

# 非线性静磁表面波的传播特性\*

王 奇 鲍家善 蔡英时

上海科学技术大学物理系, 上海 201800

A. D. BOARDMAN

索福特大学物理系, 索福特 MS 4WT, UK

1993年1月18日收到

将文献[4]的理论结果加以推广, 用微扰理论导出了微波场作用下铁磁材料的动态非线性磁化强度的各阶近似表达式. 严格分析了在波矢  $\mathbf{k}$  与外偏置磁场  $\mathbf{H}_0$  成任意角度时非线性静磁表面波的传播特性. 证明了静磁表面波在任何传播方向上都不能演化为静磁孤子.

PACC: 7550G; 7570

## 一、引 言

铁磁材料中非线性波的传播特性已成为理论和实验方面颇具挑战性的课题<sup>[1-3]</sup>, 在文献[4]中研究了在波矢  $\mathbf{k}$  与外偏置磁场  $\mathbf{H}_0$  正交时非线性静磁表面波(MSSW)的传播特点, 获得了一些重要结论. 实际上,  $\mathbf{k}$  的方向允许在一个特定的角度内变化<sup>[5]</sup>. 当  $\mathbf{k}$  与  $\mathbf{H}_0$  非正交时, 由于微波磁场沿  $\mathbf{H}_0$  方向的分量不为零, MSSW 的生成和传播会受到材料非线性磁化二阶效应导致的直流磁场和二次谐波场的影响. 这是与电介质中非线性光波的重要区别. 在普通电介质中, 材料结构微观中心对称, 使得二阶电极化率  $\chi^{(2)} = 0$ , 二阶效应不与三阶效应同时存在. 但在铁磁材料中不具备这种中心对称, 二阶效应总是伴随三阶效应存在. 在相位匹配情况下, 二阶直流场和二次谐波场能作为次级场源对三阶非线性波的激发提供能量. 所以就物理机制而言, 非线性 MSS 的起源与传播比电介质中的非线性光波要复杂和丰富得多. 由于问题的难度, 与此关联的非线性 MSSW 的传播问题的研究尚未见到. 在文献[6]中证明, 在传播空间受限的铁磁膜中情况有所不同, 膜层中的 MSSW 频带很窄并受相位匹配条件的限制, 虽然 MSSW 激发的二阶非线性磁化强度不为零, 但它不能成为场源来激发二阶直流场和二次谐波场. 基于这样的结论, 本文尝试研究  $\mathbf{k}$  与  $\mathbf{H}_0$  非正交情况下非线性 MSSW 的传播特性.

## 二、非线性磁化强度与静磁标势

铁磁膜波导如图1所示. 外偏置场  $\mathbf{H}_0$  在二维无限大膜层平面内沿  $z$  向施加, 使膜层具

\* 国家自然科学基金资助的课题.

有饱和磁化强度  $M_0$ . 微波场  $he^{-i\omega t}$  入射膜层平面, 波矢为  $k$ , 与  $y$  轴夹  $\theta$  角. 当微波场频率  $\omega$  与方向角  $\theta$  满足下列不等式时

$$(\omega_H^2 + \omega_H \omega_m)^{1/2} < \omega < \left[ \omega_H \left( 1 + \frac{1}{2} \right) \tan^2 \theta + \frac{\omega_m}{2} \right] \cos \theta, \quad (1)$$

微波场在膜层表面激发起 MSSW.  $\omega_H = \mu_0 \gamma H_0$ ,  $\omega_M = \mu_0 \gamma M_0$ ,  $\mu_0$  和  $\gamma$  分别为真空磁导率和电子旋磁比.

据 Damon-Eshbach 的近似条件<sup>[5]</sup>, 膜层中的磁场强度和磁化强度矢量可分别表示为

$$H(R, t) = H_0 e_z + h(R, t), \quad (2)$$

$$M(R, t) = M_0 e_z + m(R, t), \quad (3)$$

$m(R, t)$  为动态磁化强度,  $R$  为三维位矢,  $e_z$  为  $z$  向单位矢量.  $M$  在外场作用下作进动运动, 服从 Landau-Lifshitz 方程

$$\frac{dM}{dt} = -\mu_0 \gamma M \times H. \quad (4)$$

这是非线性方程. 它的精确解在线性小信号极限下才能获得. 现有实验表明, 较小的微波注入功率便会在铁磁膜中产生宏观非线性效应<sup>[2,3]</sup>. 分析(4)式可知, 角频率为  $\omega$  微波场  $h(R, \omega)$  有可能激发二阶直流磁化强度  $m^{(2)}(R, 0)$  和二阶倍频磁化强度  $m^{(2)}(R, 2\omega)$ . 当  $m^{(2)}(R, 0)$  和  $m^{(2)}(R, 2\omega)$  产生后又能与  $h(R, \omega)$  进一步相互作用, 产生三阶磁化强度  $m^{(3)}(R, \omega)$  和  $m^{(3)}(R, 3\omega)$ , 而  $m^{(3)}(R, \omega)$  和  $m^{(3)}(R, 3\omega)$  又能作为三阶场  $h^{(3)}(R, \omega)$  和  $h^{(3)}(R, 3\omega)$  的场源. 一般地, 这种连锁相互作用是无限的. 在数值上高阶项比低阶项小得多. 用微扰理论将(2), (3)式中的  $H(R, t)$  和  $M(R, t)$  展开至三阶小量

$$H(R, t) = H_0 e_z + h^{(1)}(R, t) + h^{(2)}(R, t) + h^{(3)}(R, t), \quad (5)$$

$$M(R, t) = M_0 e_z + m^{(1)}(R, t) + m^{(2)}(R, t) + m^{(3)}(R, t), \quad (6)$$

其中各阶动态磁场强度和磁化强度的定义与文献[4]中的相似, 需要引入二维波矢  $k$  和二维位矢  $r = ye_y + ze_z$ .

把(5)和(6)式代入方程(4), 可得动态磁化强度  $m$  各 Fourier 振幅分量的各阶表达式, 例如

一阶近似

$$m_x^{(1)}(\omega) = \chi_1(\omega) h_x^{(1)}(\omega) - i\chi_2(\omega) h_y^{(1)}(\omega), \quad (7a)$$

$$m_y^{(1)}(\omega) = i\chi_2(\omega) h_x^{(1)}(\omega) + \chi_1(\omega) h_y^{(1)}(\omega); \quad (7b)$$

二阶近似

$$m_x^{(2)}(0) + m_x^{(2)*}(\omega) = \frac{M_0}{H_0} [h_x^{(2)}(0) + h_x^{(2)*}(0)] - \frac{1}{H_0} [m_x^{(1)}(\omega) h_z^{(1)*}(\omega) + m_x^{(1)*}(\omega) h_z^{(1)}(\omega)], \quad (8a)$$

$$m_y^{(2)}(2\omega) = i\chi_2(2\omega) h_x^{(2)}(2\omega) + \chi_1(2\omega) h_y^{(2)}(2\omega)$$

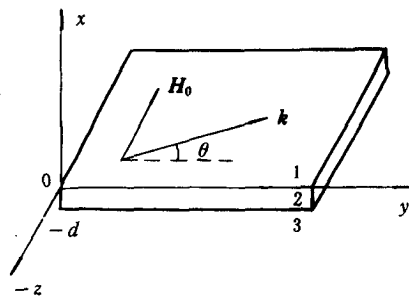


图 1

$$-\frac{1}{M_0} [\chi_2(2\omega)m_x^{(1)}(\omega) + \chi_1(2\omega)m_y^{(1)}(\omega)]h_z^{(1)}(\omega)e^{i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}}; \quad (8b)$$

三阶近似

$$\begin{aligned} m_x^{(3)}(\omega) = & \chi_1(\omega)h_x^{(3)}(\omega) - i\chi_2(\omega)h_y^{(3)}(\omega) \\ & - \frac{1}{M_0} [\chi_1(\omega)m_x^{(1)}(\omega) - i\chi_2(\omega)m_y^{(1)}(\omega)]h_y^{(2)}(0) \\ & - \frac{1}{M_0} [\chi_1(\omega)m_x^{(2)}(0) - i\chi_2(\omega)m_y^{(2)}(0)]h_z^{(1)}(\omega) \\ & + \frac{1}{M_0} [\chi_1(\omega)h_x^{(1)}(\omega) - i\chi_2(\omega)h_y^{(1)}(\omega)]m_z^{(2)}(0) \\ & + \frac{1}{M_0} [\chi_1(\omega)h_x^{(1)*}(\omega) - i\chi_2(\omega)h_y^{(1)*}(\omega)]m_z^{(2)}(2\omega)e^{-i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}} \\ & - \frac{1}{M_0} [\chi_1(\omega)m_x^{(2)}(2\omega) - i\chi_2(\omega)m_y^{(2)}(2\omega)]h_z^{(1)}(\omega)e^{-i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}} \\ & - \frac{1}{M_0} [\chi_1(\omega)m_x^{(1)*}(\omega) - i\chi_2(\omega)m_y^{(1)*}(\omega)]h_z^{(2)}(2\omega)e^{-i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} m_z^{(3)}(\omega) = & \frac{i}{2M_0} \frac{\omega_M}{\omega} \{h_x^{(1)}(\omega)[m_y^{(2)}(0) + m_y^{(2)*}(0)] - h_y^{(1)}(\omega)[m_x^{(2)}(0) + m_x^{(2)*}(0)]\} \\ & - \frac{i}{2M_0} \frac{\omega_M}{\omega} \{m_x^{(1)}(\omega)[h_y^{(2)}(0) + h_y^{(2)*}(0)] - m_y^{(1)}(\omega)[h_x^{(2)}(0) + h_x^{(2)*}(0)]\} \\ & + \frac{i}{M_0} \frac{\omega_M}{\omega} [m_y^{(1)*}(\omega)h_x^{(2)}(2\omega) + m_y^{(2)}(2\omega)h_x^{(1)*}(\omega)]e^{-i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}} \\ & - \frac{i}{M_0} \frac{\omega_M}{\omega} [m_x^{(1)*}(\omega)h_y^{(2)}(2\omega) + m_x^{(2)}(2\omega)h_y^{(1)*}(\omega)]e^{-i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (9b)$$

宗量0,  $\omega$  和  $2\omega$  分别为直流、基频和倍频;波矢  $\mathbf{k}_\omega$  和  $\mathbf{k}_{2\omega}$  分别与  $\omega$  和  $2\omega$  波对应; $\chi_1$  和  $\chi_2$  为磁化系数张量的元素

$$\chi_1(\omega) = \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \chi_2(\omega) = \frac{\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}; \quad (10a)$$

$$\chi_1(2\omega) = \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_H^2 - 4\omega^2}, \quad \chi_2(2\omega) = \frac{2\omega \omega_M}{\omega_H^2 - 4\omega^2}; \quad (10b)$$

在  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$  情况下  $h_z^{(1)}(\omega) = 0$ ,  $\mathbf{m}$  各阶分量都蜕化为较简单形式. (9a), (9b) 式表明,  $\mathbf{m}^{(3)}(\omega)$  不但可以由  $\mathbf{h}^{(3)}(\omega)$  激发, 也可以通过如  $\mathbf{h}^{(1)}(\omega)$  与  $\mathbf{m}^{(2)}(0)$ ,  $\mathbf{h}^{(1)*}(\omega)$  与  $\mathbf{m}^{(2)}(2\omega)$  等的相互作用产生.  $\mathbf{m}$  振幅分量中出现因子  $e^{-i(2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r}}$ , 当相位匹配  $2\mathbf{k}_\omega - \mathbf{k}_{2\omega} = 0$ , 即诸波间动量守恒时, 这种相互作用过程才是重要的<sup>[7]</sup>. 基频非线性磁化强度由一阶(线性)和三阶(非线性)磁化强度所贡献, 有

$$\mathbf{m}^{\text{NL}}(\omega) = \mathbf{m}^{(1)}(\omega) + \mathbf{m}^{(3)}(\omega). \quad (11)$$

在  $\mathbf{m}^{(3)}(\omega)$  中包含了  $\mathbf{m}^{(2)}(0)$  和  $\mathbf{m}^{(2)}(2\omega)$  对  $\mathbf{m}^{\text{NL}}(\omega)$  的贡献. NL 指非线性.

MSSW 满足静磁条件  $\nabla \times \mathbf{H} = 0$ , 引入磁标势  $\psi(\mathbf{R}, \omega)$ , 使得  $\mathbf{h}(\mathbf{R}, \omega) = \nabla \psi(\mathbf{R}, \omega)$ . 由  $\nabla \cdot \mathbf{b} = \mu_0 \nabla \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{m})$  可得  $\psi(\mathbf{R}, \omega)$  在膜层内外分别满足 Poisson 方程和 Laplace 方程

$$\nabla^2 \psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega) = -\nabla \cdot \mathbf{m}^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega) \quad -d \leq x \leq 0, \quad (12)$$

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{R}, \omega) = 0 \quad x \leq -d, x \geq 0. \quad (13)$$

与(11)式对应,  $\psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega)$ 可表示为

$$\psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega) = \psi^{(1)}(\mathbf{R}, \omega) + \psi^{(3)}(\mathbf{R}, \omega). \quad (14)$$

在铁磁膜上下界面处, 磁标势满足边界条件

$$\psi^{\text{NL}} = \psi, \quad \frac{\partial \psi^{\text{NL}}}{\partial x} + m \frac{\text{NL}}{x} = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (15)$$

### 三、色散关系

为求  $\psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega)$ , 需先知  $\psi^{(1)}(\mathbf{R}, \omega) (= \psi(\mathbf{R}, \omega))$ .  $\psi(\mathbf{R}, \omega)$  满足  $\nabla^2 \psi(\mathbf{R}, \omega) = -\nabla \cdot \mathbf{m}(\mathbf{R}, \omega)$ . 将7(a), (7b)两式代入后得

$$(1 + \chi_1) \left[ \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{R}, \omega)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{R}, \omega)}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial^2 \psi(\mathbf{R}, \omega)}{\partial z^2} = 0. \quad (16)$$

易得此方程和方程(13)在膜层内外三个区域的解为

$$\psi_1(\mathbf{R}, \omega) = B e^{-k_x x} e^{i(k_y y + k_z z)} + \text{c. c.}, \quad (17)$$

$$\psi_2(\mathbf{R}, \omega) = A(e^{\rho x} + \alpha e^{-\rho x}) e^{i(k_y y + k_z z)} + \text{c. c.}, \quad (18)$$

$$\psi_3(\mathbf{R}, \omega) = C e^{k_x x} e^{i(k_y y + k_z z)} + \text{c. c.}, \quad (19)$$

其中  $A, B, C$  和  $\alpha$  为待定系数.  $k_y = k \cos \theta$ ,  $k_z = k \sin \theta$ . 并有

$$k_x^2 = k_y^2 + k_z^2 = k^2, \quad (20)$$

$$p^2 = k_y^2 + k_z^2 / \mu_1 = k^2 s^2, \quad (21)$$

$$\text{其中} \quad \mu_1 = 1 + \chi_1, \quad s = (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta / \mu_1)^{1/2}. \quad (22)$$

由边界条件(15)式可得系数  $\alpha$  和线性 MSSW 的色散关系

$$\alpha = \frac{\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} - \frac{1}{s}}{\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} + \frac{1}{s}}, \quad (23)$$

$$e^{2\rho d} = \frac{(\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} - \frac{1}{s})(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} - \frac{1}{s})}{(\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} + \frac{1}{s})(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} + \frac{1}{s})}. \quad (24)$$

由方程(12)求解  $\psi^{\text{NL}}$  还需知道  $\mathbf{m}^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega)$  中的二阶直流场  $\mathbf{h}^{(2)}(0)$  和谐波场  $\mathbf{h}^{(2)}(2\omega)$ . 在文献[6]中证明, 由于膜层中的 MSSW 受频带宽度和相位匹配条件的限制,  $\mathbf{h}^{(2)}(0) = 0$ ,  $\mathbf{h}^{(2)}(2\omega) = 0$ . 使  $\mathbf{m}^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega)$  的各阶表式得到简化, 代入方程(12)可得  $\psi^{\text{NL}}$  的具体方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega)}{\partial x^2} - p^2 \psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega) \\ &= \frac{A|A|^2 \alpha}{\mu_1 M_0^2} e^{\rho x} \{ -2p(x_1^2 + x_2^2)(x_1 p - x_2 k_y)(p^2 + k_y^2) - p(x_1^2 - x_2^2)(x_1 p + x_2 k_y)(p^2 - k_y^2) \\ & \quad + k_y(x_1^2 - x_2^2)[(x_2 p + x_1 k_y)(p^2 - k_y^2) + 2(x_2 p - x_1 k_y)(p^2 + k_y^2)] \} \\ & \quad + \frac{A|A|^2 \alpha^2}{\mu_1 M_0^2} e^{-\rho x} \{ -2p(x_1^2 + x_2^2)(x_1 p + x_2 k_y)(p^2 + k_y^2) - p(x_1^2 - x_2^2)(x_1 p + x_2 k_y)(p^2 + k_y^2) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -k_y(x_1^2 - x_2^2)[(x_2p - x_1k_y)(p^2 - k_y^2) + 2(x_2p + x_1k_y)(p^2 + k_y^2)]\} \\
& + \frac{A|A|^2\alpha^3}{\mu_1 M_0^2} e^{-3\rho x} \{2p(x_1^2 + x_2^2)(x_1p - x_2k_y)(p^2 + k_y^2) \\
& + (x_1^2 - x_2^2)(p^2 - k_y^2)[p(x_1p + x_2k_y) + k_y(x_2p + x_1k_y)]\} \\
& + \frac{A|A|^2}{\mu_1 M_0^2} e^{3\rho x} \{2p(x_1^2 + x_2^2)(x_1p + x_2k_y)(p^2 + k_y^2) \\
& + (x_1^2 - x_2^2)(p^2 - k_y^2)[p(x_1p - x_2k_y) - k_y(x_2p - x_1k_y)]\} \\
& + \frac{A|A|^2\alpha}{\mu_1 H_0^2 M_0^2} k_z^2 e^{\rho x} \left\{ M_0^2 \left[ 6k_y(x_1k_y - x_2p) + \frac{x_1}{x_2} p(x_2p - x_1k_y) \right] \right. \\
& + 2H_0^2 p(x_3p - x_4k_y) + H_0 M_0 \frac{x_1}{x_2} [2x_5pk_y - x_6(p^2 - 3k_y^2)] \Big\} \\
& + \frac{A|A|^2\alpha^2}{\mu_1 H_0^2 M_0^2} k_z^2 e^{-\rho x} \left\{ M_0^2 \left[ 6k_y(x_1k_y + x_2p) + \frac{x_1}{x_2} p(x_2p + x_1k_y) \right] \right. \\
& + 2H_0^2 p(x_3p + x_4k_y) - H_0 M_0 \frac{x_1}{x_2} [2x_5pk_y + x_6(p^2 - 3k_y^2)] \Big\} \\
& + \frac{A|A|^2\alpha^3}{\mu_1 H_0^2 M_0^2} k_z^2 e^{-3\rho x} \left\{ M_0^2 \left[ 2k_y(x_1k_y + 3x_2p) - \frac{x_1}{x_2} p(x_2p - x_1k_y) \right] \right. \\
& - 2H_0^2 p(x_3p - x_4k_y) - H_0 M_0 \frac{x_1}{x_2} [2x_5pk_y - x_6(p^2 + k_y^2)] \Big\} \\
& + \frac{A|A|^2}{\mu_1 H_0^2 M_0^2} k_z^2 e^{3\rho x} \left\{ M_0^2 \left[ 2k_y(x_1k_y - 3x_2p) - \frac{x_1}{x_2} p(x_2p + x_1k_y) \right] \right. \\
& - 2H_0^2 p(x_3p + x_4k_y) + H_0 M_0 \frac{x_1}{x_2} [2x_5pk_y + x_6(p^2 + k_y^2)] \Big\}, \tag{25}
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
x_3 &= x_1^2 x_1 (2\omega) + x_1 (2\omega) x_2^2 + 2x_1 x_2 x_2 (2\omega), \\
x_4 &= x_2^2 x_2 (2\omega) + x_1^2 x_2 (2\omega) + 2x_1 x_2 x_1 (2\omega) \\
x_5 &= x_1 x_1 (2\omega) + x_2 x_2 (2\omega), \\
x_6 &= x_1 (2\omega) x_2 + x_1 x_2 (2\omega). \tag{26}
\end{aligned}$$

方程(25)等号右端的非齐次项正比于 $|A|^2$ ,为非线性项,它们都自动满足相位匹配条件.

$\psi^{\text{NL}}$ 可由方程(25)严格解出

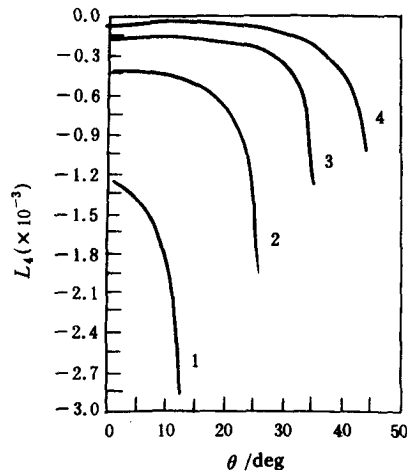
$$\psi^{\text{NL}}(\mathbf{R}, \omega) = A \{ (1 + L_1 \rho x) e^{\rho x} + \alpha (1 + L_2 \rho x) e^{-\rho x} + L_3 e^{-3\rho x} + L_4 e^{3\rho x} \} e^{i(k_y y + k_z z)} + \text{c. c.} \tag{27}$$

$L_i (i=1-4)$ 为非线性系数,具体表达式在解方程时很易得到.  $|L_4|$ 比其他三个系数大10倍以上,图2给出  $L_4$ - $\theta$  曲线. 在传播截止角附近  $L_4$ 有一较大变化. 在零场极限之下  $\psi^{\text{NL}} \rightarrow \psi$ .

由边界条件(15)和(17), (19), (27)式可得非线性 MSSW 色散方程

$$\begin{aligned}
& (\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} + \frac{1}{s})(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} + \frac{1}{s}) e^{\rho d} \\
& - (\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} - \frac{1}{s})(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos \theta}{s} - \frac{1}{s}) e^{-\rho d} = \Gamma, \tag{28}
\end{aligned}$$

$\Gamma$  为非线性项,是 $|A|^2$ 和方向角  $\theta$  的函数,

图2  $L_4$ - $\theta$  关系曲线

曲线1为  $\omega/\omega_M = 0.815$ ; 曲线2为  $\omega/\omega_M = 0.783$ ;

曲线3为  $\omega/\omega_M = 0.741$ ; 曲线4为  $\omega/\omega_M = 0.699$ ;

$H_0 = 4.6 \times 10^4 \text{ A/m}$ ;  $M_0 = 1.4 \times 10^5 \text{ A/m}$

$$\Gamma = -F_1\left(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} + \frac{1}{s}\right)e^{pd} + F_2\left(\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} - \frac{1}{s}\right)e^{-pd} \\ + F_3\left(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} - \frac{1}{s}\right) - F_4\left(\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} + \frac{1}{s}\right), \quad (29)$$

$$\text{其中 } F_1 = \mu_1 L_1 - \left(3\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} - \frac{1}{s}\right)L_3 + \left(3\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} + \frac{1}{s}\right)L_4 + \frac{L_5}{p}, \quad (30)$$

$$F_2 = \mu_2 L_2, \quad (31)$$

$$F_3 = \left[\mu_1 - \left(\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} - \frac{1}{s}\right)pd\right]L_1 e^{-pd} - \left(3\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} + \frac{1}{s}\right)L_3 e^{3pd} \\ + \left(3\mu_1 + \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} - \frac{1}{s}\right)L_4 e^{-3pd} + \frac{L_6}{p}, \quad (32)$$

$$F_4 = -\left[\mu_1 - \left(\mu_1 - \mu_2 \frac{\cos\theta}{s} + \frac{1}{s}\right)pd\right]L_2 e^{pd}. \quad (33)$$

系数  $L_1$ — $L_6$  在  $\theta=0$  时的表达式可见文献[4]. 非线性色散方程的导出对定量研究 MSSW 的非线性传播特性可能有重要意义.

#### 四、群色散、非线性频移与静磁孤子

铁磁膜在外偏场  $H_0$  作用下呈现强烈的各向异性, 关于 MSSW 能否在某一传播方向上演化成静磁孤子的问题, 至今悬而未决. 现在借助色散方程(28)可以严格分析波矢  $k$  任意取向时 MSSW 演化成静磁孤子的可能性问题.

静磁包络孤子存在的必要条件是满足 Lighthill 判据<sup>[8]</sup>  $\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\right)_1 \left(\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2}\right) < 0$ , 前一因子为线性群色散, 后一因子是非线性频移. 判据要求, 两种效应产生的 Chirp 必须有可能抵

消.

### 1) 线性群色散 $\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\right)_1$

改写非线性色散方程(28)为

$$G_1 = G_2 e^{-2pd} + G, \quad (34)$$

$$\text{其中 } G_{1,2} = \Omega_H^2 - \Omega^2 \frac{\cos^2 \theta}{s^2} + (1 \pm \frac{1}{s})(\Omega_H^2 - \Omega^2) \left[ 2\Omega_H + (1 \pm \frac{1}{s})(\Omega_H^2 - \Omega^2) \right], \quad (35)$$

$$G = (\Omega_H^2 - \Omega^2) e^{-pd} \Gamma. \quad (36)$$

这里  $\Omega_H = \omega_H / \omega_M$ ,  $\Omega = \omega / \omega_M$ , 视为规一化的  $\omega_H$  和  $\omega$ . 令  $G=0$ , 求(34)式的导数得

$$\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial k^2}\right)_1 = \frac{2d}{G_3^2} \left\{ G_3 \frac{\partial \Omega}{\partial k} \left( s \frac{\partial G_1}{\partial \Omega} + G_1 \frac{\partial s}{\partial \Omega} \right) - s G_1 \left( G_4 \frac{\partial \Omega}{\partial k} + G_5 \right) \right\}, \quad (37)$$

$$\text{式中 } G_3 = \frac{\partial G_1}{\partial \Omega} + 2kd G_1 \frac{\partial s}{\partial \Omega} - \frac{\partial G_2}{\partial \Omega} e^{-2pd}, \quad (38)$$

$$G_4 = -\frac{\partial^2 G_1}{\partial \Omega^2} + \frac{\partial^2 G_2}{\partial \Omega^2} e^{-2pd} - 2kd \frac{\partial s}{\partial \Omega} \left( \frac{\partial G_1}{\partial \Omega} + \frac{\partial G_2}{\partial \Omega} e^{-2pd} \right) - 2kd G_1 \frac{\partial^2 s}{\partial \Omega^2}, \quad (39)$$

$$G_5 = -2d \left( G_1 \frac{\partial s}{\partial \Omega} + s \frac{\partial G_2}{\partial \Omega} e^{-2pd} \right). \quad (40)$$

由  $\omega_M \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial k^2}\right)_1$  即得群色散  $\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\right)_1$ . 图3和图4分别给出群速度  $\left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_1$  和  $\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\right)_1$  随  $\theta$  角变化的曲线. 曲线参数的选取与图2相同. 显然, MSSW 的  $\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\right)_1$  值在全  $\theta$  角变化范围内都是负值.

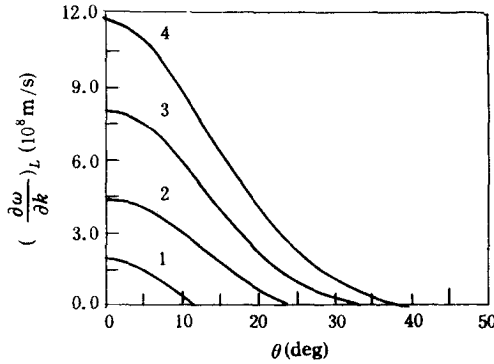


图3  $\left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_1 - \theta$  关系曲线

### 2) 非线性频移 $\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2}$

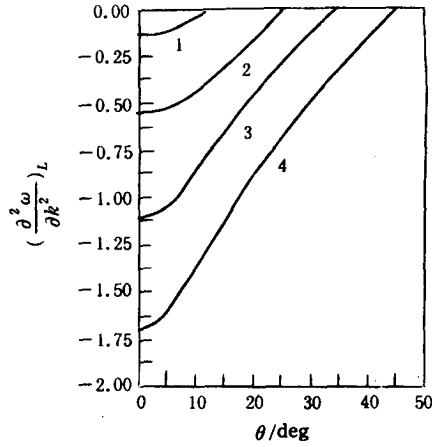
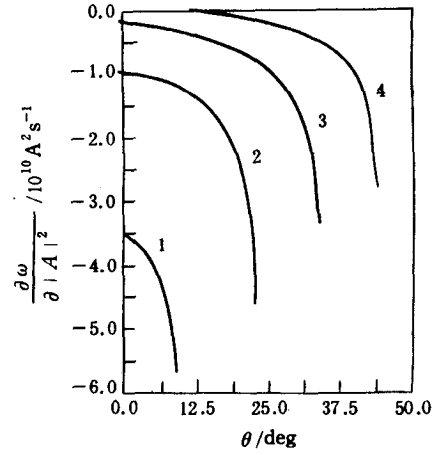
色散方程(34)中的非线性项  $G$  可表示为

$$G = f(\omega, k, \theta) |A|^2, \quad (41)$$

$A$  为 MSSW 的振幅. 可得

$$\frac{\partial G}{\partial \Omega} \frac{\partial G}{\partial |A|^2} = f(\omega, k, \theta). \quad (42)$$

求(34)式对  $\Omega$  的导数, 得

图4  $\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\right)_1 - \theta$  关系曲线图5  $\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} - \theta$  关系曲线

$$\frac{\partial G}{\partial \Omega} = G_6 - (G_7 + G_8)e^{-2\rho d}, \quad (43)$$

$$\text{式中 } G_{6,7} = \omega_M^4 \left\{ -2\Omega \frac{\cos^2 \theta}{s^2} - 2\Omega^2 \frac{\mu_2 x_1}{\mu_1^2 s^4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right. \\ \left. \pm \left[ \Omega_H^2 + (1 \pm \frac{1}{s})(\Omega_H^2 - \Omega^2) \right] \left( 2\Omega_H \frac{\mu_2}{\mu_1^2 s^3} \sin^2 \theta \mp 4\Omega (1 \pm \frac{1}{s}) \right) \right\}, \quad (44)$$

$$G_8 = 2\omega_M^4 k d \frac{\mu_2 x_1}{\mu_1^2 s^3} \sin^2 \theta G_2. \quad (45)$$

由(42)和(43)式可得非线性频移

$$\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} = \frac{\omega_M f(\omega_0, k_0, \theta)}{G_6 - (G_7 + G_8)e^{-2\rho d}}, \quad (46)$$

$\omega_0$  和  $k_0$  为满足线性色散方程的频率和波数.  $\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2}$  随  $\theta$  的变化曲线由图5给出. 曲线参数的选取与图2相同. 十分明显, 所有  $\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2}$  值在  $\theta$  变化的全区间内都小于零.

根据图4和图5中各曲线的走势可知, 在  $\theta$  变化的整个区间内 Lighthill 不等式不成立. 因此, 有如下结论: 铁磁膜中的 MSSW 在其任何传播方向上都不能演化成静磁孤子.

## 五、结 语

本文在 Landau-Lifshitz 方程的框架内, 用微扰理论导出的在微波场作用下铁磁材料的动态非线性磁化强度的各阶近似表达式, 是研究铁磁材料中非线性波的基本关系式. 文中获得了传播方向  $k$  与外偏场  $H_0$  成任意角度时 MSSW 的非线性静磁标势  $\psi^{\text{NL}}$ , 非线性色散方程、群色散和非线性频移等重要关系式, 使得对非线性 MSSW 传播特性的定量描述成为可能. 理论分析表明, 在任意传播方向上的 MSSW 都不会演化成静磁孤子. MSSW 功率引起的频移为负增量, 其绝对值随角度  $\theta$  的增加而增加, 在截止角附近变化量很大.

MSSW 的群色散为负值,其值随  $\theta$  角的增大而增大,在截止角处具有最大值,最大值为零.

- [1] P. De. Gasperis, R. Marcelli and G. Miccoli, *J. Appl. Phys.*, **63**(1988),4136.
- [2] B. A. Kalinikos, N. G. Kovshikov and A. N. Slavin, *Phys. Rev.*, **B42**(1990),8658.
- [3] B. A. Kalinikos, N. G. Kovshikov and A. N. Slavin, *J. Appl. Phys.*, **69**(1991),5712.
- [4] A. D. Boardman, 鲍家善、王 奇、蔡英时, S. A. Nikitov, *物理学报*, **40**(1991),1703.
- [5] R. W. Damon and J. R. Eshbach, *J. Phys. Chem. Solids*, **19**(1961),308.
- [6] 王 奇, A. D. Boardman, 鲍家善、蔡英时, *中国科学(A 辑)*, 待发表.
- [7] A. Yariv, *Quantum Electronics* (John Wiley & Sons, 1975), p. 423.
- [8] M. J. Lighthill, *J. Inst. Maths. Applies.*, **1**(1965),269.

## CHARACTERISTICS OF NONLINEAR MAGNETOSTATIC SURFACE WAVES

WANG QI    BAO JIA-SHAN    CAI YING-SHI

*Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 201800*

A. D. BOARDMAN

*Department of Physics, University of Salford Salford M5 4WT, UK*

(Received 18 January 1993)

### ABSTRACT

The dynamic nonlinear magnetization of different order induced by microwaves in a ferromagnetic material is derived by using perturbation theory. The characteristics of the nonlinear magnetostatic surface wave with wavevector  $k$ , making an arbitrary angle to the bias magnetic field, is analysed rigorously. We conclude that the envelope magnetostatic surface solitons in ferromagnetic films can not be generated in all possible direction of propagation.

**PACC:** 7550G; 7570