

# 磁约束环境下气体激光介质中电子能量分布与电子输运系数的理论研究\*

李 军 许强华 陈清明

华中理工大学激光技术国家重点实验室,武汉 430074

1992 年 11月9日收到

引进磁作用的 Boltzmann 输运方程应用于一类特殊激励的激光器——工作在横向磁场下的直流放电气体激光器中的工作介质。以二氧化碳激光器为研究对象,通过数值求解 Boltzmann 方程,研究了磁场对电子能量分布及电子输运系数的影响。通过分析,提出了以磁约束作用提高一般气体激光器效率的设想。

PACC: 4255

## 一、引 言

目前,气体激光器的研究方向之一,集中在如何获得小体积、高功率、高效率器件方面。随着激光技术的发展,多种技术手段已被用于提高激光器的输出,如对流冷却技术<sup>[1]</sup>、预电离技术<sup>[2]</sup>等。长期以来,科学工作者还在探索更有效的途径,尤其是新的激励方式,以改善激光器的性能。

对于普通直流放电激励的气体激光器的研究,人们已做了许多工作<sup>[3]</sup>,对于放电过程已有了一定的认识。但是,对于一类新的放电形式——正交电磁场下的放电激励,人们还比较陌生。这种放电激励形式,对于激光器性能(功率、效率)的改善是否具有潜在的优势,也还没有得到认识。从宏观的角度粗略来看,处于正交电磁场中的电子,在受到电场加速的同时,还要受到横向磁场的洛仑兹力作用,电子的运动形式,由直线加速变为螺旋线运动(受到磁约束),电子的分布以及许多过程可能由于受到磁场的影响而发生变化。

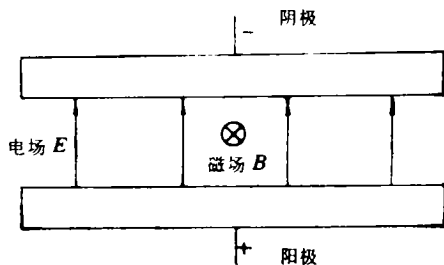


图1 磁约束直流放电激励装置示意图

\* 国家自然科学基金资助的课题。

在实际过程中,这些变化是否存在,变化情况如何,这些都将决定这种放电激励形式的特点.

为了获得对这种新型激励方式的认识,我们从电子能量分布和输运过程方面进行考察.选择  $\text{CO}_2$  激光器为研究对象,考察  $\text{CO}_2$  激光器在磁约束环境(均匀横向磁场)下(图1)的电子能量分布和输运系数,分析磁场的效应,对这种放电激励方式的特性作出预测,并将所得到的结论推广到一般气体激光器.

## 二、理 论

在有电场和磁场的情况下, Boltzmann 方程的形式为

$$\frac{\partial f(\mathbf{v}, t)}{\partial t} - \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f(\mathbf{v}, t) + \left( \frac{\partial f(\mathbf{v}, t)}{\partial t} \right)_{\text{碰撞}}, \quad (1)$$

$f(\mathbf{v}, t)$  是电子能量分布函数,  $\mathbf{E}$  是电场,  $\mathbf{B}$  是磁场,  $\mathbf{v}$  是速度,  $e$  和  $m$  分别是电子电量和电子质量,  $t$  是时间变量. 在磁场垂直于电场的情况下, 电子能量分布函数可以分解为<sup>[4]</sup>

$$f(\mathbf{v}, t) = f_0(\mathbf{v}, t) + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})f_1(\mathbf{v}, t) + [\mathbf{v} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{E})]f_2(\mathbf{v}, t), \quad (2)$$

$f_0(\mathbf{v}, t)$  是球对称,  $f_1, f_2$  是非球对称,  $f_1, f_2$  分别对应于平行于电场和平行于霍耳迁移的分量. 将这样扩展的分布函数(2)式代入方程(1), 考虑弹性、非弹性和超弹性碰撞, 推导后得到微分积分方程<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} & (k \cdot T \cdot \delta \cdot v_{el} \cdot (u) + \gamma \cdot v \cdot (u) \cdot \alpha(u)) \frac{\partial f_0}{\partial u} \\ & - \delta \cdot v_{el} \cdot (u) \cdot f_0(u) - \left(\frac{m}{2}\right)^{-1/2} \cdot u^{-3/2} \cdot \sum_{ij} N_i \int_0^u [(u + u_{ij}) \cdot \sigma_{ij} \\ & \quad \times (u + u_{ij}) \times f_0(u + u_{ij}) - u \cdot \sigma_{ij}(u) \cdot f_0(u)] du \\ & - \left(\frac{m}{2}\right)^{-1/2} u^{-3/2} \sum_{ij} N_i \int_0^u [(u - u_{ij}) \cdot \sigma_{i-j}(u - u_{ij}) \cdot f_0(u - u_{ij}) \\ & \quad - u \cdot \sigma_{i-j} \cdot f_0(u)] du, \end{aligned} \quad (3)$$

$u$  是电子能量,  $\gamma = (2m/3)(E/m)^2$ ,  $m, E$  分别是电子质量和电场值,

$$v_{el} = \sum_i N_i \sigma_i v$$

是弹性碰撞频率,  $N_i$  是第  $i$  种粒子的数密度,  $\sigma_i$  是第  $i$  种粒子的动量传输截面,  $v$  是电子速率,  $T$  是气体温度,  $k$  是 Boltzmann 常数,  $\delta = \sum_i N_i \sigma_i / N, N = \sum_i N_i, \delta_i = 2 m' M_i, M_i$  是第  $i$  种粒子的质量,  $\alpha = (v^2 + \omega^2 + \omega_b^2) / [(v^2 + (\omega - \omega_b)^2) \cdot (v^2 + (\omega + \omega_b)^2)]$ ,  $\omega$  是激发电场  $\mathbf{E}$  的角频率,  $\omega_b$  是电子回旋频率,  $v = v_{el} + v_{in}$ ,

$$v_{in} = \sum_{ij} N_i \sigma_{ij} v$$

是非弹性碰撞频率,  $\sigma_{ij}$  是第  $i$  种粒子激发到第  $j$  个能级的截面.

我们考虑直流通电情况, 电场频率  $\omega = 0$ , 对方程(3)作进一步推导, 得到

$$\begin{aligned}
& \frac{E^2}{3} \cdot \frac{d}{du} \left\{ u \left[ \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{m\omega_b^2}{2eu \cdot \left[ \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) \right]} \right]^{-1} \frac{df_0}{du} \right\} \\
& + 2m \frac{d}{du} \left[ u^2 \left( \sum_i \frac{N_i \sigma_i(u)}{M_i} \right) f_0 \right] + 2mkT/e \\
& \cdot \frac{d}{du} \left[ u^2 \left( \sum_i \frac{N_i \sigma_i(u)}{M_i} \right) \frac{df_0}{du} \right] + \sum_{ij} [(u + u_{ij}) \cdot f_0(u + u_{ij}) \cdot N_i \cdot \sigma_{ij}(u) \\
& + u_{ij}) - u \cdot f_0(u) \cdot N_i \cdot \sigma_{ij}(u)] + \sum_{ij} [(u - u_{ij}) \cdot f_0(u - u_{ij}) \cdot N_i \\
& \cdot \sigma_{i,-j}(u - u_{ij}) - u \cdot f_0(u) \cdot N_i \cdot \sigma_{i,-j}(u)] = 0. \quad (4)
\end{aligned}$$

方程(4)与普通直流放电情况的差别仅在于第一项,当  $\omega_b = 0$  时,就回到普通直流放电情形。注意到,在我们推导的方程(4)中,  $\omega_b = 0$  时,第一项成为:

$$\frac{E^2}{3} \cdot \frac{d}{du} \left\{ u \left[ \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) \right]^{-1} \frac{df_0}{d\mu} \right\}.$$

而文献报道<sup>[3]</sup>的普通直流放电 Boltzmann 方程第一项为

$$\frac{E^2}{3} \cdot \frac{d}{du} \left\{ u \left[ \sum_i N_i \sigma_i(u) \right]^{-1} \frac{df_0}{d\mu} \right\}.$$

两者在所含截面部分有所不同,我们得到的第一项含有弹性和非弹性截面,而文献中的第一项仅含弹性截面。这可以很好地理解:由于弹性截面远大于非弹性截面,在两种截面求和的时候,可以忽略非弹性截面。我们在以后的计算中,对方程(4)的第一项,仍然保留非弹性截面部分。

利用 Rockwood 提出的数值求解 Boltzmann 方程的方法<sup>[6]</sup>,求解方程(4),可以计算得到电子能量分布函数  $f_0$ 。在求得分布函数以后,采用与普通直流放电情况下计算电子输运系数<sup>[7]</sup>类似的公式,计算磁场作用下的电子的扩散系数  $D$ , 漂移速度  $v_d$ 、迁移率  $\mu$ ,以及平均能量  $\bar{u}$ 。

$$\begin{aligned}
D &= \frac{1}{3} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \\
&\times \int_0^\infty \frac{u f_0(u)}{\sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) + m\omega_b^2 / \left[ 2eu \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) \right]} du, \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu &= - \frac{1}{3} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} \\
&\times \int_0^\infty \frac{u}{\sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) + m\omega_b^2 / \left[ 2eu \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) \right]} \cdot \frac{df_0}{d\mu} d\mu, \quad (6)
\end{aligned}$$

$$v_d = \mu E, \quad (7)$$

$$\bar{u} = \frac{2}{3} \int_0^\infty u^{3/2} f_0(u) d\mu. \quad (8)$$

### 三、计算结果及分析讨论

利用文献报道的  $\text{CO}_2$  激光器的碰撞截面数据<sup>[3,8,9]</sup>, 数值求解方程(4), 得到横向均匀磁场作用下直流放电  $\text{CO}_2$  激光器中电子能量分布。在这里, 我们考察的  $\text{CO}_2$  激光器工作在气体温度 300K, 气压 0.1atm, 配比  $\text{CO}_2:\text{He}:\text{N}_2 = 1:30:7$ 。

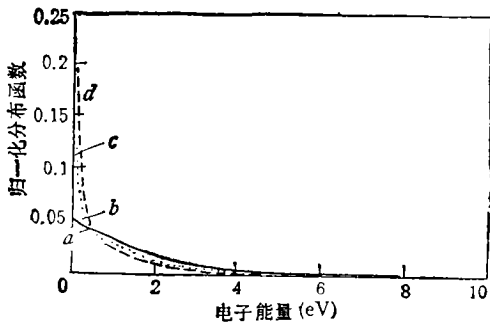


图2 电子能量分布函数随磁场的变化关系  $E/N = 3 \times 10^{-16} \text{V} \cdot \text{cm}^2$ ; 磁场强度  $a:0.0\text{T}$ ;  $b:0.1\text{T}$ ;  $c:0.3\text{T}$ ;  $d:0.5\text{T}$

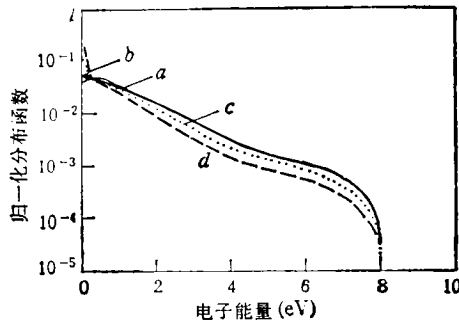


图3 对数坐标下电子能量分布函数随磁场的变化关系 说明同图2

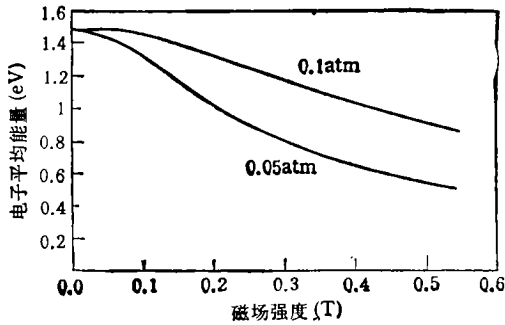


图4 电子平均能量随磁场的变化关系  $E/N = 3 \times 10^{-16} \text{V} \cdot \text{cm}^2$

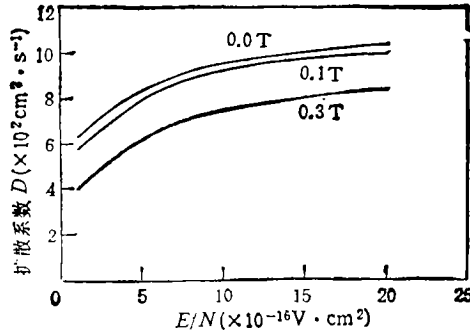


图5 扩散系数  $D$  与  $E/N$  的关系

图2和图3给出分布函数在一定的  $E/N(3 \times 10^{-16} \text{V} \cdot \text{cm}^2)$  情况下随磁场数值变化的情况。图中显示了无磁场和有磁场的两种情形下电子能量分布的差异。可以看出, 横向磁场作用下, 电子分布较无磁场时向低能方向移动, 分布曲线变窄, 电子能量分布趋向集中。而且, 随着磁场的增大, 这种变化更加明显。

图4示出电子平均能量随磁场的变化。随着磁场的增大, 平均能量降低。这与图2、图3显示的结果是一致的。在低气压下, 平均能量的降低较为显著。这说明, 随气压的降低, 磁场对电子能量分布的影响增大。

图5至图7分别是电子扩散系数、漂移速度、迁移率与  $E/N$  的关系曲线。磁场等于零时曲线随  $E/N$  的变化与文献[3]中普通直流放电情况下的曲线相符。磁场作用下, 这

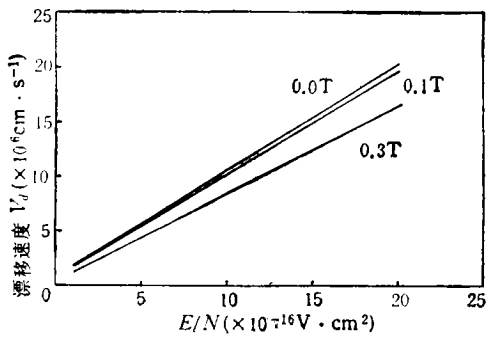


图6 漂移速度  $v_d$  与  $E/N$  的关系

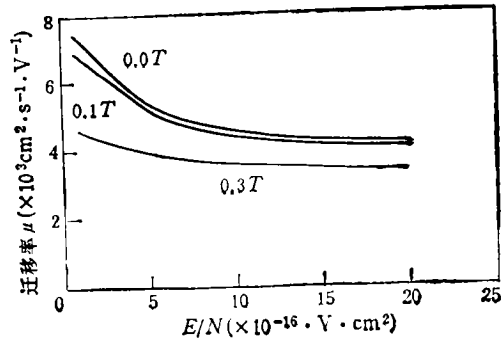


图7 迁移率  $\mu$  与  $E/N$  的关系

些量随  $E/N$  的变化同无磁场时有相同的趋势,即扩散系数、漂移速度随  $E/N$  的增大而增大,迁移率随  $E/N$  增大而减小。但是,在同一  $E/N$  下,这三个量的数值在有磁场情况下都较无磁场时的值小。并且,磁场数值越大,其值越小。对于这些结果,似乎可以从宏观上得到一致的认识:电子由于受到横向磁场的作用(洛仑兹力  $e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ ),在电场方向,运动方式由原来无磁场时电场作用下的单纯直线加速运动,变为螺旋线运动,这样,漂移运动减弱,迁移率、漂移速度都变小。另外,扩散运动也受到洛仑兹力作用,扩散减弱,扩散系数变小。

我们得到的磁场对电子分布的影响是一个非常有趣的结果。由于磁场可以控制电子能量分布变化,而且在不同条件下(如气压不同)变化的程度不同。这样,选择合适的参数,在一定条件下,通过改变磁场,使得电子分布最有利于激发激光上能级,就可以获得较高的激发效率。对  $\text{CO}_2$  激光器来说,所需的最佳激发能量低于一般放电工作的平均电子能量,因此,在一定的  $E/N$  下,利用磁场的改变,使得平均电子能量降低,可以实现最佳激发。通过对  $\text{CO}_2$  激光器的计算分析,我们提出利用磁约束作用改变电子能量分布,提高激光器效率的思想。由于磁场对电子的约束作用普遍存在,这种提高效率的思想不只适用于  $\text{CO}_2$  激光器,对于其他气体激光器 ( $\text{N}_2$ ,  $\text{CO}$  等),利用磁约束放电提高效率的潜在优势也是可能存在的。

在方程(4)中,包含磁场作用的因式

$$\sum_{ij} [N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u))]^{-1} \left[ 1 + \frac{m\omega_b^2}{\left[ \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u)) \right]^2 (2eu)} \right]^{-1}, \quad (9)$$

可以写成

$$\sum_{ij} [N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u))]^{-1} [1 + \omega_b^2/v^2]^{-1}, \quad (10)$$

$\nu = \sum_{ij} N_i(\sigma_i(u) + \sigma_{ij}(u))$  是碰撞频率。从(10)式可以看出,当  $\omega_b = 0$  时,成为直流通电情况。磁场是以回旋频率  $\omega_b$  来影响电子分布的。只有当  $\omega_b$  与  $\nu$  大小可以相比时,磁场的影响才比较明显。由于  $\omega_b = \frac{eB}{m}$ , 回旋频率与磁场值成正比。从我们的计算分析中看到,利用磁场来改变电子分布是很容易实现的,对分布产生影响所需要的磁场值

容易达到。对方程(3)的推导还可以看到,若考虑交变电场 ( $\omega \neq 0, \omega_b = 0$ ) 对分布的影响,所得到的关系式与(10)式相似,仅是电场频率  $\omega$  替代了回旋频率  $\omega_b$ 。而从简单的估算可以看出,要产生相当于0.1T磁场所产生的影响,需要电场频率达  $2.8 \times 10^9 \text{Hz}$ , 要达到这样高的电场频率一般是很困难的。Baker 等人的研究表明<sup>[10]</sup>,即使在射频放电中,射频电场对电子分布也没有产生影响。因此,利用磁场来改变电子分布,相对来说,是一种比较简单可行的手段。另外,由于磁场消耗能量很小(永久磁铁基本不消耗能量),磁约束的应用对激光器整体效率的提高可能具有很大潜力。

#### 四、结 论

通过计算,给出了均匀横向磁场作用下直流通电  $\text{CO}_2$  激光器中电子能量分布及其输运系数的曲线,得到了磁场数值变化对这些物理量所产生的影响。其中,我们得到了一个非常重要的结论,即在一定条件下,电子能量分布受磁场影响而发生变化,向低能方向变化,电子平均能量降低。这一现象在许多场合是非常有意义的。由于磁场可以控制电子能量分布变化,而且在不同条件下变化的程度不同。这样,选择合适的参数,通过调节磁场,使电子分布最有利于激发激光上能级,激发效率可以得到提高。

我们的研究是针对一般的气体激光器,而其中以  $\text{CO}_2$  气体激光介质为例来分析。因此,从  $\text{CO}_2$  激光器得到的结论,不失一般性,可以推广到其他气体激光器。

- [1] T. A. Cool and J. A. Shirley, *Appl. Phys. Lett.*, **14**(1969), 70.
- [2] H. J. Seguin and J. Tulip, *Appl. Phys. Lett.*, **20**(1972), 414.
- [3] J. J. Lowke, A. V. Phelps and B. W. Irwin, *J. Appl. Phys.*, **44**(1973), 4664.
- [4] N. P. Carleton and L. R. Megill, *Phys. Rev.*, **126**(1962), 2089.
- [5] L. R. Megill and J. H. Cahn, *J. Geophys. Res.*, **69**(1964), 5041.
- [6] S. Rockwood, *Phys. Rev.*, **A8**(1973), 2348.
- [7] R. M. Thomson, K. Smith and A. R. Davies, *Comput. Phys. Commun.*, **11**(1976), 371.
- [8] L. S. Frost and A. V. Phelps, *Phys. Rev.*, **136**(1964), A1538.
- [9] A. G. Engelhardt, A. V. Phelps and C. G. Risk, *Phys. Rev.*, **135**(1964), A1566.
- [10] C. J. Baker, D. R. Hall and A. R. Davies, *J. Phys. D*, **17**(1984), 1597.

# ELECTRON ENERGY DISTRIBUTIONS AND TRANSPORT COEFFICIENTS FOR MAGNETICALLY CONFINED GAS LASERS

LI JUN XU QIANG-HUA CHEN QING-MING

*National Laboratory for Laser Technology, Huangzhong University of Science  
and Technology, Wuhan 430074*

(Received 9 November 1992)

## ABSTRACT

The effects of magnetic field on electrons have been introduced into the normal Boltzmann transport equation for a novel laser system—the magnetically confined gas lasers. As an example the equation has been solved numerically for CO<sub>2</sub> lasers. Curves are presented of electron energy distributions and transport coefficients under the influence of transverse magnetic field. Finally, an idea of improving gas laser efficiency is proposed.

**PACC:** 4255