

非单色光作用下的原子瞬态电离概率

杨 坚 豪 刘 福 绥

北京大学物理系, 北京 100871

1991 年 6 月 10 日收到

本文在重新考虑量子力学关于跃迁概率的算法的基础上, 指出在频宽为 $\Delta\omega$ 的非单色光作用下, 原子的瞬态电离概率在一定的相互作用时间 $\Delta t \approx 1/\Delta\omega$ 内严重偏离费密第二黄金定则.

PACC: 3280; 0365

一、引 言

当一束频宽为 $\Delta\omega$ 的光入射到某一原子系统时, 在这束光的作用时间内, 原子的跃迁概率如何随时间变化? 这一瞬态过程以及由此产生的相关问题越来越受到更多人的研究^[1,2], 因而有必要对瞬态跃迁概率作严格的计算, 我们发现, 量子力学含时间微扰论在处理这一计算时存在问题.

量子力学在含时微扰论中, 对跃迁概率的计算作了一个不严格的近似, 即在作用时间 t 足够大时,

$$\sin^2[(\omega_{k_i} - \omega_0)t/2]/(\omega_{k_i} - \omega_0)^2 \rightarrow \frac{\pi}{2} t \delta(\omega_{k_i} - \omega_0).$$

这一近似在某些情况下是完全不正确的, 这一思想在刘福绥处理含时间微扰论中已指出过^[3], 然而文献[3]中采用单色光照射原子系统, 这在实验上难以实现, 本文将考虑有频宽 $\Delta\omega$ 的非单色光照射, 并得出下面结论: 在作用时间 $\Delta t \approx 1/\Delta\omega$ 内, 对分点能级间的跃迁概率, 本文算法结果对常用算法结果有一定的修正; 而对应某一能级的电离概率, 则本文的结果明显偏离第二黄金定则.

二、理 论 计 算

设原子开始处在某一能量本征态 $|s\rangle$ 中, 在一束有频率分布的光照射下, 跃迁到另一能量本征态的概率为^[4]

$$|C_m|^2 = \frac{4e^2}{m^2c} \int_0^\infty \frac{|\alpha_{ms}|^2 I(\omega)}{\omega^2 (E_m^0 - E_s^0 - \hbar\omega)^2} \sin^2\left[\frac{E_m^0 - E_s^0 - \hbar\omega}{2\hbar}(t - t_0)\right] d\omega, \quad (1)$$

式中 α_{ms} 为跃迁矩阵元, $I(\omega)$ 为光强的频率分布, E_m^0, E_s^0 分别为 $|m\rangle, |s\rangle$ 的能量本征值, 光从 t_0 开始照射, 作用至 t 时刻. 为便于书写, 令 $t_0 = 0, E_m^0 = \hbar\omega_m, E_s^0 = \hbar\omega_s$, 则

上式化为

$$|C_m(t)|^2 = \frac{4e^2}{m^2\hbar^2c} \int_0^\infty \frac{|\alpha_{ms}|^2 I(\omega)}{\omega^2(\omega_{ms} - \omega)^2} \sin^2[(\omega_{ms} - \omega)t/2] d\omega, \quad (2)$$

式中 $\omega_{ms} = \omega_m - \omega_s$. 通常算法认为, t 很大时,

$$\frac{\sin^2[(\omega_{ms} - \omega)t/2]}{(\omega_{ms} - \omega)^2} \rightarrow \frac{\pi}{2} t \delta(\omega_{ms} - \omega). \quad (3)$$

代入(2)式得到

$$|C_m(t)|^2 = \frac{4e^2}{m^2\hbar^2c} \frac{|\alpha_{ms}|^2 I(\omega_{ms})}{\omega_{ms}^2} \frac{\pi}{2} t. \quad (4)$$

这就是费密第二黄金定则, 跃迁概率与 t 成正比, 跃迁概率速率则与 t 无关.

但是, 如果入射光的频率分布具有 Lorentz 分布的形式: $I(\omega) = \tau_0/[(\omega - \omega_0)^2 + a^2]$, 这是一个在 ω_0 附近变化很快的函数, 这时在(2)式中不能作(3)式的假设. 这里设 $\omega_0 \sim 10^{15}\text{Hz}$ 数量级, 频宽数量级即 a 的数量级为 10^5Hz , 在(2)式中, 相对而言, $|\alpha_{ms}|^2/\omega^2$ 为变化缓慢的函数, 所以提到积分号外并在 ω_0 处取值. (2)式化为

$$|C_m(t)|^2 = \frac{4e^2}{m^2\hbar^2c} \frac{|\alpha_{ms}|^2 \Gamma_0}{\omega_0^2} \int_0^\infty \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + a^2} \frac{\sin^2[(\omega_{ms} - \omega)t/2]}{(\omega_{ms} - \omega)^2} d\omega. \quad (5)$$

跃迁概率速率为

$$\begin{aligned} W(t) &= \frac{d}{dt} |C_m(t)|^2 \\ &= \frac{4e^2 |\alpha_{ms}|^2 \Gamma_0}{m^2\hbar^2 \omega_0^2 c} \int_0^\infty \frac{\sin[(\omega_{ms} - \omega)t]}{\omega_{ms} - \omega} \\ &\quad \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + a^2} d\omega. \end{aligned} \quad (6)$$

作变换 $\omega - \omega_0 = x$, 则 $\omega_{ms} - \omega = (\omega_{ms} - \omega_0) - x = b - x$, 上式的积分项变化为

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{x^2 + a^2} \frac{\sin[(b - x)t]}{b - x}. \quad (7)$$

由于 $\omega_0 \sim 10^{15}\text{Hz}$, 可以把(7)式的积分下限看作为 $-\infty$, (6)式积分后的结果为

$$W(t) = \frac{4e^2 |\alpha_{ms}|^2 \Gamma_0}{m^2\hbar^2 \omega_0^2 c} \frac{\pi}{a^2 + b^2} \left[1 + e^{-at} \left(\frac{b}{a} \sin bt - \cos bt \right) \right]. \quad (8)$$

当 $\omega_{ms} - \omega_0 = 0$ 时, 即 $b = 0$ 时, 上式化为

$$W(t) = \frac{4e^2 |\alpha_{ms}|^2 \Gamma_0}{m^2\hbar^2 \omega_0^2 c} \frac{\pi}{a^2} (1 - e^{-at}). \quad (9)$$

(9)式在略去 e^{-at} 项时就与(4)式结论相符, 可见这一项是修正项.

如果考虑电离的情形, 即末态是连续态, 这时(8)式必须化为积分. 设入射光中心频率对应的光子能量刚好使原子电离, 即是 $-E_s - \hbar\omega_0 = 0$, 则 $b = \omega_{ms} - \omega_0 = \omega_m$, 并设末态态密度为 $\rho(E_m)$, 则(8)式化为

$$W(t) = \frac{4\pi e^2 \Gamma_0}{m^2 \omega_0^2 \hbar^2 c} \int_0^\infty \frac{|\alpha_{ms}|^2}{a^2 + \omega_m^2} \left[1 + e^{-at} \left(\frac{\omega_m}{a} \sin \omega_m t - \cos \omega_m t \right) \right] \rho(E_m) dE_m. \quad (10)$$

在通常算法中, 设 $|\alpha_{ms}|^2 \rho(E_m)$ 对积分没有影响, 提到积分号外并在 $E_m = 0$ 处取值, 则

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \frac{4\pi e^2 \Gamma_0}{m^2 \omega_0^2 \hbar c} |\alpha_m|^2 \rho(E_m = 0) \int_0^\infty \frac{1}{a^2 + \omega_m^2} \left[1 + e^{-at} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \left(\frac{\omega_m}{a} \sin \omega_m t - \cos \omega_m t \right) \right] d\omega_m \\
 &= \frac{2e^2 \Gamma_0}{am^2 \omega_0^2 \hbar c} |\alpha_m|^2 \rho(E_m = 0). \quad (11)
 \end{aligned}$$

(11)式与时间 t 无关,与黄金定则相符.在(10)式中,若假设 $|\alpha_m|^2 \rho(E_m) = \beta \omega_m^{1/2[3]}$, ($E_m = \hbar \omega_m$), 则有

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \frac{4\pi e^2 \Gamma_0 \beta}{m^2 \omega_0^2 \hbar c} \int_0^\infty \frac{\omega_m^{1/2}}{\omega_m^2 + a^2} \left[1 + e^{-at} \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\frac{\omega_m}{a} \sin \omega_m t - \cos \omega_m t \right) \right] d\omega_m \\
 &= \frac{4\pi e^2 \Gamma_0 \beta}{a^{1/2} m^2 \omega_0^2 \hbar c} S(t) \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} + e^{-at} \left\{ \int_0^\infty \left[\frac{x^{3/2} \sin(ax)}{1+x^2} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{x^{1/2} \cos(ax)}{1+x^2} \right] dx \right\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

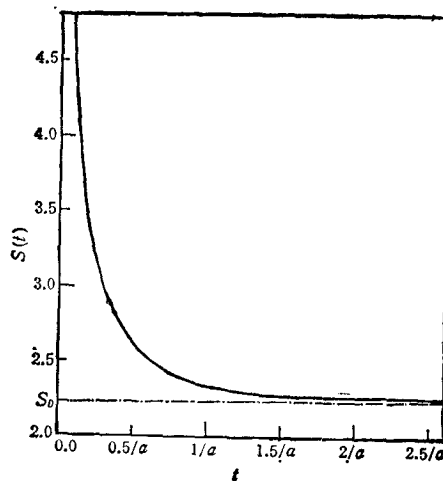


图1 在入射光中心频率 $\omega_0 = -E_i/\hbar$ 时, 原子电离概率速率 W 随时间 t 的变化曲线 $W(t) = AS(t)$, A 为与时间无关的常数; S_0 对应于通常算法的值

图1为数值计算的结果。

参数 a 刻画光强的 Lorentz 分布的频宽,对固定的 a ,若 $t \gg 1/a$, (13) 式的积分项趋于零,则 $W(t)$ 与时间无关;而在 $0 < t < 1/a$ 范围内, $W(t)$ 是随时间变化很快的函数,在 $t \ll 1/a$ 时,可以近似认为 $W(t) \propto t^{-1/2}$,故在 $0 < t < 1/a$ 范围内,不能认为跃迁概率速率为一常数。

三、讨 论

实验上要验证上述结论,则对入射光有一定的要求,首先是频宽要窄,使 $1/a$ 较大,从而违背通常算法的时间范围才能大;其次入射的非单色光的各频率成分之间没有很确定的位相关系,即不具有很强的相干性,这是(1)式成立的条件之一^[4]。在获得上述光源后,让它与原子样品(选择适当的能级)相互作用,通过检测作用过程中电离出来的电子数目,应该能观察到原子瞬态电离概率的偏离现象。

四、结 论

我们在考虑原子跃迁(特别是电离)的瞬态过程时,不能简单地认为跃迁概率与时间成正比,跃迁概率速率是与时间无关的常数,而必须考虑 $0-1/a$ 时间范围内, W 随时间的变化所产生的影响。

- [1] 张卫平、谭维翰, 光学学报, 7(1987), 769.
- [2] 余玮、徐至展、姚关华、冯贤平、陈荣清, 光学学报, 10(1990), 203.
- [3] Fu-sui Liu, The Possibility From Uncertainty to Certainty, Communication in Theoretical Physics, submitted.
- [4] 玻姆, 量子理论, 商务印书馆, (1982), 第 511 页.

TRANSIENT IONIZATION PROBABILITY OF ATOMS UNDER THE ACTION OF NONMONOCHROM- ATIC LIGHT

YANG JIAN-HAO LIU FU-SUI

Department of Physics, Peking University, Beijing 100871

(Received 10 June 1991)

ABSTRACT

This paper reconsiders the calculation methods of transition probability in quantum mechanics, and points out that under the action of non-monochromatic light with frequency width $\Delta\omega$, the ionization probability of atoms will seriously deviate from Fermi's Second Golden Rule within the initial interaction period $\Delta t \approx 1/\Delta\omega$.

PACC: 3280; 0365