定义

$$A_j = \varphi_{k_j}, \quad \nu_j = \gamma_{k_j} \quad (j = 0, 1, 2). \quad (24)$$

将(21)式写成三波相互作用的标准形式

$$\frac{\partial A_0}{\partial t} - \nu_0 A_0 = (C_{12}^0 + D_{12}^0) A_1 A_2 = \Gamma_{12} A_1 A_2, \quad (25)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} - \nu_1 A_1 = (C_{20}^1 - D_{20}^1) A_0 A_2^* = \Gamma_{02}^* A_0 A_2^*, \quad (26)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial t} - \nu_2 A_2 = (C_{01}^2 - D_{01}^2) A_0 A_1^* = \Gamma_{01}^* A_0 A_1^*, \quad (27)$$

式中*表示复共轭,

$$C_{qr}^p = \frac{\nu_{in} k_{ry} \mathbf{k}_p \cdot \mathbf{k}_q}{BL k_p^2 \omega_r} - \frac{k_{qy} u_d \mathbf{k}_p \cdot \mathbf{k}_r (\mathbf{k}_q \times \mathbf{k}_r) \cdot \mathbf{e}_z}{B k_p^2 \omega_q},$$

$$D_{qr}^p = \frac{\nu_{in} k_{qy} \mathbf{k}_p \cdot \mathbf{k}_r}{BL k_p^2 \omega_q} + \frac{(\mathbf{k}_q \times \mathbf{k}_r) \cdot \mathbf{e}_z}{B k_p^2} \left(k_r^2 - k_q^2 + \frac{k_{ry} u_d \mathbf{k}_p \cdot \mathbf{k}_q}{\omega_r} \right).$$

注意在本文讨论的情况中, ω 一般包含实部和虚部, 所以 C 和 D 一般为复数。(25)–(27)式就是描述交换不稳定性三波相互作用的模耦合方程。

三、爆炸不稳定的条件

发生爆炸不稳定意味着扰动幅度无限制地增长。以前讨论比较多的爆炸不稳定性是正能波和负能波的耦合所引起的^[6], 束-等离子体不稳定性就是很典型的例子^[2]。Hasegawa 指出^[19]: 除了正能波与负能波的耦合以外, 在耗散系统中, 正能波与负耗散的耦合, 负能波与正耗散的耦合, 都能导致系统的不稳定。因此, 耗散介质中等离子体不稳定现象将更为丰富。关于这些不同耦合过程的一般性质, 可见文献[19]。本文是要具体表明部分电离等离子体中交换模的爆炸不稳定性。

在本文讨论的条件下, 等离子体介电函数为

$$\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 1 - \frac{\omega_*}{\omega} + \frac{g k_y^2}{k^2 L \omega^2} + i(\omega - k_y u_d) \frac{\nu_{in}}{\omega^2}. \quad (28)$$

根据这个介电函数来讨论可能发生的耦合过程。对于电离层的交换模, 一般有 $\nu_{in} \gg \omega$, 在分析能量关系时, 近似认为 ω 为实数, 介电函数的虚部主要由 ν_{in} 体现出来。即使对于无耗散 $\nu_{in} = 0$ 的情况, 交换模也可能被有限 Larmor 半径效应所稳定, ω 为实数。对于磁镜位形等离子体交换模, $\nu_{in} \approx \omega$, 需要将 ω 分成实部和虚部后再进行分析。虽然不如在电离层情况中那么直接, 但原理是一致的。

先不考虑 ν_{in} 的影响, 并且假设系统处于线性稳定状态, ω 为实数. 扰动能量 W 与介电函数 ϵ 的关系为^[19]

$$W \propto \frac{\partial(\omega\epsilon)}{\partial\omega}. \quad (29)$$

将(28)式代入, 并注意已取 $\nu_{in} = 0$,

$$W \propto 1 - \frac{gk_y^2}{k^2 L \omega^2}. \quad (30)$$

显然, 当 $\omega^2 > gk_y^2/k^2 L$ 时, $W > 0$, 为正能波. 反之, 当 $\omega^2 < gk_y^2/k^2 L$ 时, $W < 0$, 为负能波.

耗散所起的作用由 ϵ 的虚部表现出来^[19]. $\text{Im}\epsilon < 0$ 表示负耗散条件, $\text{Im}\epsilon > 0$ 表示正耗散条件. $\text{Im}\epsilon < 0$ 意味着尽管碰撞引起耗散, 但系统仍然成为不稳定的. 根据(28)式,

$$\text{Im}\epsilon = (\omega - k_y u_d) \frac{\nu_{in}}{\omega^2}. \quad (31)$$

$\omega > k_y u_d$ 时为正耗散; $\omega < k_y u_d$ 时为负耗散.

以上讨论表明, 在我们研究的部分电离等离子体中, 既可能出现正能波和负能波, 也可能满足正耗散和负耗散的条件. 正能波与负能波, 正能波与负耗散, 负能波与正耗散的耦合, 都能使这种等离子体成为不稳定的. 下面根据模耦合方程, 具体讨论产生爆炸不稳定性的条件.

引入新变量 $u_j (j = 0, 1, 2)$, 定义^[20]

$$A_j = |A_j| \exp(i\phi_j), \quad \Gamma_{ij} = |\Gamma_{ij}| \exp(i\theta_{ij}), \quad u_0 = (|\Gamma_{01}| |\Gamma_{02}|)^{1/2} |A_0|, \\ u_1 = (|\Gamma_{01}| |\Gamma_{12}|)^{1/2} |A_1|, \quad u_2 = (|\Gamma_{02}| |\Gamma_{12}|)^{1/2} |A_2|, \quad \Phi = \phi_1 + \phi_2 - \phi_0. \quad (32)$$

将这些关系式代入(25)–(27)式, 得到突变量的模耦合方程

$$\frac{\partial u_0}{\partial t} - \nu_0 u_0 = u_1 u_2 \cos(\Phi + \theta_{12}), \quad (33)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - \nu_1 u_1 = u_0 u_2 \cos(\Phi + \theta_{02}), \quad (34)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} - \nu_2 u_2 = u_0 u_1 \cos(\Phi + \theta_{01}), \quad (35)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{u_1 u_2}{u_0} \sin(\Phi + \theta_{12}) - \frac{u_0 u_2}{u_1} \sin(\Phi + \theta_{02}) - \frac{u_0 u_1}{u_2} \sin(\Phi + \theta_{01}). \quad (36)$$

文献[20]已经表明, 发生爆炸不稳定的条件为所有的 θ_{ij} 都位于右半平面, 即 $90^\circ > \theta_{ij} > -90^\circ$.

关于方程(33)–(36)一般性质的讨论, 可见文献[2]. 现仅在电离层参数条件下, 分析两种特殊的情况. 电离层中交换模的参数范围为^[11-18], $\omega \approx 10^{-3} \text{s}^{-1}$, $\nu_{in} \approx 1 \text{s}^{-1}$, $\nu_{in} \gg \omega$. 耦合方程(25)–(27)的系数 C 和 D 中, 只需保留正比于 ν_{in} 的项, 其它项可忽略不计.

第一种情况, 设 ω 为复数. 因为

$$\sin \theta_{ij} = \frac{\text{Im} \Gamma_{ij}}{|\Gamma_{ij}|}, \quad (37)$$

所以 $\sin \theta_{ij}$ 的符号仅由 $\text{Im} \Gamma_{ij}$ 决定. 要寻求的是使所有 $\sin \theta_{ij} > 0$ 的情况. 根据 Γ_{ij} 的定义写出

$$\text{Im} \Gamma_{12} = -\frac{\nu_{in} k_{2y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1 \text{Im} \omega_2}{BL k_0^2 |\omega_2|^2} - \frac{\nu_{in} k_{1y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_2 \text{Im} \omega_1}{BL k_0^2 |\omega_1|^2}, \quad (38)$$

$$\text{Im} \Gamma_{02} = \frac{\nu_{in} k_{0y} \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2 \text{Im} \omega_0}{BL k_1^2 |\omega_0|^2} - \frac{\nu_{in} k_{2y} \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_0 \text{Im} \omega_2}{BL k_1^2 |\omega_2|^2}, \quad (39)$$

$$\text{Im} \Gamma_{01} = \frac{\nu_{in} k_{1y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1 \text{Im} \omega_1}{BL k_2^2 |\omega_1|^2} - \frac{\nu_{in} k_{0y} \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_1 \text{Im} \omega_0}{BL k_2^2 |\omega_0|^2}. \quad (40)$$

设交换模是线性不稳定的, $\text{Im} \omega_i > 0$. 取各波矢的取向为: $\mathbf{k}_0$ 和 $\mathbf{k}_1$ 在第一象限, $\mathbf{k}_2$ 在第四象限, 并且使 $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2 = 0$, 如图 2 所示. 显然, 三波共振的条件 $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ 是满足的. 这种情况下, $\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1 > 0, \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_2 > 0$,

$k_{0y} > 0, k_{1y} > 0, k_{2y} < 0$. 只要再满足条件

$$-\frac{k_{2y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1 \text{Im} \omega_2}{|\omega_2|^2} > \frac{k_{1y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_2 \text{Im} \omega_1}{|\omega_1|^2}, \quad (41)$$

所有的 $\text{Im} \Gamma_{ij} > 0$, $\sin \theta_{ij} > 0$, 就会发生爆炸不稳定性. 当然, k_i 的具体值需要详细的数值计算, 这里只是定性地表明有可能出现所有

$$\sin \theta_{ij} > 0$$

的情况.

第二种情况, 交换模是线性稳定的, ω 为实数, 或者 ω 有一个很小的小于零的虚部, 可忽略不计, 因而 ν_i 也可忽略 (ν_i 表示线性增长率或阻尼率). 这种情况下, 方程(25)–(27)的系数 Γ_{ij} 都是实数,

$$\Gamma_{12} = \frac{\nu_{in} k_{2y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1}{BL k_0^2 \omega_2} + \frac{\nu_{in} k_{1y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_2}{BL k_0^2 \omega_1}, \quad (42)$$

$$\Gamma_{02} = \frac{\nu_{in} k_{0y} \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{BL k_1^2 \omega_0} - \frac{\nu_{in} k_{2y} \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_0}{BL k_1^2 \omega_2}, \quad (43)$$

$$\Gamma_{01} = \frac{\nu_{in} k_{1y} \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_0}{BL k_2^2 \omega_1} - \frac{\nu_{in} k_{0y} \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{k}_1}{BL k_2^2 \omega_0}. \quad (44)$$

仍然取图 2 所示的波矢取向, 但要求

$$\left| \frac{k_{2y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_1}{\omega_2} \right| < \left| \frac{k_{1y} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{k}_2}{\omega_1} \right|, \quad (45)$$

则所有的 $\Gamma_{ij} > 0$, 这实际上是所有的 $\theta_{ij} = 0$, 同样满足发生爆炸不稳定性的条件. 从方程(25)–(27)不难看出, 如果 $\nu_i = 0, \Gamma_{ij} > 0$, 所有的波模必然同时增长.

关于 ν_i 对爆炸不稳定性的影响, 定性地讲, 在线性增长 $\nu_i > 0$ 的情况下, ν_i 的存在使发生爆炸的时间变短, 即加速爆炸. 反之, 在线性阻尼 $\nu_i < 0$ 的情况下, ν_i 使发生爆炸的时间变长, 即延缓爆炸. 详细分析可见文献[2, 20].

上面的讨论是对电离层等离子体参数进行的. 在磁镜位形的热电子等离子体中, $\nu_{in} \approx \omega$, 方程(25)–(27)的系数不能简化, 需要作详细的数值计算才能确定发生爆炸的

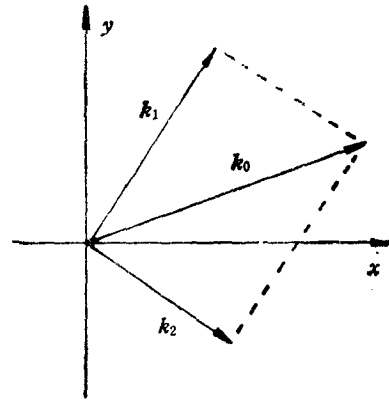


图 2 爆炸不稳定时的波矢取向

条件,而不能给出类似于图 2 的定性图象。但从原理上讲,与电离层等离子体的情况是类似的。本文不再作详细讨论。

四、结 果 讨 论

非线性效应可以导致等离子体的饱和与稳定。对于等离子体密度梯度驱动的漂移型不稳定性,扰动能引起背景密度梯度减小,最后达到某种新的动态平衡,扰动保持在一定的幅度不再增长。文献[10]已经证明交换不稳定性的这种性质。

本文表明交换模可能出现爆炸型的不稳定,即扰动幅度无限制地增长。注意非线性饱和与爆炸不稳定的产生机制是不同的。非线性饱和主要由扰动与自身的共轭项相互作用引起,爆炸不稳定则是由三支波相互耦合产生的。因此,从实验的观点,应该能观察到两种不同形态的交换模扰动:一种是达到饱和态的小幅度正弦型扰动,另一种是爆炸型的大幅度扰动。

我们在热电子等离子体实验中^[21],曾观察到等离子体具有两种类型的扰动。频谱分析表明,等离子体中有大约 100kHz 的交换模扰动,其相对密度扰动幅度约 5%。同时,等离子体中还有一种大幅度的扰动,在微秒数量级的时间内爆发,引起热电子的相对能量损失达 50% 以上,相邻两次爆发的时间约 1ms。这种大幅度的爆发型扰动,还没有适当的理论解释。本文并不试图将理论与实验作详细的比较,而只是指出爆炸型模耦合可能产生这种大幅度扰动。

在电离层中,等离子体也表现出类似的性质。有时等离子体显示出正弦型扰动^[22-24],扰动频率在交换模频率范围,扰动可持续多个周期而幅度并不增长,也不产生扩展 F , 对应于饱和状态。另一种情况下,交换模并不达到饱和状态,而是继续发展,导致扩展 F 的形成^[11-18]。

总之,本文导出部分电离等离子体中交换不稳定性的模耦合方程,讨论了相干三波相互作用的性质,指出可能出现的耦合类型,表明能够满足产生爆炸不稳定性的条件。等离子体的交换不稳定性,可能通过非线性饱和而表现为小幅度的正弦型扰动,也可能通过模耦合过程而导致大幅度扰动的爆发。

- [1] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear Plasma Theory*, Academic, New York, (1972).
- [2] J. Weiland and H. Wilhelmsson, *Coherent Nonlinear Interaction of Waves in Plasmas*, Pergamon, Oxford, (1977).
- [3] A. Hasegawa and K. Mima, *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 205.
- [4] A. Hasegawa and K. Mima, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 87.
- [5] A. Hasegawa and Y. Kodama, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 1470.
- [6] B. Coppi *et al.*, *Ann. Phys.*, **55**(1969), 207.
- [7] D. Majumdar, *J. Plasma Phys.*, **39**(1988), 169.
- [8] 黄朝松、任兆杏、邱勋俭, *物理学报*, **36**(1987), 1112。
- [9] 黄朝松、邱勋俭、任兆杏, *物理学报*, **37**(1988), 1284。
- [10] 黄朝松、吴颖, *物理学报*, **39**(1990), 1243。
- [11] M. C. Kelley and J. P. McClure, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **43**(1981), 427.
- [12] S. L. Ossakow, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **43**(1981), 437.
- [13] S. L. Ossakow *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **84**(1979), 17.

- [14] M. J. Keskinen *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **85**(1980), 1775.
- [15] S. T. Zalesak *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **87**(1982), 151.
- [16] M. C. Kelley, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **47**(1985), 745.
- [17] S. Zargham and C. E. Seyler, *J. Geophys. Res.*, **92**(1987), 10073.
- [18] M. C. Kelley *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **92**(1987), 10089.
- [19] A. 哈瑟加瓦著, 王水译, 等离子体不稳定性非线性效应, 科学出版社, 北京, (1981)。
- [20] H. Wilhelmsson *et al.*, *J. Math. Phys.*, **11**(1970), 1738.
- [21] 黄朝松, 热电子等离子体稳定性研究, 博士学位论文, 中国科学院等离子体物理研究所, (1987)。
- [22] C. E. Valladares *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **88**(1983), 8025.
- [23] B. L. Cragin *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **90**(1985), 1721.
- [24] S. Basu *et al.*, *J. Geophys. Res.*, **91**(1986), 270.

MODE COUPLING OF INTERCHANGE INSTABILITY IN PLASMAS

HUANG CHAO-SONG LI JUN

Wuhan Institute of Physics, Academia Sinica, Wuhan 430071

(Received 15 May 1991; revised manuscript received 14 August 1991)

ABSTRACT

Explosive mode coupling of low frequency interchange instability in partially ionized plasmas is studied. The coupled equations describing coherent wave-wave interactions of the interchange mode are derived. The possibilities of explosive instabilities for the interchange mode are found. It is shown that there exist the explosive coupling of positive energy wave and negative energy wave, positive energy wave and negative dissipation, and negative energy wave and positive dissipation, in the partially ionized plasmas. The theoretical results obtained can be applied to the ionospheric plasma and the mirror-confined plasma.

PACC: 5235; 9420