

非共振双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子的偶极压缩*

詹佑邦¹⁾

淮阴师范专科学校物理系, 淮阴 223001

1993年6月11日收到

考虑到失谐量和初始原子相干性,研究了双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子的压缩行为。研究表明,失谐量对场-原子相互作用中的原子压缩行为的影响很大。通过数值计算,还讨论了初始平均光子数与原子压缩的关系。

PACC: 4250

一、引言

反映辐射场与物质相互作用的 Jaynes-Cummings 模型^[1](简称 J-C 模型)是量子光学中一个严格可解的理想模型。近年来,对它已有广泛的研究,诸如辐射场的压缩效应^[2-4],光子的反聚束统计分布^[5],原子反转的崩溃和再生^[6-8],真空场的 Rabi 振荡^[9]等。不久前,J-C 模型已在高 Q 值微波谐振腔中单个 Rydberg 原子动力学性质的实验研究中得到证实^[10]。这使得人们对 J-C 模型的研究从此不仅具有学术意义,而且还具有实际价值。

与辐射场的压缩效应一样,近年来原子的压缩效应亦引起了人们极大的兴趣。Walls 和 Zoller^[11]首先研究了共振荧光中原子的压缩效应。此后,人们对 J-C 模型中原子的压缩行为作了许多研究^[12-15]。然而,在已有的研究中,或是仅考虑原子初始时处于纯态的情形^[12-14],或是考虑了初始原子的相干性,但未虑及非共振(失谐)情形^[15]。至于对既考虑原子初始相干性,又考虑失谐量情况下原子压缩的研究,则至今未见报道。由于原子的相干性及失谐量是实际系统所真实存在的,因而研究它们对原子的偶极压缩行为的影响就很有必要。本文计及初始原子的相干性和失谐量,研究了双光子 J-C 模型中各种因素对原子压缩的影响。

二、理论处理

描述辐射场与单个二能级原子的双光子相互作用 J-C 模型的哈密顿量,在旋波近

* 江苏省教育委员会自然科学基金资助的课题。

1) 中国高等科学技术中心(世界实验室),北京 100080。

似下可表为

$$H = \omega a^+ a + \omega_0 s_3 + \varepsilon (s_+ a^2 + a^{+2} s_-), \quad (\hbar = 1), \quad (1)$$

式中 s_3 和 $s_{\pm}$ 分别是原子的能量算符和跃迁算符, ω_0 是其跃迁频率, a^+ 和 a 分别是辐射场光子产生算符和湮没算符, ω 是辐射场的频率, ε 是场-原子的耦合常数。

假定初始时原子处于基态和激发态的相干迭加态

$$|A(0)\rangle = \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix}, \quad (2)$$

辐射场处于相干态

$$|F(0)\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (3)$$

式中 A_+ 和 A_- 分别是原子处在激发态和基态的几率幅, 它们满足 $|A_+|^2 + |A_-|^2 = 1$; $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$, $|\alpha|^2 = \bar{n}$ 是初始平均光子数。

为了讨论原子的压缩效应, 定义两个位相正交的缓变的原子偶极矩分量振幅算符^[14]

$$s_1 = \frac{1}{2} (s_+ e^{-i\omega_0 t} + s_- e^{i\omega_0 t}), \quad (4a)$$

$$s_2 = \frac{1}{2i} (s_+ e^{-i\omega_0 t} - s_- e^{i\omega_0 t}). \quad (4b)$$

根据文献[14]和[16]的结果和方法, 由(1)–(4)式, 可以得到系统演化至任意时刻 t 时原子算符的平均值

$$\begin{aligned} \langle s_1 \rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left\{ \varepsilon \bar{n} \left[A_-^2 \left(\cos g_n^- t \sin(\Delta t + 2\theta) \right. \right. \right. \\ & - \frac{\Delta}{2} \frac{\sin g_n^- t}{g_n^-} \cos(\Delta t + 2\theta) \left. \right) \frac{\sin g_{n+2}^- t}{g_{n+2}^-} \\ & - A_+^2 \left(\cos g_{n+2}^+ t \sin(\Delta t + 2\theta) \right. \\ & - \frac{\Delta}{2} \frac{\sin g_{n+2}^+ t}{g_{n+2}^+} \cos(\Delta t + 2\theta) \left. \right) \frac{\sin g_n^+ t}{g_n^+} \left. \right] \\ & + A_+ A_- \left[\left(\cos g_n^+ t \cos g_n^- t - \frac{\Delta^2}{4} \frac{\sin g_n^+ t \sin g_n^- t}{g_n^+ g_n^-} \right) \cos \Delta t \right. \\ & + \frac{\Delta}{2} \left(\frac{\sin g_n^+ t \cos g_n^- t}{g_n^+} + \frac{\sin g_n^- t \cos g_n^+ t}{g_n^-} \right) \sin \Delta t \\ & \left. \left. + (\varepsilon \bar{n})^2 \frac{\sin g_n^+ t \sin g_{n+4}^- t}{g_n^+ g_{n+4}^-} \cos(\Delta t + 4\theta) \right] \right\}, \quad (5a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle s_2 \rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left\{ \varepsilon \bar{n} \left[A_-^2 \left(\cos g_n^+ t \cos(\Delta t + 2\theta) \right. \right. \right. \\ & + \frac{\Delta}{2} \frac{\sin g_n^- t}{g_n^-} \sin(\Delta t + 2\theta) \left. \right) \frac{\sin g_{n+2}^- t}{g_{n+2}^-} \\ & - A_+^2 \left(\cos g_{n+2}^+ t \cos(\Delta t + 2\theta) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\Delta}{2} \frac{\sin g_{n+2}^+ t}{g_{n+2}^+} \sin(\Delta t + 2\theta) \frac{\sin g_n^+ t}{g_n^+} \Bigg] \\
& + A_+ A_- \left[\left(-\cos g_n^+ t \cos g_n^- t + \frac{\Delta^2}{4} \frac{\sin g_n^+ t \sin g_n^- t}{g_n^+ g_n^-} \right) \sin \Delta t \right. \\
& + \frac{\Delta}{2} \left(\frac{\sin g_n^+ t \cos g_n^- t}{g_n^+} + \frac{\sin g_n^- t \cos g_n^+ t}{g_n^-} \right) \cos \Delta t \\
& \left. - (\varepsilon n)^2 \frac{\sin g_n^+ t \sin g_{n+4}^- t}{g_n^+ g_{n+4}^-} \sin(\Delta t + 4\theta) \right] \Bigg\}, \quad (5b)
\end{aligned}$$

$$\langle s_1^z \rangle = \langle s_2^z \rangle = 1/4, \quad (5c)$$

$$\begin{aligned}
\langle s_3 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \Bigg\{ & A_+^2 \left[\frac{1}{2} - \varepsilon^2 (n+1)(n+2) \frac{\sin^2 g_n^+ t}{(g_n^+)^2} \right] \\
& - A_-^2 \left[\frac{1}{2} - \varepsilon^2 n(n-1) \frac{\sin^2 g_n^- t}{(g_n^-)^2} \right] \Bigg\}, \quad (5d)
\end{aligned}$$

式中

$$g_n^+ = \left[\left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 + \varepsilon^2 (n+1)(n+2) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6a)$$

$$g_n^- = \left[\left(\frac{\Delta}{2} \right)^2 + \varepsilon^2 n(n-1) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6b)$$

$$\Delta = \omega_0 - 2\omega \quad (\text{失谐量}), \quad (6c)$$

$$P_n = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}. \quad (6d)$$

为讨论方便,定义一个反映原子压缩的参量

$$F_j = \frac{(\Delta s_j)^2 - \frac{1}{2} |\langle s_3 \rangle|}{\frac{1}{2} |\langle s_3 \rangle|}, \quad (j = 1, 2), \quad (7)$$

式中 $(\Delta s_j)^2$ 是原子偶极矩分量 $s_j (j = 1, 2)$ 的均方涨落. 若原子存在压缩效应, 则要求^[14]

$$F_j < 0 \quad (j = 1, 2). \quad (8)$$

选取参数组 A_+ (或 A_-), Δ, θ 和 $\bar{n}$ 的不同数值, 由(5)和(7)式可得到压缩参量 $F_j (j = 1, 2)$ 的数值解. 由数值计算发现, 若选取适当的参数, $F_j (j = 1, 2)$ 可小于零, 这表明原子偶极矩的 $s_j (j = 1, 2)$ 分量的涨落有可能被压缩. 为了简明, 在以下的讨论中始终取 $\theta = \pi/2$.

三、计算结果和讨论

首先考虑初始时原子处于基态 ($A_+ = 0$) 的情况 (取 $\bar{n} = 1.2$). 数值计算表明, 当

系统处于共振($\Delta = 0$)情况时,在正交分量 s_1 上不存在原子的偶极压缩(图 1(a)).而在分量 s_2 上可有压缩存在(图 2(a)).但当系统处于非共振(失谐)情况时,则不仅 s_2 分量存在压缩,在 s_1 分量上亦存在压缩.当失谐量较小时($\Delta = \epsilon$),原子 s_1 分量与 s_2 分量的压缩均具有明显的周期性(图 1(b)和图 2(b)).当失谐量增大时($\Delta = 10\epsilon$),压缩仅出现在初始一段时间内,不再具有周期性(图 1(c)和图 2(c)).当失谐量增至 $\Delta = 100\epsilon$,原子 s_1 和 s_2 分量的均方涨落都将出现强烈的快速振荡,并在较长时间内呈现非周期性的压缩(图 1(d)和图 2(d)).计算表明,在这种情况下($\Delta = 100\epsilon$),原子 s_1 和 s_2 分量的压缩将交替出现,即系统的原子偶极矩分量将处于交替压缩的状态,但这时 s_1 和 s_2 分量的相对压缩量将明显减小,远小于共振($\Delta = 0$)或较小失谐($\Delta = \epsilon$)时的情形.

数值计算表明,原子的压缩与初始时原子的状态有关.当初始原子处于激发态时($A_+ = 1$),仅在共振情况下, s_2 分量可呈现压缩(图 3(b)),而 s_1 分量不存在压缩(图 3(a)).至于在非共振情况, s_1 和 s_2 分量均不存在压缩.

现在考察初始时原子处于基态与激发态的相干迭加态时的偶极压缩.我们讨论 $A_+ = \sqrt{0.20}$ 时的情形.计算表明,在共振情况下,原子 s_1 和 s_2 分量仅在初始短时间

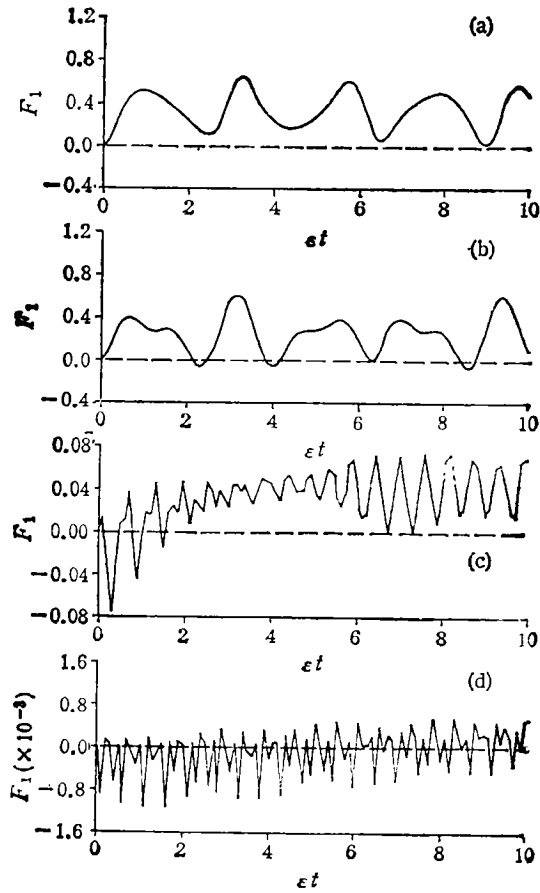


图1 原子压缩参量 F_1 的时间演化
 $A_+ = 0$; $\bar{n} = 1.2$. (a) $\Delta = 0$; (b) $\Delta = \epsilon$; (c) $\Delta = 10\epsilon$; (d) $\Delta = 100\epsilon$

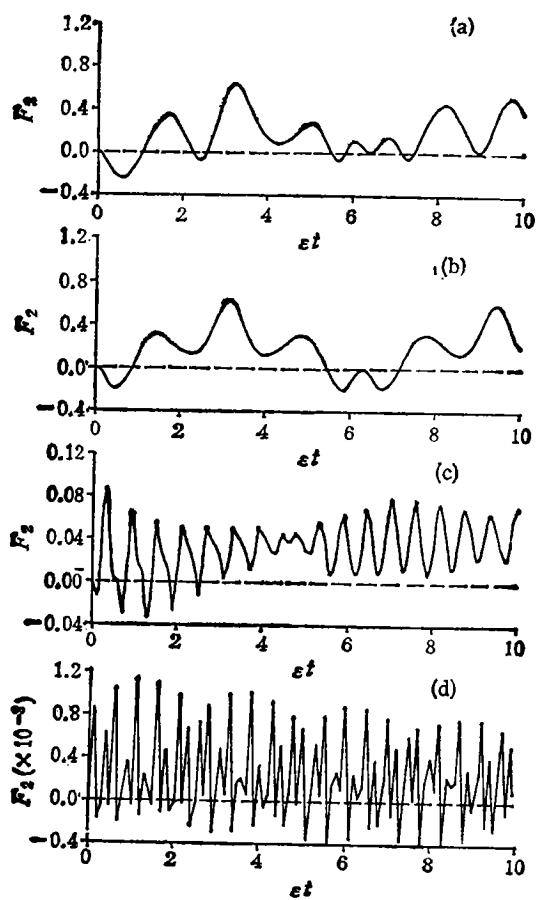


图2 原子压缩参量 F_2 的时间演化
 $A_+ = 0$; $\bar{n} = 1.2$. (a) $\Delta = 0$; (b) $\Delta = \varepsilon$; (c) $\Delta = 10\varepsilon$; (d) $\Delta = 100\varepsilon$

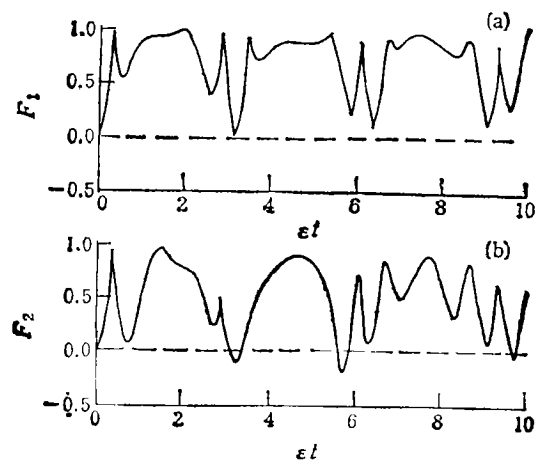


图3 原子压缩参量 $F_{1,2}$ 的时间演化
 $A_+ = 1$; $\Delta = 0$; $\bar{n} = 1.2$

内呈现压缩(图 4(a)和图 5(a))。当系统存在小的失谐量时 ($\Delta = \varepsilon$), s_1 和 s_2 分量均呈现周期性的压缩(图 4(b)和图 5(b))。但当失谐量继续增大时(如 $\Delta = 10\varepsilon$), s_1 分量

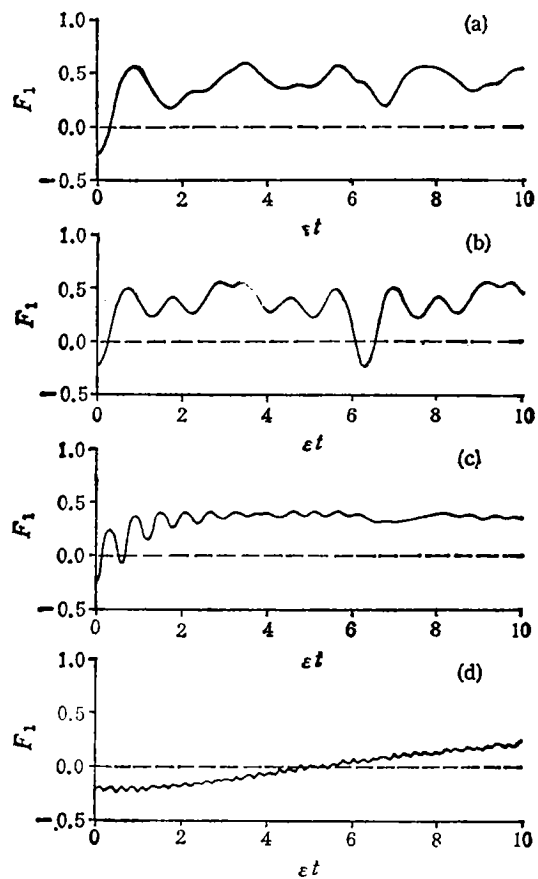


图 4 原子压缩参量 F_1 的时间演化 $A_+ = \sqrt{0.2}$; $\bar{n} = 1.2$.
(a) $\Delta = 0$; (b) $\Delta = \varepsilon$; (c) $\Delta = 10\varepsilon$; (d) $\Delta = 100\varepsilon$

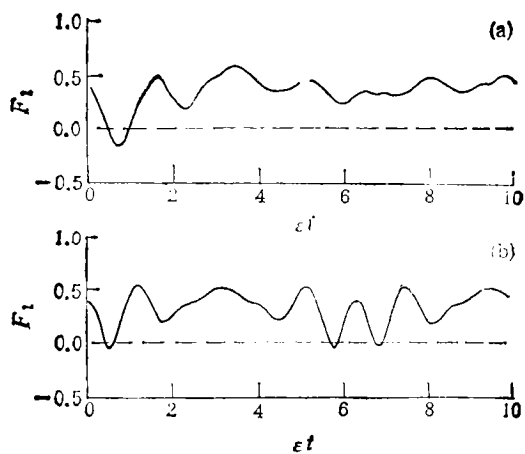


图 5 原子压缩参量 F_2 的时间演化 $A_+ = \sqrt{0.2}$; $\bar{n} = 1.2$.
(a) $\Delta = 0$; (b) $\Delta = \varepsilon$

将不再存在压缩, 而 s_1 分量则仍可存在压缩. 若 $\Delta = 10\varepsilon$, s_1 分量的压缩仅存在于初时短时间内(图 4(c)). 当 $\Delta = 100\varepsilon$ 时, s_1 分量压缩存在的时间则明显延长(图 4(d)).

归结以上的讨论, 我们看到: 对于初始时处于纯态如基态的原子系统, 在共振条件下, 原子压缩仅存在于原子偶极矩振幅算符的某一正交分量上. 但若系统存在失谐, 则原子压缩在偶极矩算符的两个正交分量上均有可能呈现出来. 而对于初始时处于相干叠加态的原子系统, 在共振条件下, 原子压缩在两个正交分量上均可呈现, 但当存在失谐且失谐量逐渐增大时, 则原子压缩仅能在偶极矩算符的某一正交分量上存在. 尤其是在存在

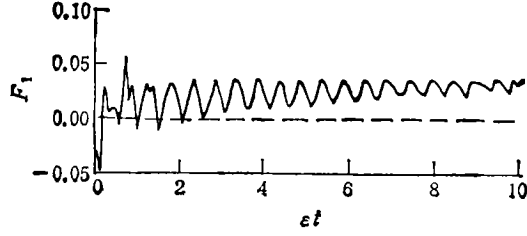


图6 原子压缩参量 F_1 的时间演化
 $A_+ = 0$; $\bar{n} = 10$; $\Delta = 100\varepsilon$

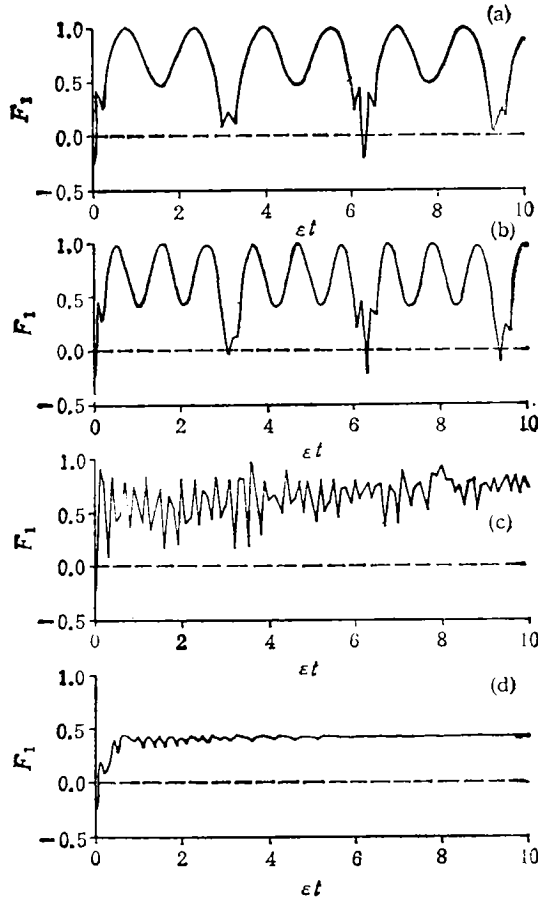


图7 原子压缩参量 F_1 的时间演化

$A_+ = \sqrt{0.2}$; $\bar{n} = 10$. (a) $\Delta = 0$; (b) $\Delta = \varepsilon$; (c) $\Delta = 10\varepsilon$; (d) $\Delta = 100\varepsilon$

原子压缩的情况下,失谐量的大小与原子相对压缩量的大小及压缩存在时间密切相关.以上结果表明,在原子-场相互作用中,原子本征频率与光场频率的失谐可对原子的偶极压缩产生极大的影响.

下面讨论初始平均光子数 $\bar{n}$ ($= |\alpha|^2$) 对原子压缩的影响. 对于初始原子处于基态 ($A_+ = 0$) 的情况,若取 $\bar{n} = 10$, 计算表明,在共振($\Delta = 0$)和失谐量不太大($\Delta = \epsilon$ 和 $\Delta = 10\epsilon$)的情况下,原子的 s_1 和 s_2 分量均不存在压缩. 当失谐量增大至 $\Delta = 100\epsilon$ 时, s_1 分量可在初始短时间内呈现压缩(图 6). 图 7 示出初始原子处于相干态加态 ($A_+ = \sqrt{0.2}$), 平均光子数 $\bar{n} = 10$ 时原子压缩的时间演化曲线. 由图 7 可见,在共振情况下,压缩将近似周期性地反复出现(图 7(a)). 但在非共振情况下,与图 4($\bar{n} = 1.2$) 的情形相比较可知,当初始平均光子数 $\bar{n}$ 增大时($\bar{n} = 10$), 原子偶极压缩存在的时间将明显缩短(图 7(b),(c),(d)).

四、结 语

考虑到初始原子相干性与失谐量,研究了双光子 J-C 模型中原子的偶极压缩. 研究表明,对于各种不同的初始原子态,原子本征频率与光场频率的失谐对双光子 J-C 模型中的原子压缩都将产生很大的影响. 原子压缩能否存在,以及原子相对压缩量的大小及压缩存在的时间都与失谐是否存在及失谐量的大小密切相关. 数值计算还表明,原子压缩能否存在及存在的时间与初始平均光子数有关. 一般说来,当初始平均光子数增加时,原子压缩存在的时间将明显缩短.

- [1] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, *Proc. IEEE*, **51**(1963), 89.
- [2] P. Meystre and M. S. Zubairy, *Phys. Lett.*, **A89**(1982), 390.
- [3] G. Compagno, J. S. Peng and F. Persico, *Opt. Commun.*, **57**(1986), 415.
- [4] C. C. Gerry, *Phys. Rev.*, **A37**(1988), 2683.
- [5] N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon and J. H. Eberly, *Phys. Rev.*, **A23**(1981), 236.
- [6] D. L. Lin, X. S. Li and Y. N. Peng, *Phys. Rev.*, **A39**(1989), 1933.
- [7] H. I. Yoo and J. H. Eberly, *Phys. Rep.*, **118**(1985), 239.
- [8] X. S. Li, D. L. Lin and C. D. Gong, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 5209.
- [9] G. S. Agarwal, *J. Opt. Soc. Am.*, **B2**(1985), 480.
- [10] G. Rempe, H. Walther and N. Klein, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 353.
- [11] D. F. Walls and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 709.
- [12] K. Wodkiewicz, *Opt. Commun.*, **51**(1984), 198.
- [13] X. S. Li, D. L. Lin and T. F. George, *Phys. Rev.*, **A40**(1989), 2504.
- [14] 周鹏、彭金生,物理学报, **38**(1989), 2044; *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 3331.
- [15] 刘世炳、黄长春、李宏,物理学报, **40**(1991), 1607.
- [16] 周鹏、彭金生,光学学报, **10**(1990), 837.

ATOMIC DIPOLE SQUEEZING IN OFF-RESONANCE TWO-PHOTON JAYNES-CUMMINGS MODEL

ZHAN YOU-BANG

Department of Physics, Huaiyin Teachers College, Huaiyin 223001

(Received 11 June 1993)

ABSTRACT

In the present paper, considering the detuning and the initial atomic coherence, dipole squeezing in two-photon Jaynes-Cummings model is investigated by means of the time-evolution operator method. The influence of the frequency detuning on the dipole squeezing in interaction of field with atom and the relation between the mean photon number and the dipole squeezing are studied by numerical calculations.

PACC: 4250