

X 射线全息记录过程中影响分辨率的主要因素分析

朱佩平 肖体乔 陈建文 徐至展

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

1993 年 6 月 29 日收到

分析了 X 射线全息记录过程中影响分辨率的一些主要因素。在完全相干的条件下, X 射线无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离不可能小于记录时用的 X 射线聚束器的焦斑或滤波小孔的半径, 而 X 射线同轴全息图不可能获得比记录介质的截止频率更高的分辨率。在部分相干的条件下, X 射线无透镜傅里叶变换全息图所要求的相干长度和分辨率与样品半径成二次线型关系。Y 射线同轴全息图所要求的相干长度和分辨率的平方以及样品到全息图的距离成正比, 而与样品尺寸无关。随着 X 射线全息图分辨率的提高, 其所要求的相干长度将大幅度增长。

PACC: 4240; 0785

一、引言

自从 Gabor^[1] 发明全息术以来, 人们一直在努力探索使 X 射线全息术的巨大潜力变为现实的途径。由于“水窗”的天然反差大, 不用脱水、染色等人造的样品制备, 便可通过 X 射线全息术直接观察自然状态下的三维生物样品, 能分辨细胞和细胞器的超微结构。因为“水窗”的波长为 2.4—4.4nm, 所以极限分辨距离可达 5nm 以下。因此, X 射线全息术不但将为生物学、医学和农学等与人类密切相关的学科提供先进的研究手段, 而且还具有广阔的应用前景。

1952 年 Baez^[2] 就提出 X 射线全息显微镜的设想。1972 至 1974 年 Kikuta 和 Aoki^[3] 分别以 4.48nm 的 $CK\alpha$ 线和 6nm 的同步辐射源和 0.834nm 的 $AlK\alpha$ 线, 以化学纤维和红血球为研究对象, 首先获得了分辨距离为 4 μ m 的同轴 X 射线全息图。1976 年 Reuter 和 Mahr^[4] 用菲涅耳波带片作为 X 射线分束器和聚束器, 以玻璃丝为样品, 记录了第一张无透镜傅里叶变换 X 射线全息图。1980 年 Aristov 等人^[5] 第一次使用光刻胶记录了 X 射线同轴全息图, 并提出可用计算机重现这种全息图。1986 年 Howells 等人^[6] 在 Brookhaven 实验室, 采用波荡器和高分辨率的光刻胶, 使 X 射线同轴全息图的分辨距离达到 40nm。同年 Trees 等人^[7] 在 Lawrence Livermore 实验室, 第一次使用 X 射线激光作光源拍摄了 X 射线同轴全息图, 分辨距离为 5 μ m。1990 年 Jacobsen 等人^[8] 在 Brookhaven 实验室, 用 2.57nm 的同步辐射源, 拍摄了生物样品的光同轴全息图, 分辨距离达

56nm, 1992 年 McNulty 等人^[9]仍在 Brookhaven 实验室,用波荡器和 CCD 记录,并用计算机重现技术,使 X 射线无透镜傅里叶变换全息图的分辨距离达到 60nm。

经过 40 年的发展, X 射线全息图的分辨率在不断地提高。可是,即使最好的实验结果也与 X 射线的极限分辨率相差一个数量级。出现这种状况,原因之一是 X 射线的折射率略小于 1, 穿透性强,缺乏适当的物质制造 X 射线透镜和 X 射线分束器,使 X 射线全息的记录方式仅局限在同轴全息和无透镜傅里叶变换全息;原因之二是缺乏高分辨率和高灵敏度的记录介质;原因之三是目前获得的 X 射线源的相干性太差。为了使 X 射线全息图的分辨率接近或达到极限分辨率,有必要从 X 射线全息图的记录方式、X 射线源的相干性和重现时的象差等各方面进行一系列的理论研究,搞清阻碍 X 射线全息图分辨率提高的主要原因。可以进行拍摄 X 射线全息图的记录方式只有两种,一种是 Gabor 提出的同轴全息,另一种是无透镜傅里叶变换全息。这两种方式各有其特点。同轴全息具有光路简单,不需要透镜和分束器等光学元件的优点,但是有孪生象干扰的缺点。无透镜傅里叶变换全息具有对记录介质分辨率要求低的优点,但是需要 X 射线聚束器在物平面内产生一个参考点源。本文从分析这两种具体的记录方式入手,先设 X 射线源是完全相干的,考虑记录介质的截止频率和参考点源的半径对 X 射线全息图分辨率的影响;进而考虑 X 射线源的部分相干性对 X 射线全息图分辨率的影响。至于再现过程中影响 X 射线全息图分辨率因素将是作者下一步的工作。

二、X 射线全息图的分辨率

和一般全息图一样, X 射线全息图的分辨率要受记录和再现两个过程中的各种因素的制约。在记录过程中要受记录方式和 X 射线源相干性的制约。在再现过程中要受象差的制约。要获得高分辨率的 X 射线全息再现象,首先要在全息记录介质上记录有高频物体信息,然后才有可能考虑在再现过程中如何提取记录在全息图上的高频物体信息。因此要求在记录过程中,物点对物光和参考光的干涉区域面积所张的圆锥立体角 Ω 和波长平方 λ^2 的比值 Ω/λ^2 尽量地大。这是因为比值 Ω/λ^2 越大,干涉条纹所载的物波信息的空间频率就越高。在记录过程中各种因素对 X 射线全息图分辨率的影响归根结底是对比值 Ω/λ^2 的限制。无论是记录方式,还是 X 射线源的相干性,对 X 射线全息图分辨率的影响都可以按照这个思路来考虑。

三、记录方式对 X 射线全息分辨率的影响

在 X 射线全息中,因为再现光和参考光不同,所以产生象差。在这不考虑再现过程中象差对 X 射线全息图分辨率的影响,因此设再现光和参考光完全相同。在讨论记录方式对 X 射线全息图分辨率的影响时,设 X 射线源发出的是完全相干光。设物光波和参考光波在记录介质面上的复振幅分布分别为

$$o(x, y) = (-j/\lambda z) \int_{A_0} \int a_0(u, v) \exp\{z + [(x - u)^2$$

$$+ (y - v)^2 / 2z \} du dv, \quad (1)$$

$$r(x, y) = \exp\{z_r + [(x - u_r)^2 + (y - v_r)^2] / 2z_r\}, \quad (2)$$

其中 (x, y) 为记录介质面坐标; (u, v) 为物面坐标; A_0 为物体面积; (u_r, v_r) 为参考点源坐标; z 和 z_r 分别为物和参考点源到全息图的距离。设记录、冲洗是线性的,经过推导,取一级衍射,可得反映全息图记录和再现过程的基本公式^[10]如下:

$$U(u', v') = C \int_{A_0} \int du dv a_0(u, v) \exp\{(-jk/z)[(u' - u)u + (v' - v)v]\} \\ \cdot \int_{A_f} \int M(f_x, f_y) \exp\{(jk/z)[(u' - u)x + (v' - v)y]\} dx dy, \quad (3)$$

其中 A_f 为全息图的面积; (u', v') 为象面坐标; $M(f_x, f_y)$ 为记录介质的光学传递函数,它是记录介质的点扩散函数 $m(x, y)$ 的傅里叶变换; f_x 和 f_y 分别为

$$f_x = [(x - u) / \lambda z] - [(x - u_r) / \lambda z_r] = (x / \lambda z') + (u_r / \lambda z_r) - (u / \lambda z),$$

$$f_y = [(y - v) / \lambda z] - [(y - v_r) / \lambda z_r] = (y / \lambda z') + (v_r / \lambda z_r) - (v / \lambda z),$$

上两式中 $z'^{-1} = z^{-1} - z_r^{-1}$ 。上两式的物理意义是,来自X射线源点 (u_r, v_r) 的空间频率为 $f_{rx} = (u_r - x) / \lambda z_r$, $f_{ry} = (v_r - y) / \lambda z_r$ 的参考光波,和来自物点 (u, v) 的空间频率为 $f_{0x} = (u - x) / \lambda z$, $f_{0y} = (v - y) / \lambda z$ 的物光波,在记录介质平面上点 (x, y) 处干涉形成空间频率为 $f_x = f_{rx} - f_{0x}$, $f_y = f_{ry} - f_{0y}$ 的干涉条纹。

基本公式是在记录介质的截止频率 f_c 满足下列条件

$$f_c \geq 3[\lambda z']^{-1/2} \quad (4)$$

的情况下推导出来的。对无透镜傅里叶变换全息记录方式来说,理论上这个条件是绝对满足的,因为 $z = z_r$ 。对同轴全息记录方式来说,设 $\lambda = 3\text{nm}$, $z = 400\mu\text{m}$ ^[6], $z_r \geq 10z$,这要求记录介质的截止频率 $f_c \geq 3000\text{mm}^{-1}$ 。现在一般的X射线全息图的记录介质均可达到这个要求。

从基本公式可以看到,因为含有随着物点坐标 (u, v) 变化的指数因子

$$\exp\{(-jk/z)[(u' - u)u + (v' - v)v]\},$$

所以一般来说,实际全息图的记录和再现过程一般不是一个空间不变的变换过程。但是在一定条件下,这个指数因子可以忽略或自动消除。

记录X射线全息图时,由于参考点源衍射斑和记录介质的截止频率的限制,形成的X射线全息图是有限大的,因此可认为记录介质是无限大的。

1. X射线无透镜傅里叶变换全息图

和可见光波段的无透镜傅里叶变换全息不同,X射线无透镜傅里叶变换全息图中物的位置应偏离全息图的中心对称轴,否则X射线无透镜傅里叶变换全息图就不能达到最大记录面积,见图1。因而有

$$u_r = v_r = 0, z = z_r, f_x = -u / \lambda z, f_y = -v / \lambda z. \quad (5)$$

设物中心坐标为 (u_0, v_0) ,参考点源和物中心的距离为 d ,参考点源在全息图上衍射斑的半径为 r_s ,物体的最大横向距离为 $2(u - u_0)_m$,根据空间不变条件和正负一级衍射与零级衍射分离的条件,得

$$[(u - u_0) + (v - v_0)]^{1/2} \leq r_s / 4, \quad (6)$$

$$(u - u_0)_m \leq r_\delta/4, \quad (7)$$

$$d \geq 3(u - u_0)_m, \quad (8)$$

由此得物体和参考点源最近距离为 $2(u - u_0)_m$, 最远距离为 $4(u - u_0)_m$. 全息图的面积 A , 即为参考点源的衍射斑面积. 设参考点源的半径为 δ , 则衍射斑的半径为

$$r_\delta = 0.61\lambda z/\delta,$$

则

$$(x^2 + y^2)^{1/2} \leq r_\delta.$$

设物体中心坐标为 (u_0, v_0) , 当

$$[(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2]^{1/2} \leq r_\delta/4$$

时, 对破坏空间不变的指数因子可作如下处理^[10]:

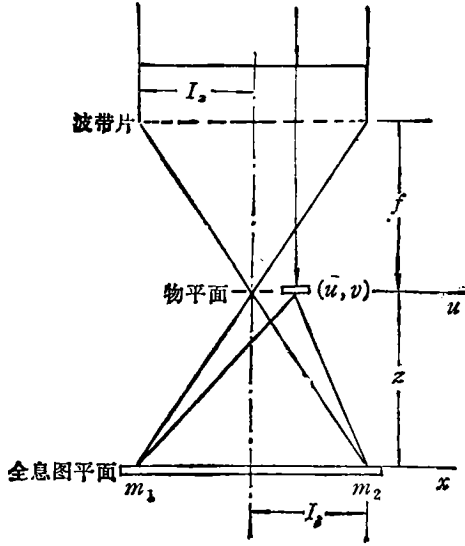


图1 记录X射线无透镜傅里叶变换全息图的示意图

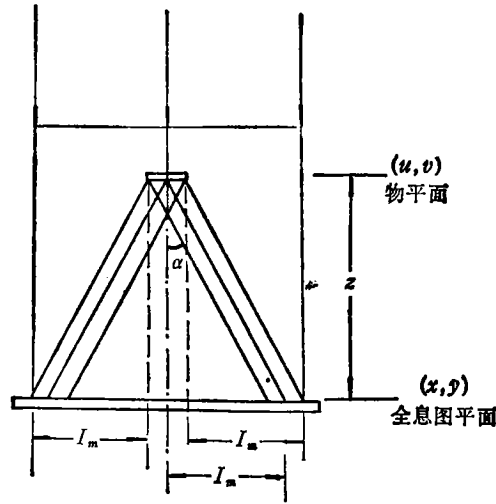


图2 记录X射线同轴全息图的示意图

$$\begin{aligned} & \exp\{(-jk/z)[(u' - u)u + (v' - v)v]\}z \\ & \approx \exp\{(-jk/z)[(u' - u)u_0 + (v' - v)v_0]\}, \end{aligned}$$

代入基本公式, 得

$$\begin{aligned} U(u', v') &= C \int_{A_0} \int du dv a_0(u, v) \exp\{(-jk/z)[(u' - u)u_0 + (v' - v)v_0]\} \\ & M[(u_r - u)/\lambda z, (v_r - v)/\lambda z] \int \int_{(x^2 + y^2)^{1/2} \leq r_\delta} \exp\{(jk/z)[(u' - u)x \\ & + (v_r - v)y]\} dx dy \\ &= C \int_{A_0} \int du dv a_0(u, v) M[(u_r - u)/\lambda z, (v_r \\ & - v)/\lambda z] h(u' - u, v' - v) \\ &= a_0(u', v') M[(u_r - u')/\lambda z, (v_r - v')/\lambda z] * h(u', v'), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $h(u, v)$ 为

$$h(u, v) = \exp[(-jk/z)(uu_0 + vv_0)] \iint_{(x^2+y^2)^{1/2} \leq r_s} \exp[(jk/z)(ux + vy)] dx dy \\ = (r_s/\rho) J_1(2\pi r_s \rho) \exp[(-jk/z)(uu_0 + vv_0)],$$

其中 J_1 为一阶贝塞耳函数, $\rho = [(u/\lambda z)^2 + (v/\lambda z)^2]^{1/2}$, 当 $\rho = 0.61/r_s$, $J_1(2\pi r_s \rho) = 0$, $h[(u' - u), (v' - v)]$ 是以物点 (u, v) 为中心的衍射扩散象斑函数, 象斑半径为 $0.61\lambda z/r_s = \delta$. 正好和参考点源的半径相等. 这表明, 物点 (u, v) 和全息图上的干涉条纹的空间频率 $-u/\lambda z, -v/\lambda z$ 是一一对应的. 只要物体尺寸不是很大, 干涉条纹的最高空间频率 $4(u - u_0)_m/\lambda z$ 小于记录介质的截止频率 f_c , X射线无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离和记录介质的截止频率无关, 而和参考点源的半径相等, 即

$$\Delta d_f = 0.61\lambda z/r_s = \delta. \quad (10)$$

根据这个结论, 可知在得到符合高精度条件的 X 射线聚束器和滤波小孔以前, X 射线无透镜傅里叶变换全息图不可能达到极限分辨率.

2. X 射线同轴全息图

对 X 射线同轴全息, 由于 $z_s \gg z$, 可近似认为参考光为平面波, $u_r = v_r = 0$, $f_x \approx (x - u)/\lambda z$, $f_y \approx (y - v)/\lambda z$, $(f_x^2 + f_y^2) \leq f_c$, $[(x - u)^2 + (y - v)^2]^{1/2} \leq \lambda z f_c = r_m$. 由于记录介质截止频率的限制, 记录各点物波的面积不完全重合, 因此积分区域 A_i 随物坐标 (u, v) 而变, 然而每一个物点和记录其点物波面积的相对位置都相同, 因此自动满足空间不变条件. 这一结果是在样品尺寸足够小, 不足以影响参考光的条件下才成立, 如图 2 所示. 由基本公式得

$$U(u', v') = C \int_{A_0} du dv a_0(u, v) \exp\{(-jk/z)[(u' - u)u + (v' - v)v]\} \\ \int_{[(x-u)^2 + (y-v)^2]^{1/2} \leq r_m} M[(x - u)/\lambda z, (y - v)/\lambda z] \exp\{(jk/z)[(u' - u)x + (v' - v)y]\} dx dy \\ = C \int_{A_0} du dv a_0(u, v) \int_{[(x-u)^2 + (y-v)^2]^{1/2} \leq r_m} M[(x - u)/\lambda z, (y - v)/\lambda z] \exp\{(jk/z)[(u' - u)(x - u) + (v' - v)(y - v)]\} d(x - u) d(y - v) \\ = C \int_{A_0} du dv a_0(u, v) \int_{(x^2+y^2)^{1/2} \leq r_m} M(x/\lambda z, y/\lambda z) \exp\{(jk/z)[(u' - u)x + (v' - v)y]\} dx dy \\ = C \int_{A_0} du dv a_0(u, v) \int_{(x^2+y^2)^{1/2} \leq r_m} \exp\{(jk/z)[(u' - u)x + (v' - v)y]\} dx dy$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m(x', y') \exp[(-jk/z)(x'x + y'y)] dx' dy' \\
&= C \int_{A_0} \int_{A_0} du dv a_0(u, v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' m(x', y') \\
& \quad \int_{(x^2+y^2)^{1/2} \leq r_m} \exp\{(jk/z)[(u' - u - x')x + (v' - v - y')y]\} dx dy \\
&= C \int_{A_0} \int_{A_0} du dv a_0(u, v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' m(x', y') \\
& \quad \cdot h(u' - u - x', v' - v - y') \\
&= C \int_{A_0} \int_{A_0} du dv a_0(u, v) m(u' - u, v' - v) * h(u' - u, v' - v) \\
&= C a_0(u', v') * m(u', v') * h(u', v'), \tag{11}
\end{aligned}$$

其中除了通光半径为 r_m 外, $h(u' - u, v' - v)$ 的意义同前。因此通光半径为 r_m 的 X 射线同轴全息图, 其衍射可分辨的最小距离为

$$0.61\lambda z/r_m = 0.61f_c^{-1}. \tag{12}$$

由以上结果可知, X 射线同轴全息图的成象过程是一个两次点扩散过程。第一次发生在记录过程。就数学表达上看, 每一物点 (u, v) 经过记录介质的点扩散函数 $m(u, v)$ 的作用, 变成一个扩散斑被记录下来, 从而使空间频率大于记录介质的截止频率的高频信息损失掉了; 就物理过程而言, 实际上是高频物波和参考波产生的高频干涉条纹, 由于记录介质的点扩散作用而没有被记录下来。第二次发生在再现过程, 由于记录介质点扩散作用, 各物点再现物波的通光半径都为 r_m , 物面上间隔小于 $0.61\lambda z/r_m$ 的高频信息, 会因为衍射扩散而损失掉。

由以上讨论可知, 衍射的分辨率比记录介质截止频率高一点, 决定 X 射线同轴全息图分辨率的根本因素是记录介质的截止频率。因而 X 射线同轴全息图的最小分辨距离为

$$\Delta d_i = f_c^{-1}, \tag{13}$$

分辨率为

$$\Delta d_i^{-1} = f_c, \tag{14}$$

因此, 在获得足够高分辨率的记录介质之前, 记录介质的截止频率为 X 射线同轴全息图的分辨率达不到极限分辨率的一个重要因素。

由以上分析可知, X 射线无透镜傅里叶变换全息图的分辨率受 X 射线聚束器的焦斑或滤波小孔的半径限制, X 射线同轴全息图的分辨率受记录介质的截止频率的限制。在完全相干光的条件下, 到底哪一种记录方式能获得较高的分辨率, 取决于小半径的参考点源和高分辨率的记录介质哪一个更容易获得。

四、X 射线源的相干性对 X 射线全息图分辨率的影响

1. X 射线全息术对 X 射线源空间相干性的要求

空间相干性问题已由范西特-泽尼克定理^[11]解决。对于一个强度均匀、半径为 r_0 、频

带宽度为 $\Delta\nu(\Delta\nu \ll \nu_0)$ 、空间不相干的X射线准单色扩展光源, 当其对X射线全息记录装置的最大张角小于 $0.16\lambda/r_0$ 时, 就能保证可以获得大于 0.88 的空间相干度。因为X射线源对X射线全息记录装置所张的立体角很小, 所以传播到X射线全息记录装置的X射线可以近似作为平面波处理。

2. X射线全息术对X射线源时间相干性的要求

时间相干性和时间频率分布线型 虽然准单色光源有各种不同的时间频率分布线型, 但是不同线型准单色光源的时间相干度随光程差的变化却相差不大, 如图 3 所示。采用某个线型推导出的结果, 在同数量级上也适用于其他线型。因此在讨论X射线源的时间相干性问题时, 实际所用的X射线源是哪种线型以及采用哪种线型计算并不重要。图 3 中的各种线型中, sinc 函数线型的时间相干度与光程差的函数关系最简单。采用 sinc 函数线型, 根据物光和参考光传播的几何关系, 通过光程差的简单计算就能得到足够精确的结果。

X射线无透镜傅里叶变换全息图
X射线无透镜傅里叶变换全息图的最大面积是参考点源衍射到记录介质面上的衍射斑面积。只有物光和参考光的光程差在参考点源的衍射斑区域内都小于X射线源的相干长度, 才能使X射线无透镜傅里叶变换全息图达到最大记录面积, 从而获得和参考点源半径相当的最小分辨距离。当X射线源的时间相干性达不到上述要求时, 全息图在x方向的直径将小于参考点源衍射斑的直径, 从而使这个方向上的最小分辨距离大于参考点源的半径。而y方向的分辨率基本不受X射线源时间相干性的影响, 最小分辨距离和参考点源的半径相等。我们的思路是在参考点源的衍射斑区域上寻找物光和参考光的最大光程差, 这个光程差便是X射线无透镜傅里叶变换全息对X射线源时间相干性的要求。

计算光程差时应特别注意, 光程应从菲涅耳波带片算起, 而不是从物平面算起。这是因为经过菲涅耳波带片的衍射而聚焦在参考点源的诸光线的光程各不相同, 也就是说, 对菲涅耳波带片, 其正负一级衍射不满足几何光学中的费马原理^[12]。而有些文献中, 光程是从物平面算起的^[13]。

图 1 中 r_s 和 f 分别为菲涅耳波带片的半径和焦距, z 为物体到全息图的距离。为了分析物点与参考点源的距离和光程差之间的关系, 先不考虑零级衍射和一级衍射的分离条件。在这个前提下, 样品和参考点源的最近距离可为零。此时, 从距参考点源最近的物点发出并传播到全息图在x方向上最大半径处 m_1 和 m_2 的物光, 和传播到这两点的参考光之间的光程差为 $(r_s^2 + f^2)^{1/2} - f$ 。随着物点和参考点源之间距离的增加, 在 m_1 点, 起初物光和参考光之间的光程差减小, 当减小至零时, 光程差变号, 然后增加; 而在 m_2 点, 物光和参考光之间的光程差始终是增加的。根据这个分析, 可知要使X射线无

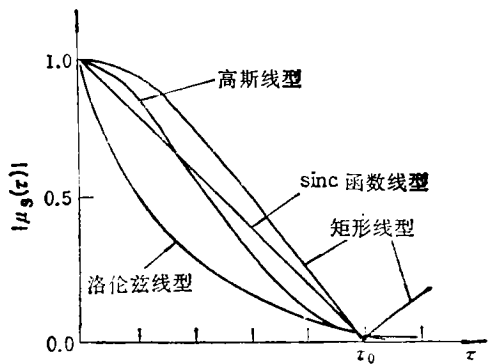


图 3 四种典型光源的时间相干度随光程差的变化
 $\tau_0 = L_c/C; \tau = |L_r - L_0|/C$

透镜傅里叶变换全息图获得和参考点源半径相当的最小分辨距离, 只须确保从距参考点源最远的物点发出并传播到全息图 m_2 点上的物光, 和传播到同一点的参考光之间的光程差小于相干长度。考虑了零级衍射和一级衍射的分离条件后, 这个结论不变。

下面计算 X 射线无透镜傅里叶变换全息对时间相干性的要求。从菲涅耳波带片传播到全息图点 m_2 的参考光的光程为

$$L_r = [(f+z)/z](z^2 + r_0^2)^{1/2}. \quad (15)$$

从菲涅耳波带片经距参考点源最远的物点传播到全息图 m_2 点的物光光程为

$$L_0 = f + \{z^2 + [r_0 - 4(u - u_0)_m]^2\}^{1/2}, \quad (16)$$

因而要求 X 射线源的时间相干长度 L_c 满足

$$\begin{aligned} L_c &\geq |L_r - L_0| \\ &= [(f+z)/z](z^2 + r_0^2)^{1/2} - f - \{z^2 \\ &\quad + [r_0 - 4(u - u_0)_m]^2\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (17)$$

将上式作二项式展开并取一次近似, 得

$$L_c \geq (fr_0^2/2z^2) - [8(u - u_0)_m^2/z] + [4r_0(u - u_0)_m/z]. \quad (18)$$

因为 $r_0/z = r_z/f$, 所以

$$\begin{aligned} L_c &\geq (r_z^2/2f) - [8(u - u_0)_m^2/z] + [4r_z(u - u_0)_m/f] \\ &= (r_z/2f)[r_z + 8(u - u_0)_m] - [8(u - u_0)_m^2/z]. \end{aligned} \quad (19)$$

设 $\Delta d_f = 0.61\lambda f/r_z$, 则

$$\begin{aligned} L_c &\geq (0.186\lambda^2 f/\Delta d_f^2) + (2.44\lambda/\Delta d_f)(u - u_0)_m - 8(u - u_0)_m^2/z, \\ \lambda/\Delta\lambda &\geq (0.186\lambda f/\Delta d_f^2) + (2.44/\Delta d_f)(u - u_0)_m - 8(u - u_0)_m^2/\lambda z, \end{aligned} \quad (20)$$

当 λ, r_z, f, z 和 $(u - u_0)_m$ 等各参量确定后, 就可根据这些参量求出最小分辨距离 Δd_f 所要求的相干长度和单色性。

如果在拍摄 X 射线无透镜傅里叶变换全息图时, 在全息图上用 X 射线光阑挡掉样品的零级衍射斑^[9], 则可消除由于较强的零级衍射引起的非线性感光。当样品的自相关足够弱时, 可忽略正负一级衍射与零级衍射的分离条件。这样, 样品和参考点源便可无限靠近, 从而进一步降低对 X 射线源时间相干性的要求。这时, 物中心和参考点源的距离为

$$d \geq (u - u_0)_m.$$

经过类似的推导, 可得最小分辨距离 Δd_f 所要求的相干长度和单色性为

$$L_c \geq (0.186\lambda^2 f/\Delta d_f^2) + (1.22\lambda/\Delta d_f)(u - u_0)_m - [2(u - u_0)_m^2/z], \quad (21)$$

$$\lambda/\Delta\lambda \geq (0.186\lambda f/\Delta d_f^2) + (1.22/\Delta d_f)(u - u_0)_m - [2(u - u_0)_m^2/\lambda z]. \quad (22)$$

以上结果表明, X 射线无透镜傅里叶变换全息所要求的 X 射线源的相干长度、单色性和分辨率与样品半径成二次线型关系。

同轴全息图 根据前面结果

$$[(x - u)^2 + (y - v)^2]^{1/2} \leq \lambda z f_c = r_m, \quad (23)$$

每一点物光和参考光干涉区域的最大半径为

$$r_m = \lambda z f_c. \quad (24)$$

因此从各物点发出的物光和参考光的光程差, 在记录其点物波面积边缘上最大。当最大光程差小于 X 射线源的时间相干长度时, 则有可能获得和记录介质截止频率相当的分辨

率。当X射线源的时间相干性达不到上述要求时，X射线同轴全息图的分辨率将小于记录介质截止频率。

从物平面传播到全息图上的参考光的光程为

$$L_r = z.$$

从各物点传播到记录其点物波面积边缘上的光程为

$$L_0 = (z^2 + r_m^2)^{1/2},$$

因而要求X射线源的时间相干长度 L_c 满足

$$\begin{aligned} L_c &\geq |L_r - L_0| \\ &= r_m^2 / 2z \\ &= \lambda^2 z f_c^2 / 2. \end{aligned} \quad (25)$$

设 $\Delta d_i = f_c^{-1}$ ，则

$$\begin{aligned} L_c &\geq \lambda^2 z / 2 \Delta d_i^2, \\ \lambda / \Delta \lambda &\geq \lambda z / 2 \Delta d_i^2. \end{aligned} \quad (26)$$

当 λ, f_c 和 z 确定后，即可求出最小分辨距离 Δd_i 所要求的相干长度和单色性。

以上结果表明X射线同轴全息所要求的X射线源的相干长度、单色性和分辨率的平方以及样品到全息图的距离成正比，而和样品尺寸无关。这一结论是在样品尺寸足够小，不足以影响参考光的条件下才成立的。

五、结 论

由以上讨论可知，在完全相干光的条件下，X射线无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离不可能小于记录时用的X射线聚束器的焦斑或滤波小孔的半径，而X射线同轴全息图不可能获得比记录介质的截止频率更高的分辨率；在空间相干、时间部分相干的条件下，X射线无透镜傅里叶变换全息所要求的X射线源的相干长度和分辨率与样品半径成二次线型关系。X射线同轴全息所要求的X射线源的相干长度、单色性和分辨率的平方以及样品到全息图的距离成正比，而和样品尺寸无关。随着X射线全息图分辨率的提高，其所要求的X射线源的相干长度将大幅度增长。

- [1] D. Gabor, *Nature (London)*, **161**(1948), 777.
- [2] A. V. Baez, *J. Opt. Soc. Am.*, **42**(1952), 756.
- [3] S. Aoki and S. Kikuta, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **13**(9) (1974), 1385.
- [4] B. Reuter and H. Mahr, *J. Phys.*, **E9**(1976), 746.
- [5] V. V. Aristov, *Opt. Commun.*, **34**(1980), 332.
- [6] M. Howells *et al.*, *Science*, **238**(1987), 514.
- [7] J. E. Trees, *Science*, **238**(1987), 517.
- [8] C. Jacobsen *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**(1990), 1847.
- [9] I. McNulty *et al.*, *Science*, **256**(1992), 1009.
- [10] A. Kozma and J. S. Zelenka, *J. Opt. Soc. Am.*, **60**(1970), 34.
- [11] M. 玻恩、E. 沃尔夫, 光学原理, 科学出版社, 北京, (1981), 第671至676页。
- [12] 陈晃明编著, 全息光学设计, 科学出版社, 北京, (1987), 第10至11页。
- [13] J. C. Solem and G. F. Chapine, *Opt. Eng.*, **23**(1984), 198.

ANALYSIS TO EFFECT OF MAIN FACTORS ON RESOLUTION INVOLVED IN X-RAY HOLOGRAM RECORDING

ZHU PEI-PING XIAO TI-QIAO CHEN JIAN-WEN XU ZHI-ZHAN

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201806

(Received 29 June 1993)

ABSTRACT

Some main factors having influence on the resolution of X-ray holograms are analyzed theoretically. The smallest resolving distance of X-ray lensless Fourier transform holograms can not be less than the radius of the focus spot of the X-ray condenser or the filter aperture used in recording, and the resolution of X-ray in-line holograms can not be higher than the cutoff frequency of recording material, under the condition that X-ray is perfectly coherent. Relationships between the coherent length required by X-ray lensless Fourier transform holography and the resolution, and the radius of the object are quadric; and the coherent length requested by X-ray in-line holography is proportional to the square of the resolution and does not change with the size of object, under the condition that X-ray is partially coherent. With the resolution of X-ray holograms raised, the required coherent length will be increased by a large amount.

PACC: 4240; 0785