第 42 卷第 10 期　　物　理　学　报　　Vol. 42, No. 10
1993 年 10 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　Oct., 1993

微波场驱动三能级原子系统的自感应透明现象

郭光灿
中国科学技术大学物理系，合肥　230026

曹卓良
安徽大学物理系，合肥　230039

1993 年 1 月 15 日收到

讨论光微波场驱动的三能级原子系统与光脉冲相互作用的动力学过程，推导出光学面积定理，并研究自感应透明现象，发现在特殊条件下该体系的某些性质与二能级原子体系一样.

PACC：4250；4265G

一、引　　言

当激发光脉冲通过与之共振的二能级原子介质时，脉冲形状可能发生显著的变化. McCall 和 Hahn[1-3]已经发现，如果脉冲的面积 $\theta \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{g}{\hbar}\right)2\varepsilon \mathrm{d}t$ 等于 $2n\pi$（n 为整数，g 为偶极矩，ε 为光场振幅），以及脉冲具有确定的形状，那么只要忽略横向和纵向弛豫的影响，脉冲即可无任何衰减且保持形状不变地通过共振（通常是吸收的）介质，这就是所谓自感应透明现象. 由于脉冲出现前和结束后介质的状态不发生变化，所以这种相互作用并没有使介质从脉冲中吸收净能量，尽管在脉冲存在的期间，介质会吸收和发射光子.

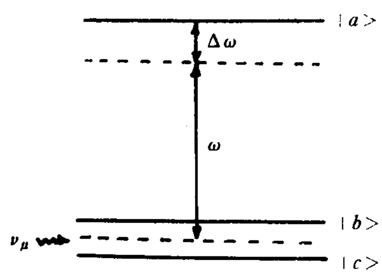

图 1　微波场驱动的三能级原子体系

在被共振微波场驱动的三能级原子系统中，只要满足适当的条件，也有类似的自感应透明现象. 如图 1 所示的三能级原子，$|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 以及 $|a\rangle$ 和 $|c\rangle$ 为异宇称能级，而 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 为同宇称能级，并且靠得很近. 用强相干微波场驱动 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 能级，微波场的频率与 $|b\rangle$，$|c\rangle$ 能级共振，使它们的波函数相互交叠而产生干涉，这样频率为 ω_1（对应于 $|a\rangle$ 与 $|b\rangle$ 的跃迁）和 ω_2（对应于 $|a\rangle$ 与 $|c\rangle$ 的跃迁）的两个光场会产生相干现象，即量子拍频[4-7]. 如果用一个单模光场 ω 取代 ω_1 和 ω_2 两个光场，便是简并量子拍频现象[8-11]. 若 $2\omega=\omega_{ab}+\omega_{ac}$，则称为“共振”简并量子拍频[8-12]；若 $2(\omega+\Delta\omega)=\omega_{ab}+\omega_c$，则称为“非共振”简并量子拍频[13]. 本文将讨论非共振光脉冲通过被微波场驱动的三能级原子系统所产生的自感应透明现象.

二、理　　论

考虑一个频率为 ω 的光脉冲通过如图 1 所示的被强相干微波驱动的三能级原子系统，微波场的频率为 ν_μ，其拉比因子为 $\Omega e^{-i\phi}$，这里 Ω 为拉比频率，ϕ 为初始位相. 假定光场为线偏振，即

$$\boldsymbol{E}(z,t) = \boldsymbol{e}_x \frac{1}{2}\varepsilon(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \tag{1}$$

原子和光场相互作用哈密顿量为[9]

$$V_1 = \hbar\,(g_1\sigma_1 e^{-i\Delta t} + g_2\sigma_2 e^{i\Delta t})\varepsilon e^{-i\Delta\omega t} + \frac{1}{2}\Omega\hbar\, e^{i\phi}\sigma_\mu + \text{H.c.} \tag{2}$$

这里 $g_1=\frac{1}{2\hbar}\cdot\mu_{ac}$，$g_2=\frac{1}{2\hbar}\cdot\mu_{ab}$，$\mu_{ac}$和 μ_{ab}为原子偶极矩沿 x 方向的分量，$\sigma_1=|c\rangle\langle a|$，$\sigma_2=|b\rangle\langle a|$，$\sigma_\mu=|c\rangle\langle b|$，$\varepsilon$ 为光场振幅，$\Delta=\frac{1}{2}\omega_{bc}$，$\omega_{ac}+\omega_{ab}=2(\omega+\Delta\omega)$，$\omega_{bc}=\nu_\mu$，$\Delta\omega$ 为失谐量，($\omega_{\alpha\beta}=\omega_\alpha-\omega_\beta$)．为方便计，定义 $\sigma_\alpha=|\alpha\rangle\langle\alpha|$，$\alpha=a,b,c$．作下列么正变换[11]：

$$U = U_1 U_{\mathbf{1}}, \tag{3}$$

这里

$$\begin{aligned} U_1 &= \exp\left[-\frac{i}{2}\Omega(e^{i\phi}\sigma_\mu + e^{-i\phi}\sigma_\mu^+)t\right] \\ &= \sigma_a + (\sigma_b+\sigma_c)\cos\frac{\Omega}{2}t - i(e^{i\phi}\sigma_\mu + e^{-i\phi}\sigma_\mu^+)\sin\frac{\Omega}{2}t, \end{aligned} \tag{4}$$

$$U_{\mathbf{1}} = \sigma_a + (\sigma_b + \sigma_c)e^{i\Delta\omega t}. \tag{5}$$

调 节微波场强度使其拉比频率 Ω 满足

$$\Omega = \omega_{bc} = 2\Delta, \tag{6}$$

再取旋转波近似，可得变换后的相互作用哈密顿量[13]为

$$V = \hbar(G_1\sigma_1 + G_2\sigma_2)\varepsilon + adj - \Delta\omega\hbar(\sigma_b + \sigma_c), \tag{7}$$

这里 G_1 和 G_2 定义如下：

$$G_1 = \frac{1}{2}(g_1 - g_2 e^{i\phi}), \tag{8a}$$

$$G_2 = \frac{1}{2}(g_2 + g_1 e^{-i\phi}). \tag{8b}$$

考虑到$|b\rangle$和$|c\rangle$为同宇称能级，因此在偶极近似条件下，σ_μ 对系综的平均值应为零，即$\langle\sigma_\mu\rangle=0$；假定原子横向和纵向弛豫可以忽略，利用 σ_1、σ_2、σ_α 之间的对易关系[12]，根据(7)式可得到原子算符系综平均值的运动方程[13]为

$$\langle\dot{\sigma}_1\rangle = i\Delta\omega\langle\sigma_1\rangle + iG_1^*\langle\sigma_{ac}\rangle\varepsilon, \tag{9a}$$

$$\langle\dot{\sigma}_2\rangle = -i4\omega\langle\sigma_2\rangle + iG_2^*\langle\sigma_{ab}\rangle\varepsilon, \tag{9b}$$

$$\langle\dot{\sigma}_{ac}\rangle = 2i(G_1\langle\sigma_1\rangle - G_1^*\langle\sigma_1^+\rangle)\varepsilon + i(G_2\langle\sigma_2\rangle - G_2^*\langle\sigma_2^+\rangle)\varepsilon, \tag{9c}$$

$$\langle\dot{\sigma}_{ab}\rangle = i(G_1\langle\sigma_1\rangle - G_1^*\langle\sigma_1^+\rangle)\varepsilon + 2\dot{\Lambda}(G_2\langle\sigma_2\rangle - G_2^*\langle\sigma_2^+\rangle)\varepsilon. \tag{9d}$$

光场的运动方程[14]为

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} + \frac{n}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = \frac{N\omega c\mu_0}{2n}\int_{-\infty}^{+\infty}\text{Im}(G_1\langle\sigma_1\rangle + G_2\langle\sigma_2\rangle)g(\Delta\omega)\,d\Delta\omega, \tag{9e}$$

这里$\langle\sigma_{ac}\rangle=\langle\sigma_a\rangle-\langle\sigma_c\rangle$，$\langle\sigma_{ab}\rangle=\langle\sigma_a\rangle-\langle\sigma_b\rangle$，$g(\Delta\omega)$为非均匀加宽归一化线型函数，$n$ 为介质折射率，N 为原子数密度．

为方便起见，作如下变数代换，令

$$u_1 = \text{Re}(G_1\langle\sigma_1\rangle), \qquad v_1 = \text{Im}(G_1\langle\sigma_1\rangle),$$

$$u_2 = \mathrm{Re}(G_2\langle\sigma_2\rangle), \qquad v_2 = \mathrm{Im}(G_2\langle\sigma_2\rangle), \tag{10}$$

于是方程组(9)可化为

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \Delta\omega v_1, \tag{11a}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\Delta\omega u_1 + |G_1|^2\langle\sigma_{ac}\rangle\varepsilon, \tag{11b}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = \Delta\omega v_2, \tag{11c}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = -\Delta\omega u_2 + |G_2|^2\langle\sigma_{ab}\rangle\varepsilon, \tag{11d}$$

$$\frac{\partial\langle\sigma_{ac}\rangle}{\partial t} = -2(2v_1 + v_2)\varepsilon, \tag{11e}$$

$$\frac{\partial\langle\sigma_{ab}\rangle}{\partial t} = -2(v_1 + 2v_2)\varepsilon, \tag{11f}$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial z} + \frac{n}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = \frac{N\omega c\mu_0}{2n}\int_{-\infty}^{+\infty}(v_1 + v_2)g(\Delta w)d\Delta\omega. \tag{11g}$$

三、面积定理

依据方程组(11),利用二能级原子的面积定理的推导方法[14],可得到一个重要结论——微波场驱动三能极原子系统的面积定理(推导见附录)

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}z} = -\frac{\alpha}{2}\sin\sqrt{2(Ha)}A - \frac{\beta}{2}\sin\sqrt{2(1-a)}A, \tag{12}$$

这里 A 为脉冲面积,其定义为

$$A(z) \equiv \sqrt{|G_1|^2 + |G_2|^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\varepsilon(z,t)\mathrm{d}t. \tag{13}$$

常数 α,β 分别为

$$\alpha = \frac{\omega\pi\mu_0 Ncg(0)}{4n\sqrt{2(1+a)}}\left[|G_1|^2 + |G_2|^2 + \frac{|G_1|^4 + |G_2|^2}{a(|G_1|^2 + |G_2|^2)}\right], \tag{14a}$$

$$\beta = \frac{\omega\pi\mu_0 Ncg(0)}{4n\sqrt{2(1-a)}}\left[|G_1|^2 + |G_2|^2 - \frac{|G_1|^4 + |G_2|^4}{a(|G_1|^2 + |G_2|^2)}\right], \tag{14b}$$

这时 a 定义为

$$a = \sqrt{1 - 3\left(\frac{|G_1G_2|}{|G_1|^2 + |G_2|^2}\right)^2}. \tag{15}$$

由(14a)和(15)式可知,对任意给定的初始位相 ϕ,总有 $\alpha>0$, $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$. 在上述求解微分方程组(10)过程中,假定原子初始均处在准简并的基态能级 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 上,初始条件为

$$u_1|_{t=0} = u_2|_{t=0} = v_1|_{t=0} = v_2|_{t=0} = 0, \tag{16a}$$

$$\langle\sigma_a\rangle|_{t=0} = \rho_{aa}^0 = 0, \langle\sigma_b\rangle|_{t=0} = \rho_{bb}^0 = \langle\sigma_c\rangle|_{t=0} = \rho_{cc}^0 = \frac{1}{2}. \tag{16b}$$

考察面积定理(12)式,对于弱(小面积)脉冲,有 $\sin A\sim A$,因而方程(12)的解为

$$A(z) = A(0)e^{-\frac{k}{2}z}, \tag{17}$$

故脉冲能量按照下列规律衰变:

$$\varepsilon^2(z) = \varepsilon^2(0)e^{-kz}, \tag{18}$$

这里常数 k 为

$$k = \frac{\omega\pi\mu_0 Ncg(0)}{2n}(|G_1|^2 + |G_2|^2), \tag{19}$$

(19)式便为微波场驱动三能级原子系统的消光系数,当 $g_1=g_2$ 时,k 与微波场的初始位相 ϕ 无关.

对于脉冲面积为任意值的一般情况,当 A 满足

$$\frac{\alpha}{2}\sin\sqrt{2(1+a)}A + \frac{\beta}{2}\sin\sqrt{2(1-a)}A = 0 \tag{20}$$

时,方程(12)有平衡解 $dA/dz=0$. 上述方程除 $A=A_0=0$ 之外,还有一系列的分立解 $A=A_n(n=1,2,3,\cdots)$. 这些解当中,满足下列不等式:

$$\sqrt{2(1+a)}\alpha\cos\sqrt{2(1+a)}A_n + \sqrt{2(1-a)}\beta\cos\sqrt{2(1-a)}A_n > 0 \tag{21}$$

的解 A_n,属于稳定性解,即对于开始时其面积 A 在此 A_n 附近的脉冲,经过一定距离后,其面积值将趋于 A_n;而对于满足下列不等式

$$\sqrt{2(1+a)}\alpha\cos\sqrt{2(1+a)}A_n + \sqrt{2(1-a)}\beta\cos\sqrt{2(1-a)}A_n < 0 \tag{22}$$

的解 A_n,属于非稳定性解.

方程(20)在一般场合下的分立解 A_n 不易给出解析表达式. 在下列两种特殊情况下 A_n 有简单形式. 令 $g_1=g_2=g$,则有 $|G_1|^2=g^2\sin^2\frac{\phi}{2}$,$|G_2|^2=g^2\cos^2\frac{\phi}{2}$.

1. $\phi=0$ 或 π

此时 $a=1$,面积定理可简化为

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{\alpha}{2}\sin 2A. \tag{23}$$

这与二能级的场合相同. 稳定性解为

$$A = A_n = n\pi \quad (n = 0,1,2,\cdots), \tag{24}$$

可见,一个开始有确定面积的脉冲,其面积将逐渐演化成为 π 的整数倍.

2. $\sqrt{\frac{1-a}{1+a}}=\frac{K}{L}$($L,K$ 为正整数,且 K/L 为不可约分式)

不难由(15)式得到,$0\leqslant\frac{K}{L}<\sqrt{\frac{1}{3}}$,相应的微波场初始位相 ϕ 为

$$\phi = \sin^{-1}\frac{4LK}{(L^2+K^2)\sqrt{3}}. \tag{25}$$

方程(20)的解为

$$A_n = \frac{n\pi}{2}\sqrt{L^2+K^2} \qquad (n = 0,1,2,\cdots) \tag{26}$$

此分立解中,除 n 和 L 同时为奇数外,都属稳定性解.

四、稳定脉冲解

上述讨论中已经证明脉冲面积趋向于一个常数值，此常数值与初始值有关，下面将证明，脉冲形状和宽度也达到一稳态，并给出脉冲形状的积分表达式，以及特殊情况下的解析表达式.

假设稳态脉冲以速度 v 传播，$u_i, v_i(i=1,2)$，$\langle\sigma_{ab}\rangle$，$\langle\sigma_{ac}\rangle$和 ε 的稳态解应该仅是变量

$$r = t - \frac{z}{v} \tag{27}$$

的函数，脉冲速度 v 为待定的量. 由于非线性方程组(11)不易求解，我们进一步限定 $\Delta\omega = 0, g(\Delta\omega) = \delta(\Delta\omega)$，在这特殊场合下，运动方程(11)可化为

$$u_1 = u_2 = 0, \tag{28a}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}r} = |G_1|^2\langle\sigma_{ac}\rangle\varepsilon, \tag{28b}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}r} = |G_2|^2\langle\sigma_{ab}\rangle\varepsilon, \tag{28c}$$

$$\frac{\mathrm{d}\langle\sigma_{ac}\rangle}{\mathrm{d}r} = -2(2v_1 + v_2), \tag{28d}$$

$$\frac{\mathrm{d}\langle\sigma_{ab}\rangle}{\mathrm{d}r} = -2(v_1 + 2v_2), \tag{28e}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}r}\left(\frac{n}{c} - \frac{1}{v}\right) = \frac{N\omega c\mu_0}{2n}(v_1 + v_2). \tag{28f}$$

初始条件为

$$v_1|_{r=-\infty} = v_2|_{r=-\infty} = \varepsilon|_{r=-\infty} = 0, \tag{28g}$$

$$\langle\sigma_{ac}\rangle|_{r=-\infty} = \langle\sigma_{ab}\rangle|_{r=-\infty} = -\frac{1}{2}. \tag{28h}$$

求解方程组(28)可得

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}r^2} = \frac{1}{\tau_1^2}\sin\sqrt{2(1+a)}\theta + \frac{1}{\tau_2^2}\sin\sqrt{2(1-a)}\theta, \tag{29}$$

这里 θ 的定义为

$$\theta(r) \equiv \sqrt{|G_1|^2 + |G_2|^2}\int_{-\infty}^{r}\varepsilon(r')\mathrm{d}r', \tag{30}$$

$$\frac{1}{\tau_1^2} \equiv \frac{\alpha}{2\left(\frac{1}{v} - \frac{n}{c}\right)}, \quad \frac{1}{\tau_2^2} \equiv \frac{\beta}{2\left(\frac{1}{v} - \frac{n}{c}\right)},$$

这里已令 α, β 中的 $g(0) = 1/\pi$. 由方程(29)可得到关于 ε 的积分方程：

$$\varepsilon^2(r) = \frac{4}{\sqrt{2(1+a)}\tau_1(|G_1|^2 + |G_2|^2)}\sin^2\sqrt{\frac{(1+a)(|G_1|^2 + |G_2|^2)}{2}}\int_{-\infty}^{r}\varepsilon(r')\mathrm{d}r'$$
$$+ \frac{4}{\sqrt{2(1-a)}\tau_2(|G_1|^2 + |G_2|^2)}\sin^2\sqrt{\frac{(1-a)(|G_1|^2 + |G_2|^2)}{2}}\int_{-\infty}^{r}\varepsilon(r')\mathrm{d}r'. \tag{31}$$

原则上可以用数值计算方法由上式求出稳态脉冲的形状和脉宽.

积分方程(31)在 $a=1$(即 $\phi=0,\pi$)的特殊情况有显式表达式的解

$$\varepsilon(z,t)=\frac{1}{gz_1}\operatorname{sech}\left(\frac{t-\dfrac{z}{v}}{z_1}\right). \tag{32}$$

相应的脉冲面积为

$$2A=2g\int_{-\infty}^{+\infty}\varepsilon(r)\mathrm{d}r=\frac{2}{\tau_1}\int_{-\infty}^{+\infty}\operatorname{sech}\frac{r}{\tau_1}\mathrm{d}r=2\pi.$$

可见在 $a=1$ 时，无论是面积定理还是稳态脉冲形状都与二能级原子系统相同. 我们可以进一步推论，被微波场驱动的三能级体系在某种意义上可等效于二能级体系. 关于这一点我们将另文证明.

附　　录

为导出面积定理(12)式，需用到下列两个结果.

1. 对于 $\Delta\omega=0$ 的原子，方程组(11)的解为

$$u_1(o,z,t)=0, \tag{A.1}$$

$$u_2(o,z,t)=0, \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}v_1(o,z,t)=&\frac{|G_1|^2}{4a\sqrt{2(|G_1|^2+|G_2|^2)(1+a)}}\left(\frac{|G_1|^2}{|G_1|^2+|G_2|^2}+a\right)\sin\sqrt{2(1+a)}\theta(z,t)\\&+\frac{|G_1|^2}{4a\sqrt{2(|G_1|^2+|G_2|^2)(1-a)}}\left(\frac{|G_1|^2}{|G_1|^2+|G_2|^2}-a\right)\sin\sqrt{2(1-a)}\theta(z,t),\end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}v_2(o,z,t)=&\frac{|G_2|^2}{4a\sqrt{2(|G_1|^2+|G_2|^2)(1-a)}}\left(\frac{|G_2|^2}{|G_1|^2+|G_2|^2}+a\right)\sin\sqrt{2(1+a)}\theta(z,t)\\&+\frac{|G_2|^2}{4a\sqrt{2(|G_1|^2+|G_2|^2)(1-a)}}\left(\frac{|G_2|^2}{|G_1|^2+|G_2|^2}-a\right)\sin\sqrt{2(1-a)}\theta(z,t),\end{aligned} \tag{A.4}$$

这里

$$\theta(z,t)\equiv\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(z,t')\mathrm{d}t'. \tag{A.5}$$

2. 若 $t>t_0$ 时，$\varepsilon(z,t)=0$，那么方程(11)的解为

$$u_1(\Delta\omega,z,t)=u_{10}\cos[\Delta\omega(t-t_0)]+v_{10}\sin[\Delta\omega(t-t_0)], \tag{A.6}$$

$$u_2(\Delta\omega,z,t)=u_{20}\cos[\Delta\omega(t-t_0)]+v_{20}\sin[\Delta\omega(t-t_0)], \tag{A.7}$$

$$v_1(\Delta\omega,z,t)=-u_{10}\sin[\Delta\omega(t-t_0)]+v_{10}\cos[\Delta\omega(t-t_0)], \tag{A.8}$$

$$v_2(\Delta\omega,z,t)=-u_{20}\sin[\Delta\omega(t-t_0)]+v_{20}\cos[\Delta\omega(t-t_0)], \tag{A.9}$$

这里

$$u_{10}\equiv u_1(\Delta\omega,z,t_0),\qquad u_{20}\equiv u_2(\Delta\omega,z,t_0),$$

$$v_{10}\equiv v_1(\Delta\omega,z,t_0),\qquad v_{20}\equiv v_2(\Delta\omega,z,t_0).$$

现在证明面积定理. 由脉冲面积定义可知

$$A(z)=\lim_{t\to\infty}\theta(z,t)=\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\varepsilon(z,t')\mathrm{d}t', \tag{A.10}$$

因而

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}z}=\lim_{t\to\infty}\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}\int_{-\infty}^{t}\frac{\partial}{\partial z}\varepsilon(z,t')\mathrm{d}t'. \tag{A.11}$$

将(11g)式代入(A.11)式，可得

$$\frac{dA}{dz}=\lim_{t\to\infty}\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}\int_{-\infty}^{t}dt'\left\{\frac{N\omega c\mu_0}{2n}\int_{-\infty}^{+\infty}[v_1(\Delta\omega,z,t')+v_2(\Delta\omega,z,t')]g(\Delta\omega)d(\Delta\omega)-\frac{n}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t'}\right\}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}\{-\frac{n}{C}[\varepsilon(z,t)-\varepsilon(z,-\infty)]+\frac{N\omega c\mu_0}{2n}\int_{-\infty}^{+\infty}g(\Delta\omega)d(\Delta\omega)\int_{-\infty}^{t}dt'[v(\Delta\omega,z,t')+v_2(\Delta\omega,z,t')]\}. \quad (A.12)$$

因为 $\varepsilon(z,+\infty)=\varepsilon(z,-\infty)=0, u_1(\Delta w,z,-\infty)=u_2(\Delta\omega,z,-\infty)=0$,

将(11b)和(11d)式代入(A.12)式,为

$$\frac{dA}{dz}=\frac{N\omega c\mu_0\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}}{2n}\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{g(\Delta\omega)}{\Delta\omega}d(\Delta\omega)\int_{-\infty}^{t}dt'\left[\frac{\partial u_1(\Delta\omega,z,t')}{\partial t'}+\frac{\partial u_2(\Delta\omega),z,t'}{\partial t'}\right]$$

$$=\frac{N\omega c\mu_0\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}}{2n}\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{g(\Delta\omega)}{\Delta\omega}d(\Delta\omega)[u_1(\Delta w,z,t)+u_2(\Delta\omega,z,t,)]. \quad (A.13)$$

选取这样的时刻 t_0,使得当 $t>t_0$ 时,有 $\varepsilon(z,t_0)\approx 0$,将(A.6)和(A.7)两式代入(A.13)式,可得

$$\frac{dA}{dz}=\frac{N\omega c\mu_0\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}}{2n}\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{g(\Delta\omega)}{\Delta\omega}d(\Delta\omega)\{[u_1(\Delta\omega,z,t_0)+u_2(\Delta\omega,z,t_0)]\cos[\Delta\omega(t-t_0)]$$

$$+[v_1(\Delta\omega,z,t_0)+v_2(\Delta\omega,z,t_0)]\sin[\Delta\omega(t-t_0)]\}. \quad (A.14)$$

因为函数 $\cos[\Delta\omega(t-t_0)]$ 和 $\sin[\Delta\omega(t-t_0)]$ 具有振荡特性,所以在 $t\to\infty$ 极限条件下,这些函数对积分的贡献是来自 $\Delta\omega=0$ 附近的小范围.由于 $u_1(\Delta\omega,z,t_0)$ 和 $u_2(\Delta\omega,z,t_0)$ 为 $\Delta\omega$ 的奇函数,故可将它们在 $\Delta\omega=0$ 附近展开为

$$u_1(\Delta\omega,z,t_0)\simeq a_1\Delta\omega+a_2(\Delta\omega)^3+\cdots \quad (A.15)$$

$$u_2(\Delta\omega,z,t_0)\simeq b_1\Delta\omega+b_2(\Delta\omega)^3\cdots \quad (A.16)$$

故积分

$$\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{g(\Delta\omega)}{\Delta\omega}d(\Delta\omega)\{[u_1(\Delta\omega,z,t_0)+u_2(\Delta\omega,z,t_0)]\cos[\Delta\omega(t-t_0)]\}$$

$$=\lim_{t\to\infty}\frac{g(0)(a_1+b_1)\sin[\Delta\omega(t-t_0)]}{t-t_0}\Bigg|_{-\infty}^{+\infty}=0, \quad (A.17)$$

又因为 $v_1(\Delta\omega,z,t_0)$ 和 $v_2(\Delta\omega,z,t_0)$ 为 $\Delta\omega$ 的偶函数,故有

$$\frac{dA}{dz}=\frac{N\omega c\mu_0\sqrt{|G_1|^2+|G_2|^2}}{2n}[v_1(0,z,t_0)+v_2(0,z,t_0)]g(0)\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin[\Delta\omega(t-t_0)]}{\Delta\omega}d(\Delta\omega). \quad (A.18)$$

上式等号右边的积分

$$\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin[\Delta\omega(t-t_0)]}{\Delta\omega}d(\Delta\omega)=\pi.$$

将(A.3)和(A.4)式代入(A.18)式,可得面积定理(12)式.

[1] S. L. Mc Call and E. L. Hahn, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1967), 908.

[2] S. L. Mc Call and E. L. Hahn, *Phys. Rev.*, **183**(1969), 457.

[3] R. E. Slusher and H. M. Gibbs, *Phys. Rev.*, **A5**(1972), 1654.

[4] W. Chow, M. O. Scully and J. Stoner, *Phys. Rev.*, **A11**(1975), 1380.

[5] M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2802.

[6] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 752.

[7] K. Zaheer and M. S. Zubairy, *Phys. Rev.*, **A38**(1988), 227.

[8] S. Y. Zhu and E. E. Fill, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 5684.

[9] M. O. Scully, S. Y. Zhu and A. Gavrielides, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 2813.

[10] E. E. Fill, M. O. Scully and S. Y. Zhu, *Opt. Commun.*, **77**(1990), 36.

[11] S. Y. Zhu, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 5537.

[12] 曹卓良、郭光灿、韩正甫,光学学报,**13**(1993),213.

[13] 曹卓良、郭光灿、高永椿,量子电子学,**9**(1992),266.

[14] A。亚里夫著,刘颂豪等译,量子电子学,上海科学技术出版社,(1983),第 403 至 415 页.

SELF-INDUCED TRANSPARENCY IN THREE-LEVEL ATOM SYSTEM DRIVEN BY A COHERENT MICROWAVE FIELD

GUO GUANG-CAN
Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230039
GAO ZHUO-LIANG
Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039
(Received 15 January 1993)

ABSTRACT

The dynamic behaviour of interactions between three-level atoms system driven by a coherence microware field and optical pulse is discussel. The optical area theorem has been derived and the self-induced transparency has been studied. It is found that some properties of this system is the same as two-level system under some special conditions.

PACC:4250;4265G