

光折变相位栅的衍射性质

郭 儒 凌振芳

南开大学物理系, 天津 300071

1993 年 7 月 16 日收到

基于前向四波混频模型, 在弱读出光强和强读出光强两种情况下, 以及光折变相位栅相对干涉条纹的空间相移为任意值的条件下, 给出了光折变相位栅的衍射效率的解析表达式。

PACC: 4240; 7240

一、引言

光折变非线性光学的特点是在低功率激光作用下, 在方便的时间尺度上观察各种非线性光学效应, 因此引起人们对它的极大研究兴趣。在光折变效应的各种应用中, 都涉及光折变相位栅的衍射性质。描述相位栅衍射性质最重要的物理量是它的衍射效率。衍射效率描述读出光束中有多少光能流将转移至衍射光束中。它被定义为 $\eta = I_D(L)/I_R(0)$, 其中 $I_D(L)$ 是出射的衍射光光强, $I_R(0)$ 是入射的读出光强。由于衍射效率是一个十分重要的光栅特性指标, 最近陆续有许多文献专门讨论光折变相位栅的衍射效率, 并在各种特殊情况下给出衍射效率的解析表达式^[1,2], 以及在一般情况下的数值分析^[2]。

本文基于前向四波混频模型^[3,4], 就同时写-读过程中弱读出(读出光强与写入光强相比, 可忽略不计)和强读出(读出光强与写入光强可相比较)两种情况, 分别给出光折变相位栅的衍射效率的一般解析表达式, 并就通常同时写-读的两种测量衍射效率的实验方法所对应的衍射效率公式进行说明。在弱读出条件下所给出的衍射效率的一般表达式与 Kukhtarev 等人的结果一致^[4]。不过在 Kukhtarev 等人的文章中并未给出衍射效率公式的任何推导和使用说明。正因为如此也影响了人们对该公式的应用。而且从我们的推导中可以看出该公式在弱读出近似下是正确的公式, 并不存在如一些文献所说的有什么不足之处^[1]。因此我们认为该公式可以作为在弱读出实验条件下测量衍射效率的理论公式加以对比使用。在强读出情况下所给出的衍射效率的一般表达式, 是一个适用于一般情况下的有用的公式, 而文献[2]只给出在一般情况下的数值结果。该公式在相位栅相对干涉条纹空间相移 $\phi = \pi/2$ 和 $\phi = 0$ 两种特殊情况下, 分别化为文献[2]给出的解析结果。

二、弱读出衍射效率

假定相干的两束写入光 A_w 和 B_w 对称地以 2θ 夹角入射在厚度为 L 的光折变晶

体上,并通过光折变效应写入动态体相位栅 $A_w B_w^*/I_0$, 其中 $I_0 = |A_w|^2 + |B_w|^2$. 为了计算该相位栅的衍射效率,现将非相干的第三束光 A 作为该光栅的读出光,以布喇格角入射在该体相位栅上,如图 1 所示. 读出光 A 经光折变相位栅衍射后产生出第四束衍射光 B . 在布喇格条件下,有

$$k_{A_w} - k_{B_w} = k_A - k_B = K_G, \quad (1)$$

其中 K_G 是光栅波矢,写入光束 A_w , B_w 的干涉条纹通过光折变效应在光折变晶体内所引起的折射率指数的空间调制变化为

$$n = n_0 + \left(\frac{n_1}{2I_0} e^{-i\phi} A_w B_w^* e^{-iK_G \cdot r} + \text{c.c.} \right), \quad (2)$$

其中 n_1 是与光折变过程有关的物理量. 假定读出光强很弱,以致 $I_A(0) \ll I_{A_w}(0)$, $I_{B_w}(0)$, 故光束 A 和 B 在光折变晶体内的影响可忽略不计. 在这种弱读出近似下,读出光 A 和衍射光 B 在该相位栅(2)式的耦合作用下,在慢变振幅近似和忽略吸收条件下,其耦合波方程为

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dx} &= -\frac{\gamma}{2I_0} A_w B_w^* B, \\ \frac{dB}{dx} &= \frac{\gamma^*}{2I_0} A_w^* B_w A, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 γ 为复耦合系数,定义为

$$\begin{aligned} \gamma &= i \frac{2\pi n_1 e^{-i\phi}}{\lambda \cos \theta} \equiv \Gamma + i2\Gamma', \\ \Gamma &= \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \sin \phi, \quad \Gamma' = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta} \cos \phi. \end{aligned} \quad (4)$$

方程组(3)中的光栅 $A_w B_w^*/I_0$ 由写入光束的耦合波方程给出:

$$\begin{aligned} \frac{dA_w}{dx} &= -\frac{\gamma}{2I_0} A_w B_w^* B_w, \\ \frac{dB_w}{dx} &= \frac{\gamma^*}{2I_0} A_w^* B_w A_w. \end{aligned} \quad (5)$$

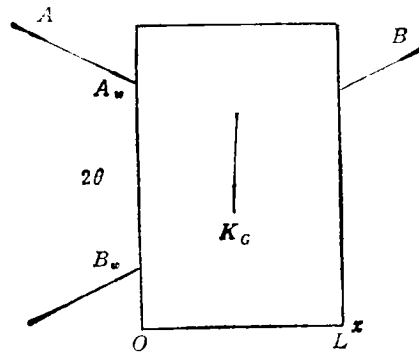


图 1 前向四波混频光路图

方程(3)和(5)有如下守恒律:

$$A_w A_w^* + B_w B_w^* = I_0, \quad (6a)$$

$$A A^* + B B^* = I_A(0), \quad (6b)$$

$$A^* A_w + B^* B_w = A^*(0) A_w(0). \quad (6c)$$

引入新的变量

$$f(x) = \frac{A(x)}{A_w(x)}, \quad g(x) = \frac{B(x)}{B_w(x)},$$

并利用守恒律(6)式,方程组(3)和(5)可化为

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \frac{\gamma}{2I_0} (I_0 f - A(0) A_w^*(0)), \\ \frac{dg}{dx} &= \frac{\gamma^*}{2I_0} (A(0) A_w^*(0) - I_0 g). \end{aligned} \quad (7)$$

联立微分方程组(7),在边界条件 $f(0) = A(0)/A_w(0)$ 和 $g(0) = 0$ 的解为

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(f(0) - \frac{A(0) A_w^*(0)}{I_0} \right) e^{\gamma x/2} + \frac{A(0) A_w^*(0)}{I_0}, \\ g(x) &= \frac{A(0) A_w^*(0)}{I_0} (1 - e^{-\gamma^* x/2}). \end{aligned} \quad (8)$$

将(6b)式化为

$$|f(x)|^2 A_w(x) A_w(x)^* + |g(x)|^2 B_w(x) B_w(x)^* = I_A(0),$$

并利用关系(6a)式,可给出

$$B_w(x) B_w(x)^* = \frac{I_0 |f(x)|^2 - I_A(0)}{|f(x)|^2 - |g(x)|^2}.$$

由定义

$$I_B(x) = B(x) B(x)^* = |g(x)|^2 B_w(x) B_w(x)^*,$$

便可给出在弱读出情况下衍射光 B 的光强:

$$I_B(x) = \frac{|g(x)|^2 (I_0 |f(x)|^2 - I_A(0))}{|f(x)|^2 - |g(x)|^2}. \quad (9)$$

从而弱读出的衍射效率公式为

$$\eta = \frac{I_B(L)}{I_A(0)} = \frac{2\beta}{1+\beta} \frac{e^{\Gamma L/2} \left(\cosh \frac{\Gamma L}{2} - \cos \Gamma' L \right)}{1 + \beta e^{\Gamma L}}, \quad (10)$$

其中 $\beta = I_{Bw}(0)/I_{Aw}(0)$ 为写入光强比. 在弱读出近似下的衍射效率(10)式也是文献[4]的结果. 在 $\phi = \pi/2$ 的特殊情况下,(10)式退化为

$$\eta = \frac{\beta}{1+\beta} \frac{(e^{\Gamma L/2} - 1)^2}{1 + \beta e^{\Gamma L}}. \quad (11)$$

上式也是文献[1]的结果. 在该文献中考虑了因双光束能量转移引起相位栅振幅空间不均匀的影响,但没有涉及双光束耦合中的位相交换的影响,后者将引起相位栅的倾斜. 因此文献[1]只讨论了 $\phi = \pi/2$ 的特殊情况. 在忽略吸收条件下,文献[1]的结果为

$$\eta = \sin(\tan^{-1}\sqrt{\beta}e^{\Gamma L/2} - \tan^{-1}\sqrt{\beta}). \quad (11')$$

不难验证(11)和(11')式是等价的。事实上,通过令 $\varphi = \tan^{-1}\sqrt{\beta}e^{\Gamma L/2} - \tan^{-1}\sqrt{\beta}$, 于是有

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{\beta}(e^{\Gamma L/2} - 1)}{1 + \beta e^{\Gamma L/2}},$$

$$\sin^2 \varphi = \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{(e^{\Gamma L/2} - 1)^2}{1 + \beta e^{\Gamma L}}.$$

这正是(11)式的结果。在 Γ 趋于零的极限条件下,(11)和(11')式都退化为

$$\eta = \sin\left(\frac{\pi n_1 L}{\lambda \cos \theta}\right). \quad (12)$$

(12)式是振幅恒定(空间均匀分布)相位栅衍射效率表达式。它首先由 Kogelnik 给出^[5]。

由以上分析可见,在不同的条件下,弱读出的衍射效率公式各不相同,因此在理论计算与实验对比时,应分情况而论。

三、强读出衍射效率

当使用较强光强的读出光(即读出光强与写入光强可相比较的情况),对光折变相位栅进行读出时,读出光及其衍射光的影响不再可以忽略。正如文献[2]所指出,这时读出光及其衍射光在光折变晶体内写入新的相位光栅 AB^*/I_0 (其中 $I_0 = I_{A_w} + I_{B_w} + I_A + I_B$),因此在强读出下,光折变晶体内同时写入两种光栅,在这两个相位栅的耦合作用下,四波 (A_w, B_w, A 和 B) 前向混频的耦合波方程为^[2,3]

$$\begin{aligned} \frac{dA_w}{dx} &= -\frac{\gamma}{2I_0} (A_w B_w^* + AB^*) B_w, \\ \frac{dB_w}{dx} &= \frac{\gamma^*}{2I_0} (A_w^* B_w + A^* B) A_w, \\ \frac{dA}{dx} &= -\frac{\gamma}{2I_0} (A_w B_w^* + AB^*) B, \\ \frac{dB}{dx} &= \frac{\gamma^*}{2I_0} (A_w^* B_w + A^* B) A. \end{aligned} \quad (13)$$

该方程组有如下守恒律:

$$\begin{aligned} I_A(x) + I_B(x) &= I_A(0), \\ I_{A_w}(x) + I_{B_w}(x) &= I_{A_w}(0) + I_{B_w}(0), \\ A^* A_w + B^* B_w &= b = A^*(0) A_w(0). \end{aligned} \quad (14)$$

类似于前面讨论,定义新的变量 $f = A/A_w, g = B/B_w$, 于是方程组(13)化为

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \frac{\gamma}{2I_0} (bf^2 - \sigma f - b^*), \\ \frac{dg}{dx} &= -\frac{\gamma^*}{2I_0} (bg^2 - \sigma g - b^*). \end{aligned} \quad (15)$$

联立微分方程组(15),在边界条件 $f(0) = A(0)/A_w(0)$ 和 $g(0) = 0$ 下的解为^[2]

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{A(x)}{A_w(x)} = \frac{sf(0) - (\sigma f(0) + 2b^*)\text{th}\kappa x}{s + (\sigma - 2bf(0))\text{th}\kappa x}, \\ g(x) &= \frac{B(x)}{B_w(x)} = \frac{2b^*\text{th}\kappa^*x}{s - \sigma\text{th}\kappa^*x}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $s^2 = \sigma^2 + 4|b|^2$, $\sigma = I_A(0) - (I_{Aw}(0) + I_{Bw}(0))$, $b = A^*(0)A_w(0)$, $\kappa = s\gamma/4I_0 \equiv \kappa_R + i\kappa_I$. 类似于弱读出情况的讨论,由(14)和(16)式可以给出强读出的衍射光光强:

$$\begin{aligned} I_B(x) &= B(x)B(x)^* = |g(x)|^2 B_w(x)B_w(x)^* \\ &= \frac{|g(x)|^2 [(I_{Aw}(0) + I_{Bw}(0)) |f(x)|^2 - I_A(0)]}{|f(x)|^2 - |g(x)|^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

于是在强读出情况下的衍射效率为

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{I_B(L)}{I_A(0)} \\ &= \frac{4I_{Aw}(0)I_{Bw}(0)\text{th}\kappa L\text{th}\kappa^*L}{s^2(1 + \text{th}\kappa L\text{th}\kappa^*L) - s(I_A(0) + I_{Aw}(0) - I_{Bw}(0))(\text{th}\kappa L + \text{th}\kappa^*L)}. \end{aligned} \quad (18)$$

方程(18)是在强读出条件下的衍射效率的一般公式(文献[2]只给出强读出衍射效率的数值分析)。它指出衍射效率不仅与写入光强有关,而且还与读出光强有关,同时还与空间相移 ϕ 及耦合系数有关。在不同条件下,通过求极值可给出所对应的最大衍射效率。不难验证,在 $\phi = \pi/2$ 条件下,(18)式化为

$$\eta = \frac{4I_{Aw}(0)I_{Bw}(0)\text{th}^2\kappa_R L}{s^2(1 + \text{th}^2\kappa_R L) - 2s(I_A(0) + I_{Aw}(0) - I_{Bw}(0))\text{th}\kappa_R L}. \quad (19)$$

在 $\phi = 0$ 条件下,(18)式退化为

$$\eta = \frac{4I_{Aw}(0)I_{Bw}(0)}{(I_A(0) + I_{Aw}(0) - I_{Bw}(0))^2 + 4I_{Aw}(0)I_{Bw}(0)} \sin^2\kappa_I L. \quad (20)$$

(19)和(20)式也是文献[2]给出的解析结果。

当用弱读出光强进行读出时,由于 $I_A(0) \ll I_{Aw}(0)$, $I_{Bw}(0)$, 于是有 $s = I_0 = I_{Aw}(0) + I_{Bw}(0)$. 并注意到 $\kappa_R = \Gamma/4$, $\kappa_I = \Gamma/2$, (18)式便化为(10)式。可见衍射效率(18)式描述了在同时写-读过程中,最一般意义下的光折变相位栅的衍射性质。在实际测量中,如果在同时写-读过程中所使用的读出光强不可忽略时,这时必须考虑读出光与其衍射光所写入新光栅的影响,因此衍射效率应由(18)式来描述。

四、结 论

基于前向四波混频模型,本文讨论了在一般意义下,即光折变过程涉及扩散、漂移和光生伏打迁移机制,用任意读出光强在同时写-读过程中光折变相位栅的衍射效率。分别在弱读出光强和强读出光强两种情况下,给出了光折变相位栅的衍射效率公式(10)和(18)。在弱读出条件下,衍射效率公式(10)与文献[4]的结果相同。在强读出情况下的衍射效率公式由(18)式描述,该公式指出强读出的衍射效率与写入光强和读出光强有关,而

且也与光栅相对记录干涉条纹的空间相移 ϕ 及材料的电光系数有关。该公式对于非局域响应和局域响应的光折变材料分别退化为(19)和(20)两式,这也是文献[2]的解析结果。

- [1] J. Hong and R. Saxena, *Opt. Lett.*, **16**(1991), 180.
- [2] R. Saxena, C. Gu and P. Yeh, *J. Opt. Soc. Am.*, **B8**(1991), 1047.
- [3] B. Fischer *et al.*, *Opt. Lett.*, **11**(1986), 239.
- [4] N. V. Kukhtarev *et al.*, *Ferroelectrics*, **22**(1979), 949.
- [5] H. Kogelnik, *Bell Syst. Tech. J.*, **48**(1969), 2909.

DIFFRACTION PROPERTIES OF PHOTOREFRACTIVE GRATINGS

GUO RU LING ZHEN-FANG

Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071

(Received 16 July 1993)

ABSTRACT

Based on the forward four-wave mixing model, we obtain analytic expressions for the diffraction efficiency of the photorefractive gratings with weak reading beam and strong reading beam intensity respectively for various values of the spatial phase shift between index change and fringe pattern.

PACC: 4240; 7240