

Er³⁺ 掺杂光纤孤子放大器 (I)

传输放大方程

赵 阳 杨淑雯

(深圳大学新技术研究中心,深圳 518060)

(1993年1月20日收到,1994年5月18日收到修改稿)

采用半经典理论,建立了 Er³⁺ 掺杂光纤中孤子的传输放大方程。该方程考虑泵浦激发态吸收,故适用于 0.5—1.49 μm 波长范围的所有泵浦情况。同时,该方程适用于任意折射率分布光纤,任意泵浦和信号光波模式、任意掺杂形状、均匀加宽和非均匀加宽、集总放大和分布放大,为深入研究 Er³⁺ 掺杂光纤孤子放大特性、优化掺杂光纤设计提供了必须的基本分析方程。

PACC: 4280S;4265K

1 引 言

孤子传输中,由于光纤损耗的存在,幅值衰减、脉宽展宽,系统速率距离积降低,因此高速长距离孤子通信必须孤子放大整形。

尽管光纤损耗导致孤子能量与线性系统光脉冲能量具有相同的衰减形式^[1,2],但孤子传输中面积守恒,因此孤子放大可采用简单的能量补偿形式。当孤子获得能量补偿而幅值增大时,宽度自动窄化,从而恢复初始形状。

贝尔实验室 Hasegawa 首先提出了三种孤子放大方案^[3-7],其中喇曼增益周期分布补偿放大整形^[7]经实验证明是可行的^[8]。1986年, Mollenauer 等人又提出了周期喇曼增益补偿的最佳系统设计准则^[9],并于1988和1989年分别完成了4000km和6000km的孤子传输环形试验^[10,11]。但是,喇曼增益补偿需要较高的泵浦功率($\sim 300\text{mW}$)。虽然高锗掺杂芯光纤经合理的折射率分布设计可具有较高的喇曼转换效率,但高喇曼截面的光纤芯组分一般均导致较大的本征损耗,因此高掺杂锗提高喇曼效率以降低对泵浦功率的要求,与努力减小本征损耗而实现低功率泵浦相矛盾^[12]。

近年来,随着对 Er³⁺ 掺杂光纤的深入研究和制作技术的日臻完善,Er³⁺ 掺杂光纤放大器在1.49 μm 泵浦已获得了37dB增益^[13],980nm 泵浦以11mW 泵功率获得了24dB的增益^[14]。与喇曼孤子放大整形相比,利用 Er³⁺ 掺杂光纤实现孤子放大整形所需泵浦功率较小,且由于其放大在1.53—1.56 μm 波长区,并具有很宽的增益带宽,故 Er³⁺ 掺杂光纤孤子放大为孤子通信的理想放大方案。

通常, Er³⁺ 掺杂光纤的掺杂浓度为100ppm 数量级,最佳光纤长度为100m 数量级。提高掺杂浓度至1000ppm,结构优化可得到3—5m 高增益集总信号放大,而降低掺

杂浓度至 0.1—10ppm, 可在数公里乃至几十公里掺杂光纤中实现分布信号放大。已有文献对 Er^{3+} 光纤孤子放大进行了试验及理论研究^[15-17], 但多数都是研究集总放大, 其理论处理均是简单的将放大器增益 G (实测出) 乘以孤子幅值函数 $A(z)$ 作为放大输出, 显然这种处理十分粗糙, 而分布放大的研究只限于实验, 有关的放大模型未见报道。当然, Er^{3+} 光纤线性脉冲的放大理论研究是十分丰富的, 但由于这些理论是线性的, 既不考虑光克尔效应, 同时又都是稳态的速率方程理论, 显然也不能描述非线性脉冲的放大整形。因此必须发展一种普适的 Er^{3+} 光纤孤子放大模型, 这也正是本文之目的。本文利用半经典理论, 建立了 Er^{3+} 掺杂光纤中的孤子传输放大方程, 为深入研究孤子放大特性和优化掺杂光纤设计提供了必须的基本分析方程。

2 物质方程

2.1 集居数密度矩阵元与粒子数反转

为使孤子传输放大方程适用于 0.5—1.49 μm 范围的所有泵浦波长, 必须考虑泵浦激发态吸收^[18], 即激发到亚稳激光能级的工作粒子, 重新吸收泵浦光子而跃迁到较高的能级, 导致泵浦功率的无效衰耗。图 1 给出考虑泵浦激发态吸收情况的工作能级图。图 1 中 R_{ij} 为工作粒子从态 $|i\rangle$ 到态 $|j\rangle$ 的非辐射跃迁速率, A_{ij} 为相应的自发辐射跃迁速率, W_{21} 与 W_{11} 分别为激发态泵浦吸收和基态泵浦吸收速率, S_{21} 与 S_{12} 分别为信号发射和吸收跃迁速率, $|1\rangle$ 为基能级, $|2\rangle$ 为亚稳能级, $|3\rangle$ 为泵浦吸收能级, $|4\rangle$ 为等效激发态吸收能级。考察工作物质的放大机理, 可清楚地看到, $|2\rangle$ 与 $|1\rangle$ 为有效工作能级, 故可将此四能级系统等效为二能级系统, 见图 2。图中 W_2 为工作粒子由泵浦作用导致跃迁至等效能级 $|\bar{2}\rangle$ 的速率密度, $\bar{\gamma}$ 为 $|\bar{2}\rangle$ 的能级衰减率。

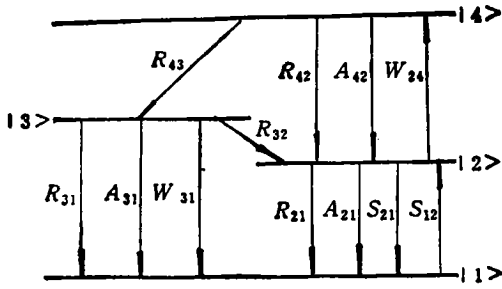


图 1 Er^{3+} 掺杂光纤的工作能级图

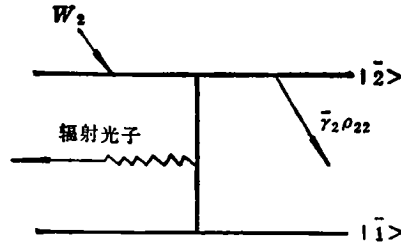


图 2 Er^{3+} 掺杂光纤的等效工作能级图

一般, 两能级系统的密度运动方程为^[19]

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} &= -\gamma_1 \rho_{11} + \frac{i}{\hbar} E_s p (\rho_{21} - \rho_{12}); \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} &= -\gamma_2 \rho_{22} + \frac{i}{\hbar} E_s p (\rho_{12} - \rho_{21}); \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{21} &= -(i\omega_{21} + \gamma_{21}) \rho_{21} - \frac{i}{\hbar} E_s p (\rho_{22} - \rho_{11});\end{aligned}$$

$$\rho_{12} = \rho_{21}^*. \quad (1)$$

由上式,按 Lamb 激光理论^[20],可得到 Er^{3+} 光纤系统的集居数密度运动方程,或直接采用一个简单明了的物理解释,即依掺杂粒子数密度 N 遍乘方程(1),考虑到泵浦作用,并注意到 $|1\rangle$ 为基能级,同时将 γ_{21} 修正为 $\gamma = \gamma_{21} + \gamma'$, γ' 为固体中声子间和原子间的弹性碰撞引起的 ρ_{21} 衰减,就得 Er^{3+} 光纤的等效二能级系统的集居数密度运动方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{22}(\mathbf{r}, t) = W_2 - \gamma_2 \rho_{22}(\mathbf{r}, t) + \frac{i}{\hbar} p E_s(\mathbf{r}, t) (\rho_{21}^*(\mathbf{r}, t) - \rho_{21}(\mathbf{r}, t)); \quad (2a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{21}(\mathbf{r}, t) = -(i\omega_{21} + \gamma) \rho_{21}(\mathbf{r}, t) - \frac{i}{\hbar} p E_s(\mathbf{r}, t) (\rho_{22}(\mathbf{r}, t) - \rho_{11}(\mathbf{r}, t)); \quad (2b)$$

$$\rho_{11}(\mathbf{r}, t) + \rho_{22}(\mathbf{r}, t) = N. \quad (2c)$$

式中 ρ_{11} 与 ρ_{22} 分别为等效能级 $|\bar{1}\rangle$ 和 $|\bar{2}\rangle$ 上的粒子密度, ρ_{21} 为对应于 $|\bar{2}\rangle \rightarrow |\bar{1}\rangle$ 受激辐射跃迁状态的集居数矩阵元, $N = N_0 f(\mathbf{r}, \theta)$, N_0 为纤芯轴处的掺杂粒子密度, $f(\mathbf{r}, \theta)$ 为掺杂形状函数, $\hbar$ 为普朗克常数, p 为能级跃迁对应的电偶极矩在场 E_s 上的投影, $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$ 为能级跃迁共振角频率, $\gamma = \frac{1}{T_2}$, $T_2 \approx \frac{1}{\Delta f}$ 为横向弛豫衰减时间, Δf 为增益带宽。考察图 1, 有

$$W_2 = (W_{13}\rho_{11} + W_{24}\rho_{22}q_1 + W_{24}\rho_{22}(1 - q_2)). \quad (3)$$

式中

$$q_1 = R_{32}/(R_{32} + A_{31} + R_{31}) \quad (4)$$

为工作粒子从 $|3\rangle$ 非辐射迅速转移至 $|2\rangle$ 的量子转移效率,

$$q_2 = R_{43}/(R_{43} + A_{42} + R_{42}). \quad (5)$$

为从 $|4\rangle$ 至 $|3\rangle$ 的量子转移效率,

$$\gamma_2 = \frac{1}{\tau_{21}} + \frac{1}{\tau_{24}} + \frac{1}{(\tau_{21})_{NR}} = A_{21} + W_{24} + R_{21}. \quad (6)$$

对于有效激光放大产生, 应成立、事实上也成立 $R_{21} \ll A_{21}$ 与 $R_{21} \ll W_{24}$, 因此近似有 $\gamma_2 \approx A_{21} + W_{24}$.

将(3)与(6)式代入(2a)式,应用(2c)式,并定义激发态吸收系数 $\tilde{\alpha} = W_{24}/W_{13}$, (2a)式变为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22}(\mathbf{r}, t) = & W_{13}q_1N - \{W_{13}[q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] + A_{21}\}\rho_{22}(\mathbf{r}, t) \\ & + \frac{i}{\hbar} p E_s \times (\mathbf{r}, t) (\rho_{21}^*(\mathbf{r}, t) - \rho_{21}(\mathbf{r}, t)). \end{aligned} \quad (2a')$$

(2a') 与 (2b) 两式完全具体描述了掺杂 Er^{3+} 三能级系统, 式中, 信号场 E_s 为

$$E_s(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} R(r, \theta) \phi(z, t) \exp[i(\beta_s z - \omega_{0s} t)] + \text{c.c.} \quad (7)$$

这里 c.c. 表示复共轭项, $R(r, \theta)$ 为光纤径向本征函数, $\phi(z, t) = \phi(z, t) \exp(i\varphi(z, t))$ 为场包络函数, β_s 为传播常数, ω_{0s} 为角频率。将(7)式代入方程(2b), 且两边同乘 $\exp[(i\omega_{21} + \gamma)t]$, 然后对 t 在区间 $[-\infty, t]$ 积分, 并利用旋波近似, 即忽略 $\omega_{21} + \omega_{0s}$ 这

种高频项的贡献,得到

$$\rho_{21}(\mathbf{r}, t) = -\frac{i}{2\hbar} pR(r, \theta) \exp[i(\beta, \mathbf{z} - \omega_0 t)] \cdot \int_0^{+\infty} \phi(\mathbf{z}, t - \tau) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t - \tau) \times \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau. \quad (8)$$

式中 $\Delta\omega = \omega_{21} - \omega_0$, 由此得

$$\rho_{21}^*(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{2\hbar} pR(r, \theta) \exp[-i(\beta, \mathbf{z} - \omega_0 t)] \cdot \int_0^{+\infty} \phi^*(\mathbf{z}, t - \tau) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t - \tau) \times \exp[-(-i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau. \quad (9)$$

注意, 由于 $\rho_{22-11} = \rho_{22} - \rho_{11}$ 为粒子数反转, 故 ρ_{22-11} 为实数. 令 $a = W_{11} q_1 N$, $b = W_{11} [q_1 - \tilde{a}(q_1 - 1)q_2] + A_{21}$, 将(8),(9)两式代入(2a')式, 并将其两边同乘 e^{bt} , 然后在 $[-\infty, t]$ 区间对 t 积分, 忽略二次谐波 $2\omega_0$ 项的贡献, 得

$$\rho_{22}(\mathbf{r}, t) e^{bt} = ab^{-1} e^{bt} - \frac{1}{4\hbar^2} p^2 R^2(r, \theta) \left[\int_{-\infty}^t \phi^*(\mathbf{z}, t') e^{bt'} dt' \cdot \int_0^{+\infty} \phi(\mathbf{z}, t' - \tau) \times \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t' - \tau) \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau + \text{c.c.} \right]. \quad (10)$$

为简化上式, 对 b 进行数量级的估计是十分有用的. 既然是数量级的估计, 不访设 $q_1 = 1$, 则 $b = W_{11} + A_{21}$, 一般 $A_{21} = \frac{1}{\tau_{21}} \approx 10 \text{ms}^{-1[21]}$. 作为粗略估计, 这里暂不考虑泵浦模

式的空间分布和泵浦吸收截面的谱分布, 有 $W_{11} \approx \sigma_{11} P_p \eta_p / (h\nu_p A_{\text{eff}})$, σ_{11} 为泵浦基态吸收截面, 取其典型值 $\sigma_{11} = \sim 10^{-20} \text{cm}^2$, 泵浦波长 $\lambda_p = 0.5 - 1.49 \mu\text{m}$, 泵浦功率 P_p 为几十 mW, 光纤纤芯有效面积 $A_{\text{eff}} \sim 20 \mu\text{m}^2$, 波导效率 $\eta_p \sim 1$, 普朗克常数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J/s}$, 则 $W_{11} \approx 10 \mu\text{s}^{-1}$. 由此知, b 的数量级为 μs^{-1} , 而对通信孤子, 其宽度的典型值为几十 ps, 因而 $\tau_s \ll 1/b$, 故 $\exp(bt)$ 与包络函数 ϕ 相比为时间慢变函数. 由于粒子数反转 ρ_{22-11} 的随时间变化与 ϕ 的变化相关, 因此 $\exp(bt)$ 与 ρ_{22-11} 相比也为慢变函数, 故(10)式中 $\exp(bt)$ 可提到积分号外, 得到

$$\rho_{22}(\mathbf{r}, t) = H_2 N - \frac{1}{4\hbar^2} p^2 R^2(r, \theta) \left[\int_{-\infty}^t \phi^*(\mathbf{z}, t') dt' \cdot \int_0^{+\infty} \phi(\mathbf{z}, t' - \tau) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t' - \tau) \times \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau + \text{c.c.} \right]. \quad (11)$$

而 $\rho_{11}(\mathbf{r}, t)$ 为

$$\rho_{11}(\mathbf{r}, t) = N - \rho_{22}(\mathbf{r}, t) = H_1 N + \frac{1}{4\hbar^2} p^2 R^2(r, \theta) \left[\int_{-\infty}^t \phi^*(\mathbf{z}, t') dt' \cdot \int_0^{+\infty} \phi(\mathbf{z}, t' - \tau) \times \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t' - \tau) \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau + \text{c.c.} \right]. \quad (12)$$

由此得

$$\rho_{22-11}(\mathbf{r}, t) = HN - \frac{1}{2\hbar^2} p^2 R^2(\mathbf{r}, \theta) \left[\int_{-\infty}^t \phi^*(z, t') dt' \right. \\ \left. \cdot \int_0^{+\infty} \phi(z, t' - \tau) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t' - \tau) \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau + \text{c.c.} \right]. \quad (13)$$

这里

$$H_1 = [A_{21} - W_{11}\tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] / \{W_{11}[q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] + A_{21}\}, \quad (14)$$

$$H_2 = W_{11}q_1 / \{W_{11}[q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] + A_{21}\}, \quad (15)$$

$$H = \{W_{11}[q_1 + \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] - A_{21}\} / \{W_{11}[q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] + A_{21}\}. \quad (16)$$

2.2 有源电极化强度

对于两能级系统,与辐射跃迁对应的电极化强度 P 为

$$P = p(\rho_{21} + \rho_{12}^*). \quad (17)$$

考虑到掺杂粒子在玻璃基质中受到基质网络体的热振动及网络体局域缺陷所造成的谱线加宽,上式修正为

$$P = p \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{21} g(\omega_{21}, \omega_{0f}) d\omega_{21} + \text{c.c.} \quad (18)$$

式中 $g(\omega_{21}, \omega_{0f})$ 为归一化荧光线型函数,即满足 $\int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega_{21}, \omega_{0f}) d\omega_{21} = 1$, ω_{0f} 为其中心

频率。与(7)式相对应, P 还可表为

$$P = \frac{1}{2} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \exp[i(\beta_z z - \omega_{0f} t)] + \text{c.c.} \quad (19)$$

比较(18)与(19)式,立即得到 P 的幅值函数 $\mathcal{P}(\mathbf{r}, t)$ 为

$$\mathcal{P}(\mathbf{r}, t) = 2p \exp[-i(\beta_z z - \omega_{0f} t)] \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{21}(\mathbf{r}, t) g(\omega_{21}, \omega_{0f}) d\omega_{21} \\ = -\frac{i}{\hbar} p^2 R(\mathbf{r}, \theta) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(z, t - \tau) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t - \tau) \\ \times \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] g(\omega_{0f} + \Delta\omega, \omega_{0f}) d\tau d\Delta\omega. \quad (20)$$

值得指出,考虑谱线加宽,集居数密度矩阵 $\rho(\mathbf{r}, t)$ 显然也是 $\Delta\omega$ 的函数。由(19)式立即写出有源电极化强度 P 为

$$P(\mathbf{r}, t) = -\frac{i}{2\hbar} p^2 R(\mathbf{r}, \theta) \exp[i(\beta_z z - \omega_{0f} t)] \\ \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \phi(z, t - \tau) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t - \tau) \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] \\ \times g(\omega_{0f} + \Delta\omega, \omega_{0f}) d\tau d\Delta\omega. \quad (21)$$

式中 ρ_{22-11} 由(13)式决定。显见,有源电极化强度完全有工作物质的性质、信号场的性质、泵浦特性和波导结构所决定。

3 非线性传输放大方程

光纤中的场满足波动方程:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}_t) - \nabla^2 \mathbf{E}_t = -\frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}. \quad (22)$$

式中 c 为真空光速, ϵ_0 为真空介电常数。对于非线性有源光纤, 电位移 $\mathbf{D}$ 为

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_l + \mathbf{P}. \quad (23)$$

$\mathbf{D}_l$ 为考虑非线性情况下的色散无源电位移, $\mathbf{P}$ 为有源电极化强度。对于弱导情况, 并忽略掺杂粒子和光纤非线性对光纤折射率分布的影响(通常是符合实际的, 特别是对于分布放大情况, 光纤掺杂浓度很小, 约 0.1—1ppm, 因此对光纤折射率分布的影响很小, 同时, 光纤色散一般也较小, 约 0.5—3ps·km⁻¹·nm⁻¹, 因此维持孤子传输所需的光纤非线性较弱, 从而对光纤折射率分布的影响也较弱), 有 $\nabla \cdot \mathbf{E}_t \approx 0$, 场在掺杂光纤中的传输可用有源标量波动方程描述

$$\nabla_t^2 E_t + \frac{\partial^2 E_t}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 D_l}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (24)$$

式中 ∇_t^2 为横向拉普拉斯算符。

非线性工作条件下, 光纤纤芯折射率分布为

$$n(\mathbf{r}, |E_t|^2, \omega) = n(\omega)\rho(\mathbf{r}) + i\chi + n_2 |E_t|^2. \quad (25)$$

(25)式等号右边第一项为线性、色散折射率, $n(\omega)$ 为其频变部分, $\rho(\mathbf{r})$ 为其空间分布; 第二项为光纤损耗; 第三项为非线性折射率, n_2 为克尔系数, $|E_t|^2$ 为光强分布。因此频域中电位移 $\mathcal{D}_l$ 为

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_l(\mathbf{r}, \omega) &= \epsilon_0 n^2(\mathbf{r}, |E_t|^2, \omega) \mathcal{E}_t(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \epsilon_0 [n^2(\omega)\rho^2(\mathbf{r}) + 2in(\omega)\rho(\mathbf{r})\chi \\ &\quad - \chi^2 + 2n(\omega)\rho(\mathbf{r})n_2 |E_t|^2 \\ &\quad + (n_2 |E_t|^2)^2 + 2i\chi n_2 |E_t|^2] \mathcal{E}_t(\mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (26)$$

忽略二阶小量 χ^2 , $\chi n_2 |E_t|^2$ 及 $(n_2 |E_t|^2)^2$ 项, 并取载波频率处的损耗与非线性, 则 $\mathcal{D}_l$ 简化为

$$\mathcal{D}_l(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon_0 [n^2(\omega)\rho^2(\mathbf{r}) + 2in_0\rho(\mathbf{r})\chi + 2n_0\rho(\mathbf{r})n_2 |E_t|^2] \mathcal{E}_t(\mathbf{r}, \omega). \quad (27)$$

式中 $\mathcal{E}_t$ 与 E_t , $\mathcal{D}_l$ 与 D_l 互为傅氏变换, $n_0 = n(\omega_0)$ 。在时域中, 由此得

$$\begin{aligned} D_l(\mathbf{r}, t) &= \epsilon_0 \rho^2(\mathbf{r}) \int_{-\infty}^{+\infty} N^2(t') E_t(\mathbf{r}, t - t') dt' + 2i\epsilon_0 n_0 \chi \rho(\mathbf{r}) E_t(\mathbf{r}, t) \\ &\quad + 2\epsilon_0 n_0 n_2 \rho(\mathbf{r}) |E_t|^2 E_t(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (28)$$

式中 $n^2(\omega)$ 与 $N^2(t)$ 互为傅氏变换。将(7)式代入(28)式中, 注意到场随 z, t 的变化关于载波慢变, 即

$$\frac{\partial^{(n)} \phi}{\partial z^{(n)}} \ll \beta_t^n \phi, \quad \frac{\partial^{(n)} \phi}{\partial t^{(n)}} \ll \omega_0^n \phi \quad (n = 1, 2).$$

得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 D_1}{\partial t^2} = & \left[-\frac{1}{2} \rho^2(\mathbf{r}) R(\mathbf{r}, \theta) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\omega - \omega_{0r})^2 n^2(\omega - \omega_{0r})}{c^2} \tilde{\phi}(z, \omega) e^{i\omega t} d\omega \right. \\ & - i\rho(\mathbf{r}) k_0 \gamma_r R(\mathbf{r}, \theta) \phi(z, t) - \frac{\rho(\mathbf{r}) k_0^2}{n_0} n_2 |\phi|^2 |R(\mathbf{r}, \theta)|^2 \\ & \left. \cdot R(\mathbf{r}, \theta) \phi(z, t) \right] \exp[i(\beta_r z - \omega_{0r} t)] + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $\tilde{\phi}$ 与 ϕ 互为傅氏变换, $\gamma_r = \frac{\omega_{0r} \chi}{c}$ 为光纤衰减常数, $k_0 = \frac{\omega_{0r} n_0}{c}$. 注意到 $k^2(\omega - \omega_{0r}) = (\omega - \omega_{0r})^2 n^2(\omega - \omega_{0r})/c^2$, k 为波矢, 并将其在载频 ω_{0r} 处展开, 略去

$$\left(\frac{\partial^i k}{\partial \omega^i} \frac{\partial^j k}{\partial \omega^j} \right)_{\omega_{0r}} \quad (i, j \geq 1)$$

与 $\omega^n (n \geq 4)$ 项, 有

$$k^2(\omega - \omega_{0r}) \approx k_0 \left(k_0 - 2k'_0 \omega + k''_0 \omega^2 - \frac{1}{3} k'''_0 \omega^3 \right). \quad (30)$$

式中 $k'_0 = \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_{0r}}$ 为载波速度的倒数, $k''_0 = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_{0r}}$ 为光纤色散, $k'''_0 = \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \Big|_{\omega_{0r}}$ 为高阶色散. 将(30)式代入(29)式, 利用傅氏变换性质, $\frac{d^{(n)}g}{dt^{(n)}} = FT^{-1}[(i\omega)^n G(\omega)]$, $G(\omega) = FT[g(t)]$, 则(29)式变为

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 D_1}{\partial t^2} = & \left[-\frac{1}{2} \rho^2(\mathbf{r}) R(\mathbf{r}, \theta) k_0 \left(k_0 + 2ik'_0 \frac{\partial}{\partial t} - k''_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right. \right. \\ & - \frac{1}{3} ik'''_0 \frac{\partial^3}{\partial t^3} \Big) \phi(z, t) - i\rho(\mathbf{r}) k_0 \gamma_r R(\mathbf{r}, \theta) \phi(z, t) \\ & - \frac{\rho(\mathbf{r}) k_0^2}{n_0} n_2 |\phi|^2 |R(\mathbf{r}, \theta)|^2 R(\mathbf{r}, \theta) \\ & \left. \times \phi(z, t) \right] \exp[i(\beta_r z - \omega_{0r} t)] + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (31)$$

由包络缓变, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2} = & \frac{1}{2} \left(-\beta_r^2 + 2i\beta_r \frac{\partial}{\partial z} \right) R(\mathbf{r}, \theta) \phi(z, t) \exp[i(\beta_r z - \omega_{0r} t)] + \text{c.c.}; \\ \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = & -\frac{\omega_{0r}^2}{2c^2 \epsilon_0} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t) \exp[i(\beta_r z - \omega_{0r} t)] + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (32)$$

将(31)、(32)式代入(24)式, 注意到前面已经假定弱导条件, 并忽略了非线性与工作粒子对纤芯折射率分布的影响, 所以信号波场的本征函数 $R(\mathbf{r}, \theta)$ 满足

$$(\nabla_{\perp}^2 + \rho^2(\mathbf{r}) k_0^2 - \beta_r^2) R(\mathbf{r}, \theta) = 0. \quad (33)$$

故得到

$$\begin{aligned} R(\mathbf{r}, \theta) \left[i\beta_r \frac{\partial}{\partial z} + i\rho(\mathbf{r}) k_0 \gamma_r + \rho^2(\mathbf{r}) k_0 \left(ik'_0 \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2} k''_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{6} ik'''_0 \frac{\partial^3}{\partial t^3} \right) \right. \\ \left. + \frac{\rho(\mathbf{r}) k_0^2 n_2}{n_0} |\phi|^2 |R|^2 \right] \phi(z, t) = -\frac{\omega_{0r}^2}{2c^2 \epsilon_0} \mathcal{P}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (34)$$

显然(34)式决定了包络函数的时空演化,而本征函数与折射率分布函数 $\rho(\mathbf{r})$ 只影响包络函数幅值的大小,不会影响包络形状,故可取本征模强度平均,并取 $\rho(\mathbf{r}) \approx \rho(\sigma)$, σ 为模场半径,同时由弱导条件取 $\beta_s \approx \rho(\mathbf{r})k_0$, 则(34)式变为

$$\begin{aligned} & i \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \gamma_s \phi + \rho(\sigma)k_0' \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) - \frac{1}{2} \rho(\sigma)k_0'' \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \\ & - \frac{1}{6} i \rho(\sigma)k_0''' \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} + \frac{\alpha_m k_0 n_2}{n_0} |\phi|^2 \phi \\ & = - \frac{k_0 \langle R(r, \theta) \mathcal{D}(r, t) \rangle_{r\theta}}{2\rho(\sigma)\epsilon_0 n_0^2 \langle R(r, \theta) \rangle_{r\theta}}. \end{aligned} \quad (35)$$

式中

$$\alpha_m = \langle R^4(r, \theta) \rangle_{r\theta} / \langle R^2(r, \theta) \rangle_{r\theta}, \quad \langle \rangle_{r\theta} = \int_0^{2\pi} \int_0^{a_d} \langle \rangle r dr d\theta,$$

这里 a_d 为掺杂半径,

$$R(r, \theta) = \begin{cases} \text{Re}[F_m(r) \exp(im\theta)] \\ \text{Im}[F_m(r) \exp(im\theta)] \end{cases},$$

故 α_m 可进一步表为

$$\begin{aligned} \alpha_m &= e_m \langle F_m^4(r) \rangle_r / \langle F_m^2(r) \rangle_r, \\ e_m &= \begin{cases} 1 & m = 0; \\ 3/4 & m > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (36)$$

式中 $\langle \rangle_r = \int_0^{a_d} \langle \rangle r dr$. 必须指出,光纤的有源区为掺杂区域,故这里的径向平均是在掺杂半径 a_d 上进行. 由(36)式可见,不同折射率分布的光纤和不同的工作模式, $F_m(r)$ 不同,所以在相同的掺杂半径下, α_m 也是不同的,从而非线性的强弱也就不同;对给定折射率分布光纤的给定模式,掺杂半径不同,非线性的强弱也有所不同.

由(20)式知

$$\begin{aligned} \langle R(r, \theta) \mathcal{D}(r, \theta) \rangle_{r\theta} &= -\frac{i}{\hbar} P^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \phi(z, t - \tau) \langle R^2(r, \theta) \rho_{22-11}(r, t - \tau) \rangle_{r\theta} \\ &\times \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] g(\omega_{0s} + \Delta\omega, \omega_{0f}) d\tau d\Delta\omega. \end{aligned} \quad (37)$$

对(13)式两边同乘 $R^2(r, \theta)$, 做 $\langle \rangle_{r\theta}$, 并引入近似

$$\langle R^4(r, \theta) \rho_{22-11}(r, t) \rangle_{r\theta} = \overline{R(r, \theta)^2} \langle R^2(r, \theta) \rho_{22-11}(r, t) \rangle_{r\theta}. \quad (38)$$

这里

$$\overline{R(r, \theta)^2} = [\langle R^2(r, \theta) \rangle_{r\theta} / \langle R(r, \theta) \rangle_{r\theta}]^2. \quad (39)$$

则得

$$\begin{aligned} \langle R^2(r, \theta) \rho_{22-11}(r, t) \rangle_{r\theta} &= \langle HNR^2(r, \theta) \rangle_{r\theta} - \frac{1}{2\hbar^2} P^2 \overline{R(r, \theta)^2} \left[\int_{-\infty}^t \phi^*(z, t') dt' \right. \\ &\times \int_0^{+\infty} \phi(z, t' - \tau) \langle R^2(r, \theta) \rho_{22-11}(r, t' - \tau) \rangle_{r\theta} \\ &\left. \cdot \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau + \text{c.c.} \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

至此, 由(35)和(37)式, 并注意到 $\langle R^2(r, \theta) \rho_{22-11}(r, t) \rangle_{r\theta}$ 只是 $z, \Delta\omega, t$ 的函数, 记

$\langle R^2 \rho_{22-11} \rangle_{r\theta} = \rho_{(22-11)}(z, \Delta\omega, t)$, 则孤子传输放大方程为

$$\begin{aligned} & i \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \gamma_s \phi + \rho(\sigma) k_0' \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) - \frac{1}{2} \rho(\sigma) k_0'' \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{1}{6} i \rho(\sigma) k_0''' \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \\ & + \frac{\alpha_m k_0 n_2}{n_0} |\phi|^2 \phi = \frac{i k_0 P^2}{2 \hbar \rho(\sigma) \epsilon_0 n_0^2 \langle R^2 \rangle_{r\theta}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \phi(z, t - \tau) \rho_{(22-11)} \\ & \times (z, \Delta\omega, t - \tau) \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] g(\omega_{0i} + \Delta\omega, \omega_{0f}) d\tau d\Delta\omega, \end{aligned} \quad (41)$$

而(40)式为

$$\begin{aligned} \rho_{(22-11)}(z, \Delta\omega, t) &= \langle HNR^2 \rangle_{r\theta} - \frac{1}{2\hbar^2} P^2 \bar{R}^2 \left[\int_{-\infty}^t \phi^*(z, t') dt' \int_0^{+\infty} \phi(z, t' - \tau) \right. \\ & \times \rho_{(22-11)}(z, \Delta\omega, t' - \tau) \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau + \text{c.c.} \left. \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

对于一定的包络初始条件,解(41)与(42)式,即可求得其演化特性、增益及各种因素的影响结果。

值得指出,泵浦对放大传输方程的贡献由 $\langle HNR^2 \rangle_{r\theta}$ 给出,该项反映了泵浦波场结构、掺杂形状及信号波场结构的总效应,由(16)式可具体写为

$$\langle HNR^2 \rangle_{r\theta} = \int_0^{2\pi} \int_0^{a_d} \frac{\{W_{11}[q_1 + \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] - A_{21}\} N_0 f(r, \theta) R^2(r, \theta)}{W_{11}[q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] + A_{21}} r dr d\theta.$$

一般情况下,泵浦为连续波,且线宽远较泵浦吸收带宽窄,故泵浦强度 I_p 可表为

$$I_p(r, \nu) = P_p(z, \nu) R_p^2(r, \theta) \delta(\nu - \nu_p). \quad (43)$$

式中 $P_p(z, \nu)$ 为泵功率的随距离变化,

$$R_p = \begin{Bmatrix} \text{Re}[F_p(r) \exp(im\theta)] \\ \text{Im}[F_p(r) \exp(im\theta)] \end{Bmatrix}$$

为泵浦本征径向模式,满足形如(33)式的本征方程,

$$\delta(x) = \begin{cases} 1, & x = 0; \\ 0, & x \neq 0, \end{cases}$$

ν_p 为泵浦中心波长。于是基态泵浦吸收速率 W_{11} 为

$$W_{11} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_{11}(\nu, \nu_{11}) I_p(r, \nu)}{\hbar \nu_p} d\nu = \frac{\sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(r, \theta)}{\hbar \nu_p}. \quad (44)$$

由此得到

$$\begin{aligned} \langle HNR^2 \rangle_{r\theta} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{a_d} \frac{\sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(r, \theta) [q_1 + \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] / \hbar \nu_p - A_{21}}{\sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(r, \theta) [q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1)q_2] / \hbar \nu_p + A_{21}} \\ & \times N_0 f(r, \theta) R^2(r, \theta) r dr d\theta. \end{aligned} \quad (45)$$

显然要计算 $\langle HNR^2 \rangle_{r\theta}$, 必须知道泵浦功率随传输距离的变化。在考虑激发态吸收情况下,泵浦功率随距离的变化为

$$\begin{aligned} \frac{dI_p(r, \nu)}{dz} &= -\sigma_{11}(\nu, \nu_{11}) \tilde{\rho}_{11}(r, \nu) I_p(r, \nu) \\ & - \sigma_{24}(\nu, \nu_{24}) \tilde{\rho}_{22}(r, \nu) I_p(r, \nu) - \gamma_p I_p(r, \nu). \end{aligned} \quad (46)$$

式中 σ_{24} 为激发态吸收截面, ν_{24} 为其中心频率, γ_p 为光纤泵浦本征损耗, $\tilde{\rho}_{11}(r, \nu)$ 与

$\tilde{\rho}_{22}(\mathbf{r}, \nu)$ 分别为 $\rho_{11}(\mathbf{r}, t)$ 和 $\rho_{22}(\mathbf{r}, t)$ 的傅氏变换。对上式的频率与光纤截面积分, 得

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dI_p(\mathbf{r}, \nu)}{dz} r dr d\theta d\nu = & - \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{11}(\nu, \nu_{11}) \tilde{\rho}_{11}(\mathbf{r}, \nu) I_p(\mathbf{r}, \nu) r dr d\theta d\nu \\ & - \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{24}(\nu, \nu_{24}) \tilde{\rho}_{22}(\mathbf{r}, \nu) I_p(\mathbf{r}, \nu) r dr d\theta d\nu \\ & - \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_p I_p(\mathbf{r}, \nu) r dr d\theta d\nu. \end{aligned} \quad (47)$$

由(43)与(11),(12)式, 并注意到将 $I_p(\mathbf{r}, \nu)$ 表为(43)式时有

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} R_p^2(\mathbf{r}, \theta) r dr d\theta = 1, \quad (48)$$

则得到泵浦功率随传输距离的演化方程为

$$\begin{aligned} \frac{dP_p(z, \nu_p)}{dz} = & - [B_1(z, \nu_p, P_p) + B_2(z, \nu_p, P_p)] \sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) \\ & - [B_2(z, \nu_p, P_p) - B_1(z, \nu_p, P_p)] \sigma_{24}(\nu_p, \nu_{24}) P_p(z, \nu_p) \\ & - \gamma_p P_p(z, \nu_p). \end{aligned} \quad (49)$$

式中

$$\begin{aligned} B_1(z, \nu_p, P_p) = & \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} \left\{ [A_{21} - \sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(\mathbf{r}, \theta) \tilde{\alpha}(q_1 - 1) q_2 / \right. \\ & \left. (h\nu_p)] N_0 f(\mathbf{r}, \theta) R_p^2(\mathbf{r}, \theta) \right\} / \left\{ \sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(\mathbf{r}, \theta) [q_1 \right. \\ & \left. - \tilde{\alpha}(q_1 - 1) q_2] / (h\nu_p) + A_{21} \right\} \times r dr d\theta, \end{aligned} \quad (49a)$$

$$\begin{aligned} B_2(z, \nu_p, P_p) = & \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} \left\{ \left[\sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(\mathbf{r}, \theta) q_1 N_0 f(\mathbf{r}, \theta) / (h\nu_p) \right] / \right. \\ & \left[\sigma_{11}(\nu_p, \nu_{11}) P_p(z, \nu_p) R_p^2(\mathbf{r}, \theta) [q_1 - \tilde{\alpha}(q_1 - 1) q_2] / (h\nu_p) \right. \\ & \left. + A_{21} \right] \right\} r dr d\theta, \end{aligned} \quad (49b)$$

$$\begin{aligned} B_3(z, \nu_p, P_p) = & \frac{P^2}{4\hbar^2} FT \left\{ \left[\int_{-\infty}^{t'} \int_0^{+\infty} \phi^*(z, t') \phi(z, t' - \tau) \rho_{(22-11)p}(z, \Delta\omega, t' - \tau) \right. \right. \\ & \left. \left. \times \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)\tau] d\tau dt' + \text{c.c.} \right] \right\}_{\nu=\nu_p}, \end{aligned} \quad (49c)$$

$$\begin{aligned} \rho_{(22-11)p}(z, \Delta\omega, t' - \tau) = & \int_0^{2\pi} \int_0^{s_d} R^2(\mathbf{r}, \theta) R_p^2(\mathbf{r}, \theta) \rho_{22-11}(\mathbf{r}, t' - \tau, \Delta\omega) r dr d\theta \\ \approx & \overline{R_p(\mathbf{r}, \theta)^2} \rho_{(22-11)}(z, t' - \tau, \Delta\omega), \end{aligned} \quad (49d)$$

$$\overline{R_p(\mathbf{r}, \theta)^2} = [\langle R_p^2(\mathbf{r}, \theta) \rangle_{r\theta} / \langle R_p(\mathbf{r}, \theta) \rangle_{r\theta}]^2. \quad (49e)$$

至此, 我们完整地得到了掺杂光纤中孤子的传输放大方程(41),(42),(45),(49)。

4 归一化形式

为使孤子传输放大方程的结果具有通用性, 这里给出归一化形式。做归一化变换

$$\begin{aligned}
T &= [z - \rho(\sigma)k'_0 z]/\tau; \\
Z &= \pi z/(2z_0); \\
V &= [2\alpha_m k_0 z_0 n_2/(\pi n_0)]^{1/2} \phi,
\end{aligned} \tag{50}$$

则(41)式变为

$$i \frac{\partial V}{\partial Z} \pm \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} - iH \frac{\partial^3 V}{\partial T^3} + |V|^2 V = -i\Gamma_r V + iG, \tag{51a}$$

式中

$$\begin{aligned}
G &= W \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} V(Z, T - T') \rho_{(22-11)}(Z, T - T', \Delta Q) g(Q_{0s} + \Delta Q, Q_{0f}) \\
&\quad \times \exp[-(i\Delta\omega + \gamma)T'] dT' d\Delta Q.
\end{aligned} \tag{51b}$$

这里

$$W = k_0 \tau p^2 z_0 / [\pi \hbar \rho(\sigma) \varepsilon_0 n_0^2 \langle R^2(r, \theta) \rangle_{r\theta}].$$

注意到能级跃迁对应的电偶极矩矩阵元在信号场上的投影 P 与自发辐射速率 A_{21} 由公式 $A_{21} = 16\pi^3 \nu_{21}^3 n_0^3 p^2 / (\varepsilon \hbar c^3)$ 相联系^[22], 故 W 又可表为

$$W = \lambda_s^2 \tau z_0 A_{21} / (4\pi^2 \rho(\sigma) n_0^2 \langle R^2(r, \theta) \rangle_{r\theta}) \tag{51c}$$

以上式中, $\Gamma_r = 2\gamma_{z_0}/\pi$ 为归一化光纤信号损耗, $H = k_0'' \rho(\sigma) z_0 / (3\pi \tau^3)$ 为归一化高阶色散, $z_0 = \pi^2 c \tau^2 / (\lambda_s^2 D)$ 为孤子周期, λ_s 为孤子波长, $D = 2\pi c |k_0'| / \lambda_s^2$ 为光纤群延迟, $\tau = 0.568 t_{FWHM}$ 为孤子宽度的量度, t_{FWHM} 为孤子的强度半高全宽, $\Delta Q = \Delta\omega \tau$, $Q_{0s} = \omega_0 \tau$, $Q_{0f} = \omega_{0f} \tau$, $\gamma = \gamma \tau$ 分别为归一化频率与归一化横向弛豫衰减。(51a)式中, $k_0' < 0$ 时, 取“+”号, 反之, 取“-”号

相应的, (42)式归一化为

$$\begin{aligned}
\rho_{(22-11)}(Z, \Delta Q, T) &= \langle HNR^2 \rangle_{r\theta} - Q \left[\int_{-\infty}^T \int_0^{+\infty} V^*(Z, T') V(Z, T' - y) \rho_{(22-11)} \right. \\
&\quad \left. \times (Z, \Delta Q, T' - y) \exp[-(i\Delta Q + \gamma)y] dy dT' + \text{c.c.} \right]
\end{aligned} \tag{52}$$

式中 $\langle HNR^2 \rangle_{r\theta}$ 的表示式同(45)式, 只是 $P_p(z, \nu_p)$ 换为 $P_p(Z, \nu_p)$, $Q = \pi n_0 p^2 \bar{R}^2 \tau^2 / (4\alpha_m \hbar^2 k_0 n_2 z_0)$ 。同样运用 P 与 A_{21} 的关系, Q 表为

$$Q = \varepsilon_0 \bar{R}^2 \tau^2 \lambda_s^4 A_{21} / (32 \alpha_m \pi \hbar n_0 n_2 z_0). \tag{52a}$$

泵浦功率 $P_p(Z, \nu_p)$ 的演化方程变为

$$\begin{aligned}
\frac{dP_p(Z, \nu_p)}{dZ} &= -\frac{2z_0}{\pi} [B_1(Z, \nu_p, P_p) + B_2(Z, \nu_p, P_p)] \sigma_{13}(\nu_p, \nu_{13}) P_p(Z, \nu_p) \\
&\quad - \frac{2z_0}{\pi} [B_2(Z, \nu_p, P_p) - B_1(Z, \nu_p, P_p)] \sigma_{24}(\nu_p, \nu_{24}) P_p(Z, \nu_p) - \Gamma_p P_p(Z, \nu_p).
\end{aligned} \tag{53}$$

式中 $\Gamma_p = 2Z_0 \gamma_p / \pi$ 为归一化光纤本征泵浦损耗, B_1, B_2 的形式与(49a)和(49b)式相同, 只是 $P_p(Z, \nu_p)$ 换为 $P_p(Z, \nu_p)$, 而 B_i 归一化为

$$\begin{aligned}
B_i(Z, \nu_p, P_p) &= \frac{Q}{2\bar{R}^2} FT \left\{ \left[\int_{-\infty}^T \int_0^{+\infty} \phi^*(Z, T') \phi(Z, T' - y) \rho_{(22-11)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \times (Z, \Delta Q, T' - y) \exp[-(i\Delta Q + \gamma)y] dy dT' + \text{c.c.} \right] \right\}_{Q=Q_p}.
\end{aligned} \tag{54}$$

5. 结 论

本文利用半经典理论,建立了 Er^{3+} 掺杂光纤孤子放大器的工作模型。该模型考虑激发态吸收,因此适用于任意波长泵浦情况,同时适用于任意折射率分布光纤(由 $\rho(\sigma)$ 决定)、任意光波模式(由 $F(r), F_p(r)$ 或 $R(r, \theta), R_p(r, \theta)$ 决定)、任意掺杂形状(由 $f(r, \theta)$ 决定)、均匀和非均匀加宽(由 $g(\Delta\omega, \omega_0)$ 决定)、分布放大与集中放大(集中放大忽略色散与非线性项,且 $\Gamma_s \approx 0$), 因此所给方程是普适的。利用该模型可以分析给定掺杂光纤的孤子传输放大特性,也可以在给定指标要求的条件下,优化掺杂光纤设计,为 Er^{3+} 光纤孤子放大的深入研究提供了重要的基本分析方程。

感谢北京大学徐承和教授、东南大学杨祥林教授、西安电子科技大学吴鸿适教授的有益帮助与支持。

- [1] A. Hasegawa and Y. Kodama, *Proc. IEEE*, **69** (1981), 1145.
- [2] X. L. Yang, Y. Zhao, and X. K. Shan, *Science in China, Ser. (A)*, **33** (1990), 375.
- [3] A. Hasegawa and Y. Kodama, *Opt. Lett.*, **7** (1982), 285.
- [4] Y. Kodama and A. Hasegawa, *Opt. Lett.*, **7** (1982), 339.
- [5] Y. Kodama and A. Hasegawa, *Opt. Lett.*, **8** (1983), 342.
- [6] A. Hasegawa, *Opt. Lett.*, **8** (1983), 650.
- [7] A. Hasegawa, *Appl. Opt.*, **23** (1984), 3302.
- [8] L. F. Mollenauer and R. H. Stolen, *Opt. Lett.*, **10** (1985), 228.
- [9] L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, and M. N. Islam, *IEEE, J. Quan. Electron.*, **22** (1986), 157.
- [10] L. F. Mollenauer and K. Smith, *Opt. Lett.*, **13** (1988), 675.
- [11] L. F. Mollenauer and K. Smith, (Proc. of ECOC'89, London, UK, 1989).
- [12] J. R. Simpson, H. T. Shang, and L. F. Mollenauer, *J. Lightwave Tech.*, **9** (1991), 230.
- [13] E. Desurvire, C. R. Giles, and J. R. Simpson, (Proc. of CLOE'89, Baltimore, USA, 1989).
- [14] R. I. Laming, L. Reekie, and D. N. Payne, (Proc. of ECOC'88, Brighton, UK, 1988).
- [15] M. Nakazawa, K. Suzuki and Y. Kimura, *Opt. Lett.*, **14** (1989), 1065.
- [16] M. Nakazawa, Y. Kimura and K. Suzuki, *J. Appl. Phys.*, **66** (1989), 2803.
- [17] L. F. Mollenauer, S. G. Evangelides, and H. A. Haus, *J. Lightwave Tech.*, **9** (1991), 195.
- [18] R. I. Laming, S. B. Poole, and E. J. Tarbox, *Opt. Lett.*, **12** (1988), 1084.
- [19] 赵阳, 浙江大学博士学位论文, (1992), pp. 90—93.
- [20] M. Sargent, M. O. Scully, and W. E. Lamb., (Laser Physics, Addison-Wesley, 1974).
- [21] M. J. F. Digonnet, *IEEE J. Quan. Electronics*, **26** (1990), 1788.
- [22] A. Yariv, *Quantum Electronics*, (John Willey & Sons, New York, 1975).

Er³⁺-DOPED OPTICAL FIBER SOLITON AMPLIFIER (I)

AMPLIFICATION EQUATION

ZHAO YANG YANG SHU-WEN

(Advanced Technology Research Center, Shenzhen University, Shenzhen 518060)

(Received 20 January 1993, Revised manuscript received 18 May 1994)

ABSTRACT

In this paper the amplification equation of solitons propagating in Er³⁺-doped optical fibers is established by using the semi-classical theory. This equation takes into account of pump excited-state absorption so that it is applicable to the pump wavelength regime of 0.5—1.49 μm . This equation is also applicable to the optical fibers with arbitrary refractive index profile, arbitrary pump and signal optical wave modes, arbitrary doping contribution, homogeneous and inhomogeneous broadening and lumped and distributed amplification, which is a necessary elementary analytical equation for a profound research of the characteristics of soliton amplification in the Er³⁺-doped optical fibers and optimizing its design.

PACC: 4280S; 4265K