

无反转激光:增益与饱和

罗振飞 徐至展 林福成

中国科学院上海光学精密机械研究所,上海 201800

(1993年3月10日收到)

在下能级相干的 λ 型三能级系统得到了原子密度矩阵方程的严格解。在强相干情形分析了产生无反转激光的抽运条件,并导出了光强饱和项。

PACC: 4250

一、引言

随着理论的发展,无反转激光^[1-10]已成为许多实验室注意的焦点之一。在与之紧密相关的“电磁引起透明”现象^[11]得到验证^[12]之后不久,实验工作也走过了在多能级系统实现无反转激光的第一步:小信号场在没有粒子数反转的 Raman 场驱动四能级钠原子介质中获得了增益^[13]。对应的无反转激光理论^[14]解释了所观察到的增益特性。

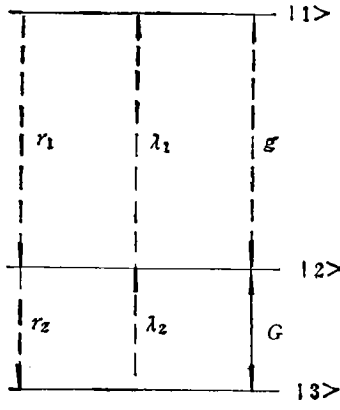
已有的无反转激光理论^[1-10,14]限于分析小信号线性增益,文献[5,6]推导了小信号场的三次非线性解。这些工作略去了信号场引起的粒子激发,即在原子密度矩阵对角元的方程中略去了信号场的贡献。若要进一步分析无反转激光的饱和特性,上述理论不再适用。

本文首先严格求解下能级相干的 λ 型三能级系统原子密度矩阵方程,随后在强相干场(拉比频率为 G)情况下研究产生无反转激光的抽运条件,证明高次项将引起无反转激光的强度饱和,给出了饱和光强所满足的代数方程。在外场驱动原子相干的无反转激光理论中,一个共同的要求是采用的相干驱动场不能太弱。对下能级相干的 λ 型系统,我们已解析地证明了相干场的拉比频率须大于一下阈^[10]。本文将按 $O(|G|^{-2})$ 展开,而不以信号场强(拉比频率 g)为小量展开。因此,与以前信号场引起原子的线性或三次非线性极化的理论不同,信号场的贡献将包含在布居概率和极化表达式的分母中。换言之,以前的理论忽略了信号场引起的原子激发,仅适用于小信号情形。而本文计入了信号场引起的布居概率以及原子极化的变化,因而能用于研究无反转激光的强度饱和和特性。

二、密度矩阵方程的严格解

所分析的能级系统示于图1。 r_i 和 λ_i 分别是自发衰变概率和对应的非相干抽运概率。 λ_2 采用非直接抽运(利用辅助能级,图中未画出),使得 λ_2 可以大于 r_2 。 $G = d_{12}E$ 。

和 $g = d_{12} E$, 分别是相干场和信号场的拉比频率 (d 是原子偶极矩阵元)。由于后面的代数运算将非常繁杂, 我们考虑共振情况以简化推导过程。在旋转坐标系中可写出原子密度矩阵运动方程为^[9]



密度矩阵运动方程为^[9]

$$\dot{\rho}_{12} = -r_{12}\rho_{12} - iG^*\rho_{13} + ig(\rho_{22} - \rho_{11}), \quad (1a)$$

$$\dot{\rho}_{13} = -r_{13}\rho_{13} - iG\rho_{12} + ig\rho_{23}, \quad (1b)$$

$$\dot{\rho}_{23} = -r_{23}\rho_{23} + iG(\rho_{33} - \rho_{22}) + ig^*\rho_{13}, \quad (1c)$$

$$\dot{\rho}_{11} = -r_1\rho_{11} + \lambda_1\rho_{22} + ig\rho_{21} - ig^*\rho_{12}, \quad (1d)$$

$$\dot{\rho}_{33} = r_2\rho_{22} - \lambda_2\rho_{33} + Gi^*\rho_{23} - iG\rho_{32}, \quad (1e)$$

式中

$$r_{12} = \frac{r_1 + r_2 + \lambda_1}{2}, \quad r_{13} = \frac{r_1 + \lambda_2}{2},$$

$$r_{23} = \frac{r_2 + \lambda_1 + \lambda_2}{2}. \quad (2)$$

图1 Λ 型三能级系统

利用归一化条件 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$, 从 ρ_{11} 和 ρ_{33} 可求出

ρ_{22} 。

考虑(1)式的稳态解 ($\dot{\rho}_{ij} = 0$)。以前的理论(包括各种能级系统)在 ρ_{ii} 的方程中略去了含 g 的项, 求出 $\rho_{12} \sim g$ 的线性解。如将 g 作微扰处理, 可求 ρ_{12} 的三次或更高(奇)次非线性解。但事实上, 严格求解(1)式是可能的。

从(1c)式解出 ρ_{23} 代入(1b)式, 并与(1a)式联立解出

$$\rho_{12} = \frac{ig}{r_{12} + r_{23}D} [(\rho_{22} - \rho_{11}) + D(\rho_{33} - \rho_{22})], \quad (3)$$

式中

$$D = \frac{|G|^2}{r_{13}r_{23} + |g|^2}. \quad (3a)$$

由(3)式知 $g^*\rho_{12} = -g\rho_{21}$, 因此从(1d)式有

$$\rho_{12} = \frac{-r_1\rho_{11} + \lambda_1\rho_{22}}{2ig^*}. \quad (4)$$

从(1b)式解出 ρ_{13} 代入(1c)式

$$\rho_{23} = \frac{D}{G^*} [ir_{13}(\rho_{33} - \rho_{22}) + g^*\rho_{12}]. \quad (5)$$

易见 $G^*\rho_{23} = -G\rho_{32}$, 将(5)式代入(1e)式给出:

$$\rho_{12} = \frac{2r_{13}D(\rho_{33} - \rho_{22}) - r_2\rho_{22} + \lambda_2\rho_{33}}{2iDg^*}. \quad (6)$$

联立(3), (4), (6)式, 可得到关于 $\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}$ 的两个方程, 加上 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$, 得到

$$\rho_{11} = \frac{X_1}{1 + X_1 + X_2}, \quad (7a)$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{1 + X_1 + X_2}, \quad (7b)$$

$$\rho_{33} = \frac{X_2}{1 + X_1 + X_2}, \quad (7c)$$

式中

$$X_1 = \frac{2|g|^2 DY_3 - Y_2 Y_4}{2|g|^2 D^2 r_1 + Y_1 Y_4}, \quad (8a)$$

$$X_2 = \frac{D r_1 Y_2 + Y_1 Y_3}{2|g|^2 D^2 r_1 + Y_1 Y_4}, \quad (8b)$$

$$Y_1 = 2|g|^2 + r_1(r_{12} + r_{23}D), \quad (8c)$$

$$Y_2 = 2|g|^2(D-1) - \lambda_1(r_{12} + r_{23}D), \quad (8d)$$

$$Y_3 = (2r_{13} + \lambda_1)D + r_2, \quad (8e)$$

$$Y_4 = 2r_{13}D + \lambda_2. \quad (8f)$$

将(7)式代入(3)式,得出决定原子极化的 ρ_{12} 表达式为

$$\rho_{12} = \frac{ig}{r_{12} + r_{23}D} \cdot \frac{(1 - X_1) + D(X_2 - 1)}{1 + X_1 + X_2}. \quad (9)$$

至此,我们未做任何(小信号场或强相干驱动场)近似,(7)和(9)式是方程(1)的严格解,它计入了信号场引起的原子激发。

三、无反转激光: 强相干情形

这对应最近观察电磁引起透明^[21]和无反转增益^[22]的实验条件, $|G| \gg r_i, \lambda_i |g|$ 。本文中不作 $|g| \ll r_i, \lambda_i$ 近似(小信号理论),使得本文结果不仅能用于研究无反转激光的增益,也能用于分析其饱和特性。从前一节的推导知, G 仅出现在 D 的表达式中,

$$D = |G|^2 / (r_{13}r_{23} + |g|^2).$$

无粒子数反转定义为上能级 $|1\rangle$ 的布居概率小于每个下能级($|2\rangle$ 和 $|3\rangle$)的布居概率,即

$$\rho_{11} < \rho_{22}, \rho_{11} < \rho_{33}. \quad (10)$$

在强相干情形,从(7)和(8)式取 ρ_{ii} 的主要项,代入(10)式,有

$$\lambda_1 < r_1. \quad (11)$$

这是无反转条件。因信号场共振作用于 $|1\rangle \longleftrightarrow |2\rangle$ 跃迁,同时引起受激吸收和受激发射,其强度仅影响上、下能级布居概率之差的大小,而不影响粒子数反转。因此无反转条件(11)式与 g 无关。

信号场在原子介质中的运动方程可写为^[23]

$$\dot{E}_p = -k_c E_p + 2\pi i \omega_p N d_{21} \rho_{12}, \quad (12)$$

式中 k_c 是腔损概率, $\omega_p (= \omega_{12})$ 是信号场频率, N 是腔内原子数密度。假定 k_c 很小,则信号场的放大要求

$$\text{Im} d_{21} \rho_{12} < 0. \quad (13)$$

从(8a)和(8b)式知

$$X_1 = \frac{\lambda_1}{r_1} + O(D^{-1}), \quad (14a)$$

$$X_2 = 1 + \frac{2|g|^2(\lambda_1 - r_1) + r_1 r_{23}(r_2 - \lambda_2)}{(2|g|^2 + 2r_{13}r_{23})r_1} \cdot \frac{1}{D} + O(D^{-2}). \quad (14b)$$

代到(9)式有

$$\begin{aligned} \text{Im}d_{21}\rho_{12} &\propto (1 - X_1) + D(X_2 - 1) \\ &= \frac{r_1 - \lambda_1}{r_1} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{2|g|^2(\lambda_1 - r_1) + r_1 r_{23}(r_2 - \lambda_2)}{2|g|^2 + 2r_{13}r_{23}} + O(D^{-1}). \end{aligned} \quad (15)$$

利用上式,得到满足(13)式的抽运概率为

$$\lambda_1 > \left(1 + \frac{r_2 - \lambda_2}{r_1 + \lambda_2}\right)r_1. \quad (16)$$

合并(11)和(16)式,得到在强相干时获得无反转增益的充要条件为

$$r_1 > \lambda_1 > \left(1 + \frac{r_2 - \lambda_2}{r_1 + \lambda_2}\right)r_1, \quad (17)$$

$$\lambda_2 > r_2. \quad (17a)$$

(17a)式是(17)式左边(无反转)和右边(增益)同时满足的相容性条件,它要求 $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ 的非相干抽运是单向的(利用辅助能级)。

上面给出的强相干情形无反转激光充要条件与文献[10]的缀饰态小信号线性理论取强相干近似的结果一致。这是因为本节分析基于①强相干条件②略去腔损的缘故。在文献[10]中,因作小信号分析, g 不出现在 ρ_{ii} 的表达式中, ρ_{12} 仅线性依赖于 g 。而在本文中, ρ_{ii} 和 ρ_{12} 对 g 表现出复杂的依赖关系。信号场强虽不改变粒子数反转,但影响了粒子布居概率之差的大小。另外,若计入腔损($k_c \neq 0$),则(17)和(17a)式将明显含有 g 的贡献。

四、饱和光强

上节中将 ρ_{12} 的分子展开到 $O(D^0)$ 级(即 ρ_{12} 的 $O(D^{-1})$ 级)以决定增益条件,本节将对 ρ_{12} 展开到 $O(D^{-2})$ 级来获得饱和光强所满足的代数方程。从(8)和(9)式经过非常繁杂的代数运算,有

$$\frac{(1 - X_1) + (X_2 - 1)D}{1 + X_1 + X_2} = \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{Z_3^2} \cdot \frac{1}{D} + O(D^{-2}), \quad (18)$$

式中

$$Z_1 = [2r_{13}(r_1 - \lambda_1) + r_1(r_2 - \lambda_2)]r_{23}, \quad (19a)$$

$$Z_2 = (2r_{12}r_{13} + \lambda_2 r_{23})(r_1 - \lambda_1) + r_1 r_{12}(r_2 - \lambda_2), \quad (19b)$$

$$Z_3 = 2(|g|^2 + r_{13}r_{23})(\lambda_1 + 2r_1), \quad (19c)$$

$$\begin{aligned} Z_4 &= 2(|g|^2 + r_{12}r_{13})(\lambda_1 + 2r_1) \\ &\quad + [2|g|^2(2\lambda_2 + r_2) + r_{23}(r_1 r_2 + r_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2)] \end{aligned} \quad (19d)$$

是与 $D(|G|^2)$ 无关的量。注意 Z_3 和 Z_4 是非负的。又

$$\frac{1}{r_{12} + r_{23}D} = \frac{1}{r_{23}D} \left(1 - \frac{r_{12}}{r_{23}} \frac{1}{D}\right) + O(D^{-3}), \quad (20)$$

从(18)和(20)式得

$$\rho_{12} = \frac{ig}{r_{23}Z_3^2D} \left\{ Z_1Z_3 + \left[(Z_2Z_3 - Z_1Z_4) - \frac{r_{12}}{r_{23}} Z_1Z_3 \right] \frac{1}{D} + O(D^{-2}) \right\}, \quad (21)$$

利用(21)式,(12)式变为

$$\begin{aligned} \dot{E}_p = & -k_c E_p + \frac{WE_p}{r_{23}Z_3^2D} \cdot (-Z_1) \cdot Z_1 + \frac{WE_p}{r_{23}Z_3^2D^2} \left[(Z_1Z_4 - Z_2Z_3) + \frac{r_{12}}{r_{23}} Z_1Z_3 \right] \\ & + O(D^{-3}), \end{aligned} \quad (22)$$

式中 $W = 2\pi\omega_p N |d_{12}|^2$.

(22)式等号右边第一项是腔引起的信号场损失(在 k_c 很小时可忽略);第二、三项分别正比于 D^{-1} 和 D^{-2} . $O(D^{-3})$ 以后的项可略去. 不难看出第二项是介质极化引起的增益项. 事实上,将增益条件(16)式改写为

$$2r_{13}(r_1 - \lambda_1) + r_1(r_2 - \lambda_2) < 0, \quad (23)$$

可知 $-Z_1 > 0$, 因此第二项导致信号场放大. 第三项可改写为

$$\begin{aligned} & \frac{WE_p}{r_{23}Z_3^2D^2} \left[Z_1Z_4 + Z_3 \left(Z_1 \frac{r_{12}}{r_{23}} - Z_2 \right) \right] \\ & = \frac{WE_p}{r_{23}Z_3^2D^2} [Z_1Z_4 + Z_3\lambda_2 r_{23}(\lambda_1 - r_1)]. \end{aligned} \quad (24)$$

这里已利用了(19a)(19b)两式. 在无反转激光条件下,有 $Z_1 < 0$, $\lambda_1 < r_1$, 因此(22)式的第三项为负,它将导致饱和.

令 $E = 0$, (22)式变为

$$-k_c + \frac{W}{r_{23}Z_3^2D} (-Z_1)Z_1 + \frac{W}{r_{23}Z_3^2D^2} \left[(Z_1Z_4 - Z_2Z_3) + \frac{r_{12}}{r_{23}} Z_1Z_3 \right] = 0. \quad (25)$$

上式已略去了 $O(D^{-3})$ 以后的项. 它就是决定无反转激光饱和光强 ($|E_p^0|^2 = |g^0|^2 / |d_{12}|^2$) 的代数方程,其第一、二、三项分别代表腔损、增益、饱和项.

我们知道,二能级系统的激光饱和光强可以清楚地给出. 在建立了相干机制的三能级小信号理论中,可求出与 g 的幂次相应的高阶极化项(在(25)式中按 $O(g)$ 展开并保留主要项),并据此得到 $|E_p^0|^2$ 的解析表达式. 在本文中计入了信号场引起的原子激发(没有假定 $|g| \ll r_i, \lambda_i$),因此(25)式是无反转激光饱和光强满足的方程. 从(25)式可见,增益项和饱和项展现出复杂的 g 依赖,一般需要数值求解.

五、结 论

通过严格求解原子密度矩阵方程,计入了信号场强度引起的原子激发. 由于目前在该领域的实验和大多数理论均采用强相干驱动场,本文在强相干条件下 ($|G|$ 大) 分析了无反转激光充要条件. 在将极化展开到 $O(|G|^{-4})$ 时导出了无反转激光饱和项,给出了饱和光强满足的方程.

- [2] M. O. Scully, S. Y. Zhu and A. Gavrielides, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 2813.
- [3] G. S. Agarwal, S. Ravi and J. Cooper, *Phys. Rev.*, **A41**(1990), 4721; 4727.
- [4] A. Imamoglu, J. E. Field and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 1154; G. S. Agarwal, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), R28.
- [5] S. Y. Zhu and E. F. Fill, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 5684; *Z. Phys.*, **D22** (1992), 483.
- [6] H. Fearn *et al.*, *Z. Phys.*, **D22** (1992), 495.
- [7] V. R. Block and G. M. Krochik, *Phys. Rev.*, **A41**(1990), 1517; **A44**(1991), 2036; O. Kocharovskaya and P. Mandel, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 523; *Opt. Commun.*, **84**(1991) 179.
- [8] Z. F. Luo and Z. Z. Xu, *Phys. Lett.*, **A169**(1992), 389.
- [9] Z. F. Luo and Z. Z. Xu, *Phys. Lett.*, **A171**(1992), 81.
- [10] Z. F. Luo and Z. Z. Xu, *Phys. Rev.*, **A47**(1993), 1579.
- [11] S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1990), 1107.
- [12] K. Hakuta *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 596; K. J. Boller *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 2593; J. E. Field *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 3062.
- [13] J. Gao *et al.*, *Opt. Commun.*, **93**(1992), 323.
- [14] H. M. Doss *et al.*, *Opt. Commun.*, **95**(1993), 57.

LASING WITHOUT INVERSION: GAIN AND SATURATION

LUO ZHEN-FEI XU ZHI-ZHAN LIN FU-CHENG

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800

(Received 10 March 1993)

ABSTRACT

The solution for the equations of atomic density matrix is obtained, without resorting to any approximation, in the $\mathcal{E}$ -type of three-level system with lower-level coherence. The conditions on pumping are analyzed in the strong-coherence case for lasing without inversion and the saturation term is derived.

PACC: 4250