

圆偏振强激光场下等离子体动力学 方程及输运

盛政明 徐至展 马锦秀 余 玮

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

1992年2月25日收到; 1993年5月10日收到修改稿

将 Fokker-Planck 方程转换到电子在激光场中振荡的坐标中, 得到了光场作用下的电子动力学方程; 给出了圆偏振激光场作用下的电子-离子、电子-电子碰撞项; 在不同的场强区域讨论了等离子体热电输运。研究表明, 当电子在激光场的颤动速度接近或者大于其热运动速度时, 与没有激光场情况相比, 等离子体的热电输运减小很多。

PACC: 5225F; 5225P; 5250J

一、引言

近 30 年来, 等离子体对激光场的逆韧致吸收的广泛研究^[1-7], 使人们认识了碰撞加热对场强的依赖关系。近 10 年来, 在这个问题上人们又认识到自洽地考虑场对电子分布函数的改变是重要的, 因为这种改变反过来对逆韧致吸收的影响是很明显的^[5]。在激光诱导核聚变中, 与吸收研究同样重要且密切相关的是输运问题^[8]。在直接驱动激光聚变研究中, 临界面附近的等离子体有很陡的温度梯度, 这导致了至今受到广泛研究的通量限制和非局域输运模型^[9,10]。在临界面以下的冕区等离子体中没有陡的温度梯度, 但其中的激光场强往往很大。在有关逆韧致吸收和输运中, 场强大小是根据等离子体温度来衡量的, 即 $v_0^2/v_i^2 = 4 \times 10^{-16} I \lambda^2 / T_e$, 其中 v_0 是电子在光场中的颤动速度, v_i 是电子热运动速度, $I(\text{W}/\text{cm}^2)$ 是光强, $\lambda(\mu\text{m})$ 是光在真空中波长, $T_e(\text{keV})$ 是电子温度。目前, 在一些大的实验装置上, 中长脉冲激光强度也可达 $10^{16} \text{W}/\text{cm}^2$ 。在这种激光辐照下, 等离子体输运系数很明显是依赖场强的。另一方面, 在目前人们用超短、强脉冲激光来获得短脉冲的 X 射线源。研究表明, X 射线脉冲的宽度与热输运关系很大^[11]。因此, 研究输运与人射激光场强的依赖关系是很重要的。在这个问题上, 人们已做了很多工作^[12]。Bernstein 等人计算了低场强下的热电输运系数^[13]。Shkarofsky 考虑了分布函数各向异性^[14]。Mora 和 Pellat 研究场与等离子体相互作用中的有质动力效应和自生磁场产生^[15]。但以上工作大多是不自洽的, 他们没有考虑碰撞加热对电子分布函数的影响, 忽略了加热和输运的耦合。Jones 和 Lee 自洽地处理了线偏振激光场下的输运^[16], 但他们的动力学方程是不完整的。

本文自洽地研究强场下的输运。通过将 Fokker-Planck 方程转换到电子在光场中

振荡的速度和空间坐标, 导出一个激光场下电子动力学方程。计算了圆偏振光场作用下的电子-离子碰撞项, 它给出的逆韧致吸收与已知结果一致。讨论了光场中的电子-电子碰撞项。计算了低场强下高 Z 等离子中的热电输运系数。研究表明: 光场的作用改变了电子-离子碰撞项和电子分布函数, 最后, 两者一起改变了输运。

二、激光场作用下的电子动力学方程

如果电子和离子不是强耦合的^[7], 那么考虑等离子体对光场的逆韧致吸收以及其中的热输运时, 只要考察电子的运动, 离子可以认为只是一个保持电中性的背景^[15-17]。离子对电子的作用通过库仑散射实现。我们从电子的 Fokker-Planck 方程出发,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \frac{e}{m_e} \left[\mathbf{E}_L + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_L}{c} + \mathbf{E} \right] \cdot \nabla_v f = C_{ei}(f) + C_{ee}(f), \quad (1)$$

式中 \mathbf{E}_L , \mathbf{B}_L 是激光场对应的电磁分量, \mathbf{E} 是零频的静电场(或者是外加的, 或者是热输运中的密度、温度梯度产生的, 其中也包含有质动力的作用因素)。这里没有考虑静磁场的产生^[15,17]。令

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{r}_L = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E}_L, \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{r}_L = \mathbf{V}_L, \quad \mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}_L,$$

$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_L, \tau = t$, 然后把分布函数转换到局域的振荡坐标系中, 即 $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) \rightarrow f'(\tau, \mathbf{r}', \mathbf{v}', \mathbf{V}_L)$ 。利用导数关系

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} \cdot \nabla_{\mathbf{v}'} + \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial t} \cdot \nabla_{\mathbf{r}'}, \\ \nabla_r &= \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{v}'} + \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}'}, \quad \nabla_v = \nabla_{\mathbf{v}'}, \end{aligned}$$

以及由麦克斯韦方程得 $\frac{e}{m_e c} \mathbf{B}_L = \nabla_r \times \mathbf{V}_L$, 代入方程(1)得

$$\begin{aligned} \frac{\partial f'}{\partial \tau} + \mathbf{v}' \cdot \left[1 - \frac{\partial \mathbf{r}_L}{\partial \mathbf{r}} \right] \nabla_{\mathbf{r}'} f' - \mathbf{V}_L \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_L}{\partial \mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}'} f' \\ - \nabla_r \cdot \left[\frac{1}{2} V_L^2 \right] \cdot \nabla_{\mathbf{v}'} f' - \left[\mathbf{v}' \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_L}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{v}' \times \nabla \times \mathbf{V}_L \right] \cdot \nabla_{\mathbf{v}'} f' \\ - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{v}'} f' = C'_{ei}(f') + C'_{ee}(f'). \end{aligned} \quad (2)$$

考虑最简单的几何位形: 激光正入射到密度一维不均匀等离子体, 不均匀性在光传播方向。这样 $\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{r}_L = 0, \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{V}_L = 0$, (2)式简化成

$$\begin{aligned} \frac{\partial f'}{\partial \tau} + \mathbf{v}' \cdot \nabla_{\mathbf{r}'} f' - \left[\frac{e}{m_e} \mathbf{E} + \nabla_r \cdot \frac{V_L^2}{2} + \mathbf{v}' \times \nabla \times \mathbf{V}_L \right] \cdot \nabla_{\mathbf{v}'} f' \\ = C'_{ei}(f') + C'_{ee}(f'), \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $C'_{ei}(f')$, $C'_{ee}(f')$ 表示在电子振荡坐标系中的电子-离子、电子-电子碰撞项, 将在后面分别给出它们的具体形式。

把 f' 写成慢变部分 F_1 和以光周期振荡的快变部分 F_2 之和, 以 $\langle \dots \rangle$ 表示一个光周

期的时间平均(以下为书写方面省去各变量右上一撇),

$$\begin{aligned} f &= F_I(\tau, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{V}_0) + F_k(\tau, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{V}_L), \\ F_I(\tau, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{V}_0) &= \langle f(\tau, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{V}_L) \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 \mathbf{V}_0 即是 \mathbf{V}_L 的振幅。(4)式代入(3)式即可得下面两耦合方程:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} F_I - \langle (\mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{V}_L) \cdot \nabla_r F_k \rangle &= \langle C'_{ii}(F_I) + C'_{ie}(F_I) \rangle \\ &+ \langle C'_{ie}(F_k, F_k) \rangle, \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\mathcal{L} F_k - (\mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{V}_L) \cdot \nabla_r F_I = C'_{ii}(F_k) + C'_{ie}(F_k), \quad (5b)$$

式中算符

$$\mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial \tau} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r - \left[\frac{e}{m_e} \mathbf{E} + \nabla_r \left\langle \frac{V_L^2}{2} \right\rangle \right] \cdot \nabla_r,$$

因为在我们考虑的简单几何位形下 $\nabla_r = \nabla_r$. 解方程(5b)时,可忽略等号右边碰撞项,因为光频 $\omega_0 \gg \nu_0$ 通常是成立的, ν_0 是等效碰撞频率. 在弱场下也可忽略

$$\left[\frac{e}{m_e} \mathbf{E} + \nabla_r \left(\frac{V_L^2}{2} \right) \right] \cdot \nabla_r F_k,$$

在强场下,如果我们考虑输运过程,则时间尺度常大于 ω_p^{-1} , ω_p 是等离子体振荡频率. 大于这个时间尺度后可认为静电场可以相当程度平衡有质动力,因此这一项仍可忽略. 经过这些简化得

$$F_k = \frac{i(\mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{V}_L)}{\omega_0 - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{v}} \cdot \nabla_r F_I, \quad (6)$$

式中 \mathbf{k}_0 是光波矢. 显然 $|F_k/F_I| \sim O(|\mathbf{V}_0|/c)$, c 是真空中光速. 设

$$|\mathbf{V}_0|/c \sim \epsilon_0, \quad \lambda_{mf}/L \sim \epsilon_1, \quad |\mathbf{V}_0|/v_e \sim \epsilon_2, \quad \lambda_{mf}$$

是电子自由程, L 是等离子体不均匀标尺长度, $v_e = (T_e/m_e)^{1/2}$. 将方程(6)代入(5a)式,小参量展开到 ϵ_0^2 阶,则(5a)式简化成下面形式:

$$\mathcal{L} F_I = \langle C'_{ii}(F_I) + C'_{ie}(F_I) \rangle. \quad (7)$$

(7)式是光场作用下电子的动力学方程,它适用于我们所考虑的上述简单几何位形,不考虑共振作用 ($\omega_0 \gg \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{v}$), 并且是精确到 ϵ_0^2 的近似结果.(7)式等号左边形式与入射光偏振性质无关,但右边碰撞项形式与光的偏振性质大有关系. Jones 和 Lee 已给出线偏振入射光下电子-离子碰撞项^[6]. 下面我们给出圆偏振入射光下的碰撞项,并对电子-电子碰撞项作一考查.

1. 圆偏振入射光下的电子-离子碰撞项

在局域振荡坐标系中,如果用小角散射的 Fokker-Planck 碰撞项^[8],精确到 $\left[\frac{m_e}{m_i} \right]^2$ 阶的 $C'_{ii}(F_I)$, 可写成下面形式^[2]:

$$\begin{aligned} C'_{ii}(F_I) &= A_e \nabla_r \cdot \{ |\mathbf{v} + \mathbf{V}_L|^{-3} [(\mathbf{v} + \mathbf{V}_L)^2 \mathbf{I} - (\mathbf{v} + \mathbf{V}_L)(\mathbf{v} + \mathbf{V}_L)] \\ &\quad \cdot \nabla_r F_I \}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $A_e = 2\pi n_i Z^2 e^4 m_e^{-2} \ln \Lambda$, $\ln \Lambda$ 是库仑对数, \mathbf{I} 是单位张量. (8)式对线偏振、圆偏振都适用,并且它有这样的物理意义: 由于相对电子来说,离子在光场中几乎是静止的,因此当把速度和空间坐标转换到局域电子振荡坐标时,电子和离子的碰撞就等价于作无规

运动的电子受一个振荡谐振子(离子)的散射。但是(8)式不仅使用起来不便,它也是小角散射的结果。用 Jones 和 Lee 求线偏振光作用下电子-离子碰撞项类似的方法,可以求出圆偏振光作用下的碰撞项形式。在附录一中我们计算得到下列结果:

$$\langle C'_{ei}(F_i) \rangle = A \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \frac{\mathbf{S}}{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} F_i(v), \quad (9)$$

式中在低场强下(即 $k_{\max} r_0 \ll 1$),

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \ln \Lambda & 0 & \frac{V_0^2}{v^2} \ln \Lambda' \cos \alpha \sin \alpha \\ 0 & \ln \Lambda & 0 \\ \frac{V_0^2}{v^2} \ln \Lambda' \cos \alpha \sin \alpha & 0 & \frac{V_0^2}{v^2} \ln \Lambda' \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha\right) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

并且 $A = 2\pi n_i Z^2 e^4 m_e^{-2}$ 。在高场强下(即 $k_{\max} r_0 \gg 1$),

$$\mathbf{S} = \frac{8}{\pi^2} \frac{v}{V_0} \ln \frac{V_0}{v_i} \begin{bmatrix} \ln \Lambda \sin \alpha |\cos \alpha| & 0 & -\ln \Lambda' \cos \alpha |\cos \alpha| \\ 0 & 0 & 0 \\ -\ln \Lambda' \cos \alpha |\cos \alpha| & 0 & \ln \Lambda' \frac{|\cos^3 \alpha|}{\sin \alpha} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中 $\ln \Lambda' = \ln \frac{k_{\max} v_i}{\omega_0}$, k_{\max} 是小角散射近似的截断波数,在高温等离子体中它常被取成

电子热运动德布罗依波长倒数。张量 S 的右手坐标顺序为 α, β, v 。所用坐标系见图 1,其中等离子体不均匀性在 z 方向,它也是光的传播方向。

各张量元中, $S_{\alpha\alpha}, S_{\beta\beta}$ 使分布函数趋向各向同性, $S_{\alpha\beta}, S_{\beta\alpha}$ 使其趋向各向异性, S_{vv} 是加热项。与线偏振结果相比,我们注意到在高场强圆偏振光作用下 $S_{\beta\beta} = 0$,它表明在场平面分布函数各向同性,而这在物理上也是成立的。

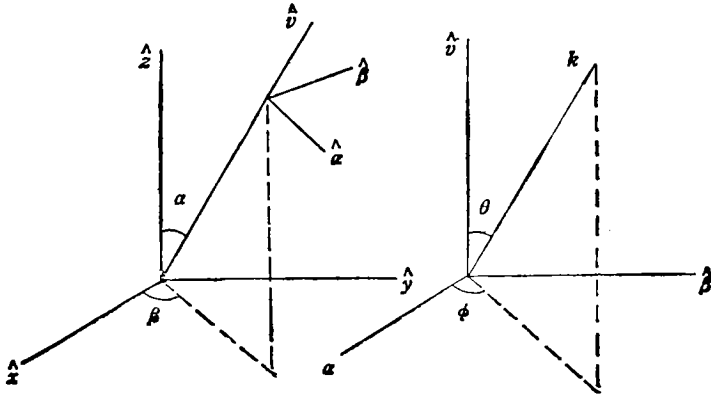


图 1 坐标系示意图

2. 光场下的电子-电子碰撞项

将电子-电子碰撞项中的 Rosenbluth 势^[18]转换到电子振荡坐标,则有

$$h_e(v) = 2 \int d^3 v'' F_i(\tau, r'', v'', V_0) |v + V_L - v'' - V_L''|^{-4},$$

$$g_e(\mathbf{v}) = \int d^3\mathbf{v}'' F_l(\tau, \mathbf{r}'', \mathbf{v}'', \mathbf{V}_0) |\mathbf{v} + \mathbf{V}_L - \mathbf{v}'' - \mathbf{V}_L'|, \quad (12)$$

式中 \mathbf{V}_L' 是碰撞电子在光场中的擅动速度。如果碰撞和被碰撞电子在光场中近似同相位, 即其相关距离(德拜长度)^[19] $\lambda_D \ll \lambda_0$ (λ_0 是光场的波长), 则 $\mathbf{V}_L' \approx \mathbf{V}_L$, 这使(12)形式与通常的 Rosenbluth 势形式一样, 即电子-电子碰撞在振荡坐标中形式不变。因此, 与一般的电子-电子碰撞一样, 在光场中, 电子-电子碰撞也是没有能量交换的。但碰撞形式不变的条件是 $\lambda_D \ll \lambda_0$, 这在 $\omega_p \lesssim \omega_0$, $v_e \lesssim c$ 时可实现。

三、低场强下的电子分布函数及输运

由上节给出的电子-离子碰撞项不难推知, 在光场作用下电子分布函数是各向异性的。考虑到低场下 ($\epsilon_2 < 1$) 电子分布函数是弱各向异性, 因此勒让德函数基本上仍是碰撞项的本征函数^[19]。将分布函数按此函数展开, 其中假定等离子体不均匀性及静电场只在 Z 方向:

$$F_l(\tau, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{V}_0) = F_0(\tau, \mathbf{r}, \nu, V_0)P_0(\cos \alpha) + F_1(\tau, \mathbf{r}, \nu, V_0) \\ \times P_1(\cos \alpha) + F_2(\tau, \mathbf{r}, \nu, V_0)P_2(\cos \alpha) + \dots, \quad (13)$$

式中 $P_0(\mathbf{x})$, $P_1(\mathbf{x})$ 和 $P_2(\mathbf{x})$ 分别是一阶、二阶和三阶勒让德函数。(13)式代入(7)式后可以求得下面的耦合方程:

$$\frac{\partial F_0}{\partial \tau} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial z} F_1 - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} V_0^2 + \frac{e}{m_e} E \right] \left[\frac{1}{3} \frac{\partial F_1}{\partial \nu} + \frac{2}{3} \frac{F_1}{\nu} \right] \\ - \frac{2A}{3} \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\frac{1}{\nu} \frac{\partial F_0}{\partial \nu} \right] + O \left[\frac{V_0^2}{\nu^2} F_2 \right] + \bar{C}_{ee}(F_0), \quad (14a)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial z} F_0 + \frac{2}{5} \frac{\partial F_2}{\partial z} \right] - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} V_0^2 + \frac{e}{m_e} E \right] \left[\frac{\partial F_0}{\partial \nu} \right. \\ \left. + \frac{2}{5} \frac{\partial F_2}{\partial \nu} + \frac{6}{5} \frac{F_2}{\nu} \right] - \frac{2A}{\nu^3} \ln \Lambda F_1 + \frac{4A}{5} \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\frac{1}{\nu} \frac{\partial F_1}{\partial \nu} \right] \\ + \frac{4A}{5} \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{\nu^5} F_1 + \bar{C}_{ee}(F_1), \quad (14b)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \tau} + \frac{2}{3} \nu \frac{\partial}{\partial z} F_1 - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} V_0^2 + \frac{e}{m_e} E \right] \left[\frac{2}{3} \frac{\partial F_1}{\partial \nu} - \frac{2}{3} \frac{F_1}{\nu} \right] \\ = -\frac{6A}{\nu^3} \ln \Lambda F_2 + \frac{A}{3} \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\frac{1}{\nu} \frac{\partial F_0}{\partial \nu} \right] \\ + 2A \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{\nu^4} \frac{\partial F_0}{\partial \nu} + \bar{C}_{ee}(F_2). \quad (14c)$$

上面方程式已代入圆偏振光条件 $V_L^2 = V_0^2$, 电子-电子碰撞项记为 $C_{ee}(F_i; P_i(\cos \alpha)) = \bar{C}_{ee}(F_i) \cdot P_i(\cos \alpha)$, $i = 0, 1, 2, \dots$ 我们忽略了更高阶的函数 F_3, F_4 等。方程(14a) — (14c) 表示输运与光场作用造成的各向异性的耦合。对弱不均匀等离子体, 即

$$\epsilon_1 = \lambda_{rf}/L \ll 1,$$

输运过程是局域的, 上述方程可以解耦。为了看出光场对输运的影响, 令

$$\epsilon_1 \ll \epsilon_2 = V_c/v_e < 1,$$

考虑到 $F_1 \sim O(\epsilon_1) \cdot F_0$, 即可把 (14a), (14c) 式简化成

$$\frac{\partial F_0}{\partial \tau} = \frac{2A}{3} \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial F_0}{\partial v} \right] + \bar{C}_{ee}(F_0), \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2}{\partial \tau} = & -\frac{6A}{v^3} \ln \Lambda F_2 + \frac{A}{3} \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial F_0}{\partial v} \right] \\ & + 2A \ln \Lambda' \frac{V_0^2}{v^4} \frac{\partial F_0}{\partial v} + \bar{C}_{ee}(F_2). \end{aligned} \quad (15b)$$

除了数值因子 2/3, (15a) 式是我们熟知的形式^[15,16], 但它一般也难以解析求解. 对高 Z 等离子体, 在我们感兴趣的场强下 $\frac{ZV_0^2}{v_e^2} \gg 1$, 可以忽略上两式中复杂的电子-电子碰撞项.

从 (15a) 式求出的相似性解与线偏振光场下电子分布函数形式类似^[16]:

$$F_0 = 0.0283 n_e \left[\frac{m_e}{T_e} \right]^{3/2} \exp \left[-\frac{0.118}{5} \left[\frac{m_e}{T_e} \right]^{5/2} v^5 \right]. \quad (16)$$

它即是 Langdon 分布函数, 其中电子温度 T_e 的变化满足:

$$\frac{\partial T_e}{\partial \tau} = \frac{4}{3} (0.118) \frac{2\pi n_i Z^2 e^4 m_e^{5/2}}{m_e^2 T_e^{3/2}} V_0^2 \ln \left[\frac{k_{\max} v_e}{\omega_0} \right]. \quad (17)$$

相应的逆韧致吸收率为线偏振结果的二倍.

(15b) 式表明, 圆偏振光场下电子分布函数各向异性部分 F_2 的形式恰与线偏振结果符号相反, 不过也应注意, 两种情况下对极角 α 的涵义不同. 经过初始的弛豫阶段, F_2 的准稳态解为

$$F_2 = R \left[\frac{1}{3} \frac{V_0^2}{v} \frac{\partial F_0}{\partial v} + \frac{1}{18} V_0^2 v \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{1}{v} \frac{\partial F_0}{\partial v} \right] \right], \quad (18)$$

常数 $R = \ln \Lambda' / \ln \Lambda$.

根据(14b), (16)和(18)式可以求低场强下的热电输运因子. 将 F_1 作下面展开:

$$F_1 = F_1^0 + F_1^1 + \dots, \quad (19)$$

其中 $|F_1^1/F_1^0| \sim O(\epsilon_1^2)$, 由此得

$$\begin{aligned} v \frac{\partial}{\partial z} F_0 - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} V_0^2 + \frac{e}{m_e} E \right] \frac{\partial F_0}{\partial v} = & -\frac{2A}{v^3} \ln \Lambda F_1^0, \quad (20) \\ R V_0^2 \left[\left[-\frac{14}{45} v \frac{\partial^2 F_0}{\partial v^2} + \frac{4}{9} \frac{\partial F_0}{\partial v} \right] \frac{\partial}{\partial z} \ln V_0^2 + \frac{4}{45} v \frac{\partial^3 F_0}{\partial v^2 \partial z} + \frac{146}{45} \frac{\partial^2 F_0}{\partial v \partial z} \right. \\ & \left. + \frac{18}{5} \frac{1}{v} \frac{\partial F_0}{\partial z} - \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} V_0^2 + \frac{e}{m_e} E \right] \right. \\ & \left. \times \left[\frac{4}{45} \frac{\partial^3 F_0}{\partial v^3} + \frac{158}{45} \frac{1}{v} \frac{\partial^2 F_0}{\partial v^2} + \frac{22}{45} \frac{1}{v^2} \frac{\partial F_0}{\partial v} \right] \right] = & -\frac{2A}{v^3} \ln \Lambda F_1^1. \end{aligned} \quad (21)$$

(20), (21)式中都作高 Z 等离子体近似而忽略 \bar{C}_{ee} , (21)式已代入了(20)式的解 F_1^0 . 由方程(20)和(21)求得如下热电输运方程(设 $R \simeq 1$):

$$\begin{aligned} J = & 0.913 \left[1 - 2.722 \frac{V_0^2}{v_e^2} \right] \sigma_{LG} E + 0.663 \left[1 - 0.927 \frac{V_0^2}{v_e^2} \right] \\ & \times \alpha_{LG} \frac{\partial T_e}{\partial z} - 1.935 \sigma_{LG} \frac{m_e}{e} \frac{\partial V_0^2}{\partial z}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$Q = -0.661 \left[1 - 3.296 \frac{V_0^2}{v_e^2} \right] \beta_{LG} E - 0.413 \left[1 - 1.915 \frac{V_0^2}{v_e^2} \right] \\ \times K_{LG} \frac{\partial T_e}{\partial z} + 1.814 \beta_{LG} \frac{m_e}{e} \cdot \frac{\partial V_0^2}{\partial z}, \quad (23)$$

式中 β_{LG} , K_{LG} , σ_{LG} , α_{LG} 为洛仑兹气体的热电输运因子^[20]。如果没有电流 J , 则由 (22) 式求出平衡电场, 代入 (23) 式得热流:

$$Q = -0.125 \left[1 - 2.869 \frac{V_0^2}{v_e^2} \right] K_{LG} \frac{\partial T_e}{\partial z} + 0.413 \beta_{LG} \frac{m_e}{e} \frac{\partial V_0^2}{\partial z}. \quad (24)$$

对于通常的激光打靶几何位形, 方程 (22) — (24) 表明: 电子在光场中的颤动和有质动力梯度都可以减少由温度梯度引起的热电输运。这是不同于通量限制非局域输运模型的另一种限制热输运的机制。当 $V_0^2/v_e^2 \lesssim 1$ 时, 场对热电输运的改变是很大的。当 $V_0^2/v_e^2 \ll 1$, 精确到 (V_0/v_e) , 圆偏振结果与线偏振结果类似。

在高场强中, 即当 $V_0^2/v_e^2 > 1$, 上述方程不成立。限于篇幅, 这种情况下的电子分布函数及热电输运将另外讨论。

本工作得到等离子体研究会的指导, 在此谨表谢意。

附 录 一

圆偏振光作用下的电子-离子碰撞

以下处理电子-离子碰撞项的方法类似于 Jones 和 Lee 求线偏振光下电子-离子碰撞项所用的方法^[16]。在光场中电子 Fokker-planck 方程可以比较方便地转换到电子在光场中随电场运动的局域振荡坐标中, 在此坐标中电子与离子的碰撞即是电子受振荡(离子)谐振子的散射。光场磁场分量作用自然就没有必要考虑了。只要我们求出电子与振荡谐振子间势场 $\phi(r, t)$, 碰撞项即可求得。由于电荷源存在, 电子看到的势场为

$$\phi(r, t) = - \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{4\pi e}{k^2} \frac{\rho_s(\mathbf{k}, \omega)}{D_s(\mathbf{k}, \omega)} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t), \quad (A.1)$$

式中 $\rho_s(\mathbf{k}, \omega)$ 是电荷源的傅里叶变换, $D_s(\mathbf{k}, \omega)$ 是等离子体介电函数。设圆偏振光电场为

$$\mathbf{E}(t) = \hat{x} E_0 \cos \omega_0 t + \hat{y} E_0 \sin \omega_0 t \quad (A.2)$$

这里取与图 1 相同的坐标, \hat{x}, \hat{y} 分别是 x 轴、 y 轴方向单位矢量, E_0 是电场振幅。在没有碰撞情况下, 电子运动轨道为

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + V_0(-\hat{x} \sin \omega_0 t + \hat{y} \cos \omega_0 t), \\ \mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}' t + r_0[\hat{x} \cos \omega_0(t - t_0) + \hat{y} \sin \omega_0(t - t_0)],$$

式中 $V_0 = \frac{eE_0}{m_e \omega_0}$, $r_0 = \frac{eE_0}{m_e \omega_0^2}$ 。因此, 在振荡坐标中离子电荷源分布为

$$\rho_s(r, t) = Ze \delta\{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i - \mathbf{v}_i t + r_0[\hat{x} \cos \omega_0(t - t_0) + \hat{y} \sin \omega_0(t - t_0)]\}, \quad (A.3)$$

Z 是离子有效电荷数, δ 是狄喇克函数, \mathbf{r}_i 和 \mathbf{v}_i 分别是离子坐标和速度。上式的空间傅里叶变换可写成

$$\rho_s(\mathbf{k}, t) = Ze \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_i - i\mathbf{k}\mathbf{v}_i t + i\mathbf{k}_\perp r_0 \cos[\omega_0(t - t_0) - \phi]\}, \quad (A.4)$$

$\mathbf{k}_\perp = [(k \cdot \hat{x})^2 + (k \cdot \hat{y})^2]^{1/2}$, $\cos \phi = \mathbf{k} \cdot \hat{x} / k_\perp$ 。对 (A.4) 式指数中三角函数作贝塞耳函数展开, 然后作时间傅里叶变换, 再代回 (A.1) 式, 得

$$\phi(r, t) = - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{4\pi Z e^2}{k^2} \frac{i^n J_n(k_\perp r_0)}{D_s(\mathbf{k}, \mathbf{k}\mathbf{v}_i + n\omega_0)} \\ \times \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i) + i\mathbf{k}(\mathbf{v}' - \mathbf{v}_i)t - i\mathbf{k}\mathbf{v}' t_0 \\ - in\omega_0(t - t_0) + in\phi], \quad (A.5)$$

$$\langle |\phi(\mathbf{k}, t)|^2 \rangle = \left[\frac{4\pi Z e^2}{k^2} \right]^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n^2(k_\perp r_0)}{|D_s(\mathbf{k}, \mathbf{k}\mathbf{v}_i + n\omega_0)|^2} \quad (A.6)$$

式中 $J_n(k_{\perp}r_0)$ 是 n 阶贝塞耳函数, $\langle \dots \rangle$ 表示对一个光周期平均, 得(A.5) 式时, (A.1) 式中 r 取了振荡坐标系 \mathcal{F} 的量 $r' + v'i$, (A.6) 式代回玻耳兹曼方程^[6], 在小角度散射近似下可得

$$\begin{aligned} \langle C'_{ei}(F'(v')) \rangle &= \frac{2\pi n_i Z^2 e^4}{m} \frac{\partial}{\partial v'} \int dv_i dk \frac{k k}{k^4} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(k_{\perp}r_0) \\ &\times \frac{\delta[k(v' - v_i) - n\omega_0]}{|D_1(k, kv_i + n\omega_0)|^2} \left[\frac{1}{m_0} \frac{\partial}{\partial v'} - \frac{1}{M} \frac{\partial}{\partial v_i} \right] F'(v') F_i(v_i), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

式中 $F'(v')$ 是振荡坐标系中的电子分布函数, $F_i(v_i)$ 是实验室坐标中的离子分布函数. (A.7) 式除了贝塞耳函数自变量 $k_{\perp}r_0$, 其形式与线偏振光场下的结果是完全一样的.

对于冷的无限重离子, (A.7) 式简化成

$$\begin{aligned} \langle C'_{ei}(F') \rangle &= \frac{2\pi n_i Z^2 e^4}{m^2} \frac{\partial}{\partial v'} \int \frac{dk}{\pi} \frac{k k}{k^4} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n^2(k_{\perp}r_0)}{|D_1(k, n\omega_0)|^2} \\ &\times \delta(kv' - n\omega_0) \frac{\partial}{\partial v'} F'(v'). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

根据图 1 给出的坐标, 有 $k_{\perp} = k[1 - (\cos\theta\cos\alpha - \sin\theta\sin\alpha\cos\phi)^2]^{1/2}$. 为方使之计, 在对 k 的极角 θ 积分时忽略介电常数 D_1 , 因为它表示的是电荷屏蔽, 只需在对 k 积分时引入 $k_{m,1}$. 则可得

$$\langle C'_{ei}(F') \rangle = A \frac{\partial}{\partial v'} \cdot \frac{1}{v'} \int \frac{dk}{k} \varphi(k, r_0, V_0) \frac{\partial F'}{\partial v'}, \quad (\text{A.9})$$

式中 $A = 2\pi n_i Z^2 e^4 / m_0^2$, 张量 φ 各分量为

$$\begin{aligned} \varphi_{\alpha'\alpha'} &= \sum_{|n| \leq q} \frac{n^2}{q^2} \int \frac{d\phi}{\pi} J_n^2(k_{\perp}r_0), \\ \varphi_{\alpha\alpha} &= \sum_{|n| \leq q} \left[1 - \frac{n^2}{q^2} \right] \int \frac{d\phi}{\pi} \cos^2\phi J_n^2(k_{\perp}r_0), \\ \varphi_{\beta\beta} &= \sum_{|n| \leq q} \left[1 - \frac{n^2}{q^2} \right] \int \frac{d\phi}{\pi} \sin^2\phi J_n^2(k_{\perp}r_0), \\ \varphi_{\alpha\alpha'} &= \varphi_{\alpha'\alpha} = \sum_{|n| \leq q} -\frac{n}{q} \left[1 - \frac{n^2}{q^2} \right]^{1/2} \int \frac{d\phi}{\pi} \cos\phi J_n^2(k_{\perp}r_0), \\ \varphi_{\beta\alpha'} &= \varphi_{\alpha'\beta} = \varphi_{\alpha\beta} = \varphi_{\beta\alpha} = 0, \end{aligned}$$

式中

$$k_{\perp}r_0 = \frac{V_0}{v'} [q^2 - (n\cos\alpha + (q^2 - n^2)^{1/2}\sin\alpha\cos\phi)^2]^{1/2}, q = kv'/\omega_0.$$

为使 (A.9) 式中对 k 的积分收敛, 必须对其上下限作限制, 其中 k 的上限是小角散射近似所要求的, k 的下限发散是忽略介电函数的结果, 因此也要对其截断. 对于 $\varphi_{\alpha\alpha}$, $\varphi_{\beta\beta}$, 取 k 下限为 ω_p/v_0 , 对 $\varphi_{\alpha\alpha'}$, $\varphi_{\alpha'\alpha}$ 取下限为 ω_0/v_0 .

下面给出低场强及高场强下 (A.9) 式的极限形式. 设

$$S = \int \frac{dk}{k} \varphi(k, r_0, V_0). \quad (\text{A.10})$$

对于弱场, 假定满足条件 $k_{m,1}r_0 \ll 1$, 对张量 φ 中的贝塞耳函数作小参量展开, 保留到 V_0^2/v'^2 阶. 对 k 的积分只保留到对数项, 则可得下面形式:

$$S = \begin{bmatrix} \ln A & 0 & \frac{V_0^2}{v'^2} \ln A' \sin\alpha \cos\alpha \\ 0 & \ln A & 0 \\ \frac{V_0^2}{v'^2} \ln A' \sin\alpha \cos\alpha & 0 & \frac{V_0^2}{v'^2} \ln A' \left[1 - \frac{1}{2} \sin^2\alpha \right] \end{bmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

其中 $\ln A = \ln(k_{m,1}\lambda_D)$ 是库仑对数, $\ln A' = \ln(k_{m,1}v_0/\omega_0)$, S 右手坐标顺序为 α, β, α' .

在高场强下对张量 φ 中的贝塞耳函数作渐近展开, 其中 $\varphi_{\alpha'\alpha'}$ 可写成

$$\begin{aligned} \varphi_{\alpha'\alpha'} &= \sum_{|n| \leq q} \frac{2n^2}{q^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\phi}{\pi} \frac{2v'}{\pi V_0} \\ &\times \frac{\cos^2 \left\{ \frac{V_0}{v'} \left[q^2 - (n\cos\alpha + (q^2 - n^2)^{1/2}\sin\alpha\cos\phi)^2 - \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right] \right\}}{\left[q^2 - (n\cos\alpha + (q^2 - n^2)^{1/2}\sin\alpha\cos\phi)^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

式中 \cos^2 项是快速振荡型的, 用其平均值 $1/2$ 来代替它. 显然, $\varphi_{\alpha'\alpha'}$ 取值主要来自于被积函数的极点附近, 即 $k_{\perp}r_0 \leq 1$ 或者

$$[q^2 - (n \cos \alpha + (q^2 - n^2)^{1/2} \sin \alpha \cos \phi)^2]^{1/2} \lesssim \frac{v}{V_0}.$$

另一方面,当 $k_1 r_0 \ll 1$ 时,贝塞耳函数很快趋向于零,因此满足此条件的 ϕ 角对积分几乎没有贡献。设

$$[q^2 - (n \cos \alpha + (q^2 - n^2)^{1/2} \sin \alpha \cos \phi_0)^2]^{1/2} = 0,$$

则积分取值在 ϕ_0 以外一定区域 $|\phi - \phi_0| \geq v'/V_0$ 。对 (A.12) 式积分,并对 n 求和可得

$$S_{v'v'} \approx \frac{8}{\pi^2} \frac{v'}{V_0} \ln \frac{V_0 \ln \Delta'}{v_0} \frac{|\cos^2 \alpha|}{\sin \alpha}.$$

类似的方法可求出 $S_{\alpha\alpha}$, $S_{\alpha\beta}$, $S_{\beta\beta}$, 因此得

$$\mathbf{S} = \frac{8}{\pi^2} \frac{v}{V_0} \ln \frac{V_0}{v_0} \cdot \begin{bmatrix} \ln \Delta' \sin \alpha |\cos \alpha| & 0 & -\ln \Delta' \cos \alpha |\cos \alpha| \\ 0 & 0 & 0 \\ -\ln \Delta' \cos \alpha |\cos \alpha| & 0 & \ln \Delta' \frac{|\cos^2 \alpha|}{\sin \alpha} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

- [1] V. P. Silin, *Sov. Phys. JETP*, **20**(1965), 1510.
- [2] P. J. Catto and T. Speziale, *Phys. Fluids*, **20**(1977), 167.
- [3] Y. Shima and H. Yatom, *Phys. Rev.*, **A12**(1975), 2106.
- [4] G. J. Pert, *J. Phys. A*, **5**(1972), 506; *J. Phys. B*, **8**(1975), 3069; *J. Phys. A*, **9**(1976), 463; *ibid.*, **9**(1976), 1797.
- [5] A. B. Landon, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 575.
- [6] S. C. Rae and K. Burnett, *Phys. Fluids* **B2**(1990), 1015.
- [7] S. Kato, R. Kawakami and K. Mima, *Phys. Rev.*, **A43**(1991), 5560.
- [8] J. Delettrez, *Can. J. Phys.*, **64**(1986), 932
- [9] J. R. Albritton *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 1887; *ibid.*, **50**(1983), 2078; F. Minotti and C. Ferro Fontan, *Phys. Fluids*, **B2**(1990), 1725.
- [10] J. F. Luciani, P. Mora and R. Pellat, *Phys. Fluids* **28**(1985), 935; A. Bendib, J. F. Luciani and J. P. Matte, *Phys. Fluids*, **31**(1988), 711.
- [11] M. D. Rosen, *Proc. SPIE*, **1229**(1990), 160; A. Zigler *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, to be published 1991.
- [12] W. L. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*, Addison-Wesley Publishing Company (1988), Chap. 12.
- [13] I. B. Bernstein, C. E. Max and J. J. Thompson, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 905.
- [14] I. P. Shkarofsky, *Phys. Fluids*, **23**(1980), 52; *ibid.*, **23**(1980), 1215.
- [15] P. Mora and R. Pellat, *Phys. Fluids*, **22**(1979), 2408.
- [16] R. D. Jones and K. Lee, *Phys. Fluids*, **25**(1982), 2307.
- [17] H. Schamel and G. Schmidt, *J. Plasma Phys.*, **24**(1980), :49.
- [18] M. N. Rosenbluth, W. M. MacDonald and D. J. Judd, *Phys. Rev.*, **107**(1957), 1.
- [19] S. Ichimaru, *Basic Principles of Plasma Physics*, W. A. Benjamin Inc. (1973), Chaps. 2, 3, 10
- [20] L. Spitzer, Jr., and R. Harm, *Phys. Rev.*, **89**(1953), 977.

KINETIC EQUATION AND TRANSPORTS OF PLASMA IN A CIRCULARLY-POLARIZED INTENSE LASER FIELD

SHENG ZHENG-MING XU ZHI-ZHAN MA JIN-XIU YU WEI

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800

(Received 25 February 1992; revised manuscript received 10 May 1993)

ABSTRACT

The kinetic equation for electron in an intense laser field is derived by transforming the Fokker-Planck equation into the local coordinate system of electron oscillation in the field. The electron-ion collision in circularly-polarized light is calculated, and the electron-electron collision is discussed. The plasma thermo-electric transports are studied for different intensity regions of the circularly-polarized laser field. It is found that, when the electron quiver velocity in laser field is comparable with its thermal velocity, the thermo-electric transports can be largely decreased as compared to the case without laser field.

PACC: 5225F; 5225P; 5250J