第 42 卷第 6 期　　物 理 学 报　　Vol. 42, No. 6
1993 年 6 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　June, 1993

带 Wiggler 场平板型部分填充介质 CFEL 的切仑柯夫自由电子激光的动力学耦合模理论

何一平　陈德明　刘永贵　李传胪
国防科技大学应用物理系，长沙　410073

1992 年 3 月 19 日收到

用二维波动力学耦合模理论研究了带 **Wiggler** 场平板型部分填充介质的 **FEL**. 研究结果表明，该系统可用低能电子束产生对介质厚度无特殊要求的短波长 **FEL**. 适当选择参数，可使其增长率和效率高于普通自由电子激光和切仑柯夫自由电子激光，并证明本系统超辐射放大的工作主模应是纵向截面电场模.

PACC: 4255T

一、引　　言

产生短波长相干辐射是自由电子激光(FEL)的主要研究目标之一. 快波 FEL 工作在短波长的代价是高能束和增益[1]；普通的切仑柯夫自由电子激光(CFEL)效率低，且要求介质厚度 $d \approx \lambda$[2]. 本文考虑带 Wiggler 场平板型半填充介质 CFEL，采用二维动力学耦合模理论研究其增长率、频率和效率. 研究结果表明，在强空间电荷波作用下，该系统可用低能电子束产生高频、高增长率和高效率的相干辐射，且对介质厚度无特殊要求.

二、动力学耦合模理论

我们考虑由两平板组成的二维系统，平板间隙为 b. 在某一平板的内侧充有厚度为 d，介电常数为 ε 的电介质，坐标原点选在介质与真空的界面上，本文讨论的问题是辐射波与空间电荷波在 Wiggler 场影响下的参量耦合问题. 在三波互作用中，辐射波的 E_z 分量不再是重要的物理量. 做适当近似，LSE 模有关的场分量为[3]

$$\begin{aligned} E_{sx} &= E_{s0}\exp[k_y(b-d-y)]\cdot\exp(-ik_z z);\\ E_{sy} &= (k/\omega)E_{s0}\exp[k_y(b-d-y)]\cdot\exp(-ik_z z), \end{aligned} \tag{1}$$

式中 k_y 为纵向截面电场模的 y 方向本征值，它们满足二维 LSE 模的本征方程. 这里的 y 方向为介质与真空界面的外法线方向.

与束发生能量交换的是体空间电荷波为

$$\boldsymbol{E} = \Delta_e E_0 \delta(y-\Delta)\exp(i\omega t - ikz)\hat{e}_z. \tag{2}$$

这里设束厚度 Δ_e 很小，它离介质表面的距离为 Δ，使空间电荷波与 LSE 模发生互作用的

是 Wiggler 场，

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{W}} = B_{\mathrm{W}}\exp(\mathrm{i}k_{\mathrm{W}}z)\hat{e}_y, \tag{3}$$

其共振条件为

$$\omega = \omega_s, \qquad k = k_s + k_{\mathrm{W}}, \tag{4}$$

其中 ω,k 分别为空间电荷波的圆频率和波矢，ω_s,k_s 为 LSE 模的圆频率和波矢，k_{W} 为 Wiggler 场的波数，B_{W} 为 Wiggler 场的幅度.

在三波互作用下，束分布函数 f 满足方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{X}} - e[\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}} + \boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times(\boldsymbol{B}_{\mathrm{W}} + \mathbf{B}_{\mathrm{s}})]\cdot\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}} = 0, \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{E}$ 为空间电荷波场强，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}},\boldsymbol{B}_{\mathrm{s}}$ 为辐射波场. 电流密度和电荷密度由下式给出：

$$\boldsymbol{J} = -en_0\int f\boldsymbol{V}\mathrm{d}\boldsymbol{p}, \qquad \rho = -en_0\int f\mathrm{d}\boldsymbol{p}, \tag{6}$$

式中 n_0 为电子的平均密度.

选择稳态分布函数

$$f_0 = \Delta_e\delta(y-\Delta)\delta(p_x)\delta(p_y)\delta(p_z - p_{z0}),$$

式中 $\boldsymbol{p}$ 为动量空间坐标，$p_{z0}\hat{e}_z = m_0\gamma_0 v_{z0}\hat{e}_z$ 为电子初始动量，且 $\gamma_0 = (1 - v_{z0}^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$，$c$ 为真空中光速，v_{z0} 为电子初始速度. 将(5)式线性化，仅保留强共振项，可得到该系统的各阶分布函数，然后由(6)式得到各阶扰动电流密度

$$\boldsymbol{J}_{\perp\mathrm{s}}^{(1)} = -\frac{\mathrm{i}e^2 n_0\Delta_e}{m_0 r_0\omega}E_{s0}\exp[ky(b-d-y)]\cdot\exp(-\mathrm{i}kz)\cdot\delta(y-\Delta)\hat{e}_x, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{J}_{Ez}^{(1)} = -\frac{\mathrm{i}e^2 E n_0\omega}{m_0\gamma_0^3(kv_{z0}-\omega)}\hat{e}_z, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{J}_{\perp\mathrm{s}}^{(2)} = \frac{e^3 n_0 B_W E_0(\omega\beta_{z0}^2 - kv_{z0})\Delta_e\delta(y-\Delta)}{m_0^2\gamma_0^2(\omega_{\mathrm{s}} - k_{\mathrm{s}}v_{z0})(\omega - kv_{z0})}\hat{e}_x, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{J}_{Ez}^{(2)} = \frac{2e^3 n_0\boldsymbol{B}_{\mathrm{W}}^*\cdot\boldsymbol{B}_{\mathrm{s}}(\omega\beta_{z0}^2 - kv_{z0})\Delta_e\delta(y-\Delta)}{k_{\mathrm{W}}m_0^2\gamma_0^2(\omega - kv_{z0})^2}\hat{e}_z, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{J}_y^{(1)} = \boldsymbol{J}_y^{(2)} \equiv 0. \tag{11}$$

将上述诸式与有源波动方程联立，可得到本征模和耦合模色散方程

$$k_s^2 - k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{2\omega_{pe}^2 k_y\Delta_e\exp(-2k_y\Delta)}{\gamma_0 c^2[1-\exp[-2k_y(b-d)]]}, \tag{12}$$

$$(kv_{z0}-\omega)^2 - \frac{\omega_{pr}^2}{\gamma_0^3} = 0, \tag{13}$$

$$\left\{k_{\mathrm{s}}^2 - k_y^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{2\Delta_e k_y\omega_{\mathrm{pe}}^2\exp(-2k_y\Delta)}{\gamma_0 c^2[1-\exp[-2k_y(b-d)]]}\right\}\left[(kv_{z0}-\omega)^2 - \frac{\omega_{\mathrm{pe}}^2}{\gamma_0^3}\right]$$
$$= -\frac{4\Delta_e^2 k_y^2\omega_{\mathrm{pe}}^4\Omega_{\mathrm{W}}(\omega\beta_{z0}^2 - k)^2\exp(-3k_y\Delta)}{\gamma_0^4 k_{\mathrm{W}}v_{\mathrm{p}}(\omega_{\mathrm{s}} - k_{\mathrm{s}}v_{z0})(\omega - kv_{z0})^2c^2}. \tag{14}$$

(12)式为有源 LSE 模色散方程，(13)式为空间电荷波色散方程，它有两个分支，现仅考虑增长的负能波，

$$kv_{z0} - \omega = -\omega_{\mathrm{pe}}/\gamma_0^{\frac{3}{2}}. \tag{15}$$

(14)式则是在 Wiggler 场作用下,LSE 模和空间电荷波的耦合模色散方程. 式中 $\omega_{pe}=(e^2n_0/\varepsilon_0m_0)^{\frac{1}{2}}$ 为电子束的等离子体频率,$v_p=\omega/k$ 为空间电荷波的相对速度,$\Omega_W=eB_W/m_0\gamma_0$ 是与 B_W 有关的回旋频率. 为得到解析的耦合增长率 Γ 和频移公式,在(14)式的等号左端用一阶扰动色散方程(即(12)和(13)式)与参量耦合条件(4)式近似,左端做如下代换:

$$\omega_s\to\omega_s+\delta\omega,\qquad \omega\to\omega+\delta\omega,$$

式中 $|\omega_s|\gg|\delta\omega|$,$\delta\omega$ 为复频移,可以得到

$$\delta_\omega^2(\delta\omega-\frac{\partial\omega_{pe}}{\gamma_0^{\frac{3}{2}}})=\frac{4\omega_{pe}\Omega_W^2(\Delta k_y)^{\frac{1}{2}}\exp(-2k_y\Delta)}{\gamma_0^5v_pk_W(v_{z0}/v_p-1)}. \tag{16}$$

对于弱抽运情况,$\Omega_W\ll\Omega_c$.

$$\Gamma_W=\mathrm{I_m}(\delta\omega)=\left[\frac{4\omega_{pe}\Omega_W^2}{k_W(v_{z0}-v_p)}\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\Delta_ek_y}{\gamma_0^7}\right)^{\frac{1}{4}}\exp\left(-\frac{3k_y\Delta}{4}\right);$$

$$\mathrm{Re}(\delta\omega)=0. \tag{17}$$

对于强抽运情况,$\Omega_W\gg\Omega_c$.

$$\Gamma_s=\frac{\sqrt{3}}{2}\left[\frac{4\omega_{pe}\Omega_W^2k_y\Delta_e}{\gamma_0^5k_W(v_{z0}-v_p)}\right]^{\frac{1}{3}}\exp\left(-\frac{2k_y\Delta}{2}\right);$$

$$\mathrm{Re}(\delta\omega)=-\frac{1}{\sqrt{3}}\Gamma_s, \tag{18}$$

其中 $\Omega_c=(1/2)[\omega_{pe}k_W(v_{z0}-v_p)(k_y\Delta_e\exp(k_y\Delta)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}}$.

三、讨论与结论

1) 由(7)式可见,当 $\Omega_W=0$(无 Wiggler 场)或 $k_y\Delta\gg1$(LSE 模在束区近似为零)或者 $\gamma_0\to\infty$(电子相对论质量$\to\infty$,使扰动空间电荷近似为零)时,三波无耦合. 此时(7)式化为有源 LSE 本征模和空间电荷波色散方程.

2) 由(7)式或(8)和(9)式知,当 $v_{z0}\gtrsim v_p$,即 $\omega_s/(k_s+k_W)\lesssim v_{z0}$ 时,三波有强耦合和高增益. 注意到 Γ 随 γ_0 值升高而迅速下降,本系统在短波长区比快波 FEL 的 Γ 值高得多,通过改变 Ω_W 和 k_W 值,亦可取得比普通 CFEL 高的增益.

3) 同步条件 $v_{z0}=v_p$,可改写成

$$\lambda_g=(v_{pe}-v_{z0})2\pi/k_Wv_{z0},$$

式中 v_{pe} 和 λ_g 分别为 LSE 模的相速度和波导波长. 注意到本系统是慢波系统,$v_{pe}<c$,当 $v_{z0}\to v_{pe}$ 时,$\lambda_g\to0$,即可用低能束产生短波长的自由电子激光.

4) FEL 的效率为

$$\eta=\frac{2\gamma_0^3}{c^2(\gamma_0-1)}\left(v_{\perp0}\frac{\mathrm{d}v_{\perp0}}{\mathrm{d}v_{z0}}+v_{z0}\right)\Delta v_{z0}.$$

对普通 CFEL,$v_{\perp0}\approx0$,故本系统效率高于 CFEL. 作为近似,Δv_{z0} 可从(7)式的迭代方程中求得,即 $\Delta v_{z0}\approx(\omega_{pe}/k\gamma_0^{\frac{3}{2}})+\delta\omega/k$. 此式对快波 FEL 亦成立[4]. 注意到在短波长区,由

于加速器的限制，快波 FEL 只能工作在 Compten 区，而本系统工作在 Raman 区，通过提高束流，可使本系统获得比快波 FEL 更高的效率.

5) 在普通 CFEL 中，如果 $d \gg \lambda$，则波导模 $E_{zs}/E_{\perp s} \ll 1$，此时束波互作用弱. 本系统用空间电荷波而不是 E_s 与束作用，且通过 Wiggler 场与 LSE 模耦合，其增长率 Γ 和效率 η 对 d 无特殊要求，这在短波长区无疑是一个诱人的特点.

6) 由(7)式知，当 $v_{pe} \approx v_{z0}$ 时，空间电荷波与 LSE 模同样发生强耦合，此即普通切伦柯夫不稳定点. 此外，由(16)和(17)式可见，增长率随束与介质间距 Δ 的增加而呈指数下降. 根据(11)式在本系统中，电子无 y 方向的运动，可以使束紧贴介质表面，从而提高增益.

7) 文献[5]曾用流体理论对本系统的(模电模)和横磁模进行过讨论. 由(11)式我们发现电子的稳态速度无 y 分量 ($J_y^{(1)} = 0$)，故电子束激励的模式有 $E_y = 0$，这表明由电子稳态运动激励的工作模式应为 LSE 模. 进一步考虑电子束与 LSE 模的互作用，又有 $J_y^{(2)} = 0$. 这表明如果在本系统中初始模为 LSE 模，在互作用过程中，其强耦合模式仍为 LSE 模. 由此得出结论：本系统的超辐射放大的工作主模应为 LSE 模. 对放大实验，由于电子的稳态运动能与 LSE 模更好地耦合，可以认为，LSE 模比其它模式工作更为有效.

本文曾得到刘盛纲教授的热情帮助，并与钱宝良进行过有益的讨论，在此谨表谢意.

[1] T. P. Pandya, *et al.*, *Phys. Rev.*, **A35** (1978),5131.

[2] E. P. Garate and J. E. Walsh, *IEEE Trans*, *Plasma Sci.*, **13**(1985),524.

[3] 何一平，电子科技大学博士论文，(1990)，第 98 页.

[4] 钱宝良、刘永贵、李传胪，光学学报，**9**，(3)(1989)，225.

[5] Toshiyuki shiozawa and Harufusa Kondo, *IEEE*, **QE-23**, (1987),1633.

KINETIC COUPLING MODE THEORY OF THE FLAT TYPE OF CFEL LOADING DIELECTRIC WITH WIGGLER

HE YI-PING CHEN DE-MING LIU YONG-GUI LI CHUAN-LU

Department of Applied Physics, National University of Defense Technology, Changsha, 410073

(Received 19 March 1992)

ABSTRACT

In this paper, the flat type of CFEL partialy loading dielectric with wiggler is studied using two dimensional kinetic coupling mode theory of three waves. It is shown that the system for arbitary thickness of dielectric can generate short wavelength coherent radiation by using low energy electron beam. Suitably choosing the system parameters, the growth rate of the kind of CFEL may be much higher than general FEL and CFEL. It is also shown that the main mode of super radiation in the system is LSE mode.

PACC: 4255T