

# 耗散系统的准热力学模型\*

欧 发

(华南理工大学应用物理系, 广州 510641)

(1994年6月17日收到)

以具有自治系统一般形式的运动方程及其相应的 Fokker-Planck 方程为出发点, 确立了一种适应面比较广的耗散系统的准热力学模型。定义了与驱动项  $f$  相共轭的函数  $X$ , 取代作为上述运动方程的自由变量  $x$  ( $x$  可代表某种输出或化学反应的产物), 以状态参量  $f, X, C$  ( $C$  为控制参量) 对照参量  $p, V, T$ , 得到一系列涉及准热力学函数及其导数的基本关系式, 它们与传统热力学是一一对应的, 最后给出一个应用范例。

PACC: 0570; 6410; 0590

## 1 引 言

在文献[1]中, 将光学非线性耗散系统与平衡热力学做了对比。出发点是忽略了量子涨落的反映二能级原子物质与光场耦合的势函数

$$G(x) [\equiv V_f(x)] = \frac{1}{2} x^2 + C \ln(1 + x^2) - fx, \quad (1)$$

$f$  与  $x$  依次为标度化入射光场与输出光场。  $x$  实际上也就是腔内空间上的平均场。  $C$  为合作参量。文献[2]将二能级原子系统推广到任意一种光学非线性(但仍具有饱和吸收特征)的介质, 与此对应的势函数为

$$G = \frac{x^2}{2} + C \int x \chi_s(x) dx - fx, \quad (2)$$

其中  $\chi_s(x)$  为反映非线性吸收的极化率<sup>[3]</sup>。以上的  $G$  均包含在满足细致平衡原理的 Fokker-Planck (F-P) 方程的静态解  $P^s$  之中,

$$P^s \sim \exp[-G(x, C, f)/q]. \quad (3)$$

上述 F-P 方程中扩散项是与变量  $x$  无关的常数  $q$ , 这也相当于忽略固有的量子涨落<sup>[4]</sup>。文献[2]基于  $G$  表达式(2)以及与之相关的运动方程,

$$\frac{dx}{dt} = -[C\chi_s(x) + 1]x + f = -\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right). \quad (4)$$

确立了一种与传统热力学(包括非平衡, 即不可逆情况)相平行的“准热力学模型”。两者

\* 国家自然科学基金资助的课题。

的状态参量有如下对应关系:

$$x-V \text{ (容积)}, C-T \text{ (温度)}, f-p \text{ (压强)}. \quad (5)$$

相应可将势函数  $G$  表示为

$$G = U - CS - fx, \quad (6)$$

其中

$$U = x^2/2, S = -\int x\chi_s(x)dx, \quad (7)$$

对于二能级原子,

$$\chi_s(x) = \frac{2}{1+x^2}. \quad (8)$$

于是将  $G, U$  与  $S$  依次称为准 Gibbs 自由能、准内能与准熵。

以运动方程(4)及其势函数的表达式(2)为基础的上述准热力学模型仍有较大的局限性。即使在二能级原子情形,如果计及固有量子涨落,则势  $G$  就不再是(1)式那样,而应表示为

$$G = \ln x + x^2 + x^4/4 + C(2\ln x + x^2) - f(x^3/3 + 2x - 1/x). \quad (9)$$

由于上式等号右端最后一项圆括号里为  $x$  的多项式,不符合(6)式所示 Gibbs 热力学势的标准形式。有关光场与增强吸收型物质耦合的势函数也难以纳入这个形式<sup>[5]</sup>。再举一个称之为 Langmuir 交换过程的化学反应的例子<sup>[6,7]</sup>,该事例的运动方程的形式为

$$\frac{dx}{dt} = 1 - [1 + k(x)]x = -\frac{\partial G}{\partial x}, \quad (10)$$

其中自由变量  $x$  为产物的浓度,而反应率  $k$  为  $x$  的指数函数,

$$k(x) = f \exp(-Cx), \quad (11)$$

$f$  与  $C$  为可由外界控制的参量,由此导出的势

$$G = \frac{x^2}{2} - x - \frac{f}{C} \exp(-Cx) \left[ x + \frac{1}{C} \right] \quad (12)$$

与(6)式作比较,发现更加‘离谱’。

现在考虑能否采取某种措施将上述事例也纳入准热力学模型。首先遇到的问题是如何使(9)或(12)式所表述的势也概括成为传统热力学的 Gibbs 自由能的形式

$$\tilde{G} = \tilde{U} - T\tilde{S} + pV. \quad (13)$$

为了避免混淆,传统热力学势函数加上波纹号‘~’。

## 2 准热力学模型的基础

上面提出的问题本身也意味着要拓宽准热力学模型的基础。设耗散系统为下列自治的非线性微分方程组所描述:

$$\frac{dx_i}{dt} = K_i(x) \quad i = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

由于采取了浸渐近似 (adiabatic approximation),最后只剩下一个自发变化的变量  $x$ ,方

程组(14)简化为一个独立方程

$$\frac{dx}{dt} = K(x, C, f). \quad (15)$$

事实上, 运动方程(4)正是浸渐消除了物质变量的结果<sup>[2,3]</sup>. 浸渐近似是研究临界现象的一个很有效的方法<sup>[4]</sup>. 我们建立准热力学模型的目的也就是用以处理临界点行为<sup>[2]</sup>. 这里, 对自治方程(15)的形式已未加任何限制, 它可以概括许多物理、力学、电子学、化学反应、生物群体生灭, 以至于自动调节等方面的运动系统. (15)式等式右端  $K(x, C, f)$  一般代表三个变量的函数: 自由变量  $x$  和两个由外界控制的参量  $C$  与  $f$ . 这两个参量的功能还是有别的: 一个是驱动事项, 类似于传统热力学中的压力或磁场强度, 这指的是  $f$ . 另一个是类似于温度的  $C$ , 即前面(1)–(6)式中的合作参量.

与运动方程(15)相对应的  $F$ - $P$  方程形式如下:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ K(x, C, f) - q \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{D}(x) \right] P, \quad (16)$$

其中  $q$  为反映涨落强度的一个常数, 考虑比较普遍情形: 扩散系数  $\mathcal{D}(x)$  为依赖变量  $x$  的某种函数. 漂移项正是(15)式等式右端的函数  $K$ , 但应当指出,  $F$ - $P$  方程(16)中的  $x$  是一种随机变量, 而(15)式中的  $x$  应理解为按分布  $P$  的静态解  $P^s \left( \frac{\partial P^s}{\partial t} = 0 \right)$  的平均  $\langle x \rangle$ . 忽略变量间的自关联, 并假定  $K(x)$  可按  $x$  的幂级数展开, 则

$$\int K(x, C, f) P^s(x) dx = \langle K(x, C, f) \rangle = K(\langle x \rangle, C, f), \quad (17)$$

亦即方程(15)严格地应理解为对 Langivane 方程的平均<sup>[2]</sup> ( $F$  为涨落力, 其平均为零)

$$\frac{d\langle x \rangle}{dt} = K(\langle x \rangle, C, f) + \langle F \rangle, \quad \langle F \rangle = 0. \quad (18)$$

为了避免累赘, 以下略去上式中对  $x$  取平均的符号 ' $\langle \rangle$ '.

不失其普遍性, 令  $x$  恒取正值, 这样, 不难证明,  $F$ - $P$  方程(16)恒满足细致平衡原理<sup>[2,4]</sup>, 则其静态解的形式为

$$P^s(x) = N e^{-\phi(x)}, \quad N \text{ 为归一化常数}, \quad (19)$$

且  $\phi(x)$  可由方程

$$K(x, C, f) - q \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial x} = -q \mathcal{D}(x) \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (20)$$

解出, 即有

$$\phi = \ln \mathcal{D}(x) + G(x, C, f)/q, \quad (21)$$

其中

$$G(x, C, f) = -\int^x dx' K(x', C, f) / \mathcal{D}(x'), \quad (22)$$

于是有

$$\frac{dx}{dt} = K(x, C, f) = -\mathcal{D}(x) \frac{\partial G}{\partial x} \quad (\mathcal{D}(x) > 0). \quad (23)$$

为确定起见,这里令扩散系数  $\mathcal{D}(x)$  取正值。(23) 式是建立内容更为广泛的准热力学模型的基础。

### 3 对应关系

首先回顾一下传统热力学的基础及其基本关系式,它可以概括为下式:

$$Td\tilde{S} \geq d\tilde{U} + pdV = \delta Q, \quad (24)$$

(24)式右端等式代表热力学第一定律,这里定义了热量  $Q$  和内能  $\tilde{U}$ , 以及系统所做的元功  $pdV$  等等;由热力学第二定律确立了温度  $T$  的概念<sup>[9]</sup>,再则根据卡诺定理引入熵  $\tilde{S}$  概念,同时也有了(24)式不等式(不可逆过程)加等式(可逆过程)所表达的热力学第二定律。若定义了 Gibbs 势,如(13)式所示,相应将(24)式变换为

$$d\tilde{G} \leq -\tilde{S}dT + Vdp. \quad (25)$$

现在再回到上述准热力学模型的基础,即(23)式。由于  $dx \left( \frac{dx}{dt} \right)$  恒大于零,据(23)式,则  $\left( \frac{\partial G}{\partial x} \right) dx$  恒小于零,即

$$\text{因为} \quad dx \left( \frac{dx}{dt} \right) \geq 0,$$

所以

$$\left( \frac{\partial G}{\partial x} \right) dx - (dG)_{f,c} \leq 0. \quad (26)$$

现对势函数取全微分

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial G}{\partial C} dC + \frac{\partial G}{\partial f} df, \quad (27)$$

其中  $\frac{\partial G}{\partial x}$  如(23)式第二等式所示,取决于  $F$ - $P$  方程的漂移项  $K(x, C, f)$  与扩散项  $\mathcal{D}(x)$  两个函数之比

$$\frac{\partial G}{\partial x} = -K(x, C, f)/\mathcal{D}(x), \quad (28)$$

同时出现由  $G$  导出的两个新函数

$$\frac{\partial G}{\partial C} = -S(x, C, f) \text{ 和 } \frac{\partial G}{\partial f} = -X(x, C, f), \quad (29)$$

相应(26)式转化为

$$dG \leq -SdC - Xdf. \quad (30)$$

将此式与(25)式比较,可以发现,各自最初描述状态的两组状态参量  $(C, f, x)$  与  $(T, p, V)$  之间的对应关系已不能维持,即  $(C, f)$  仍能分别与  $(T, p)$  对应,但  $x$  已不能象原来(5)式那样与  $-V$  对应,因为一般

$$-\frac{\partial G}{\partial f} = X(x, C, f) \neq x. \quad (31)$$

原来[参见(4)–(6)式]  $\frac{\partial G}{\partial f} = -x$ , 因为有下列两个条件能够同时成立: 1) (23) 式中的驱动力  $f$  以与  $\frac{dx}{dt}$  成正比关系的项出现; 2) 其中扩散系数  $\mathcal{D}(x) = \text{常数}$ . 两者缺一不可. (9)式所示的势  $G$  满足条件 1), 但 2) 不能成立<sup>[4]</sup>,  $\frac{\partial G}{\partial x}$  仍然不等于  $-x$ . 再则, 传统热力学关系式(25)包含的  $Vdp$  项来源于(24)式中元功  $p dV$  的定义. 而现在所讨论的准热力学模型, 并不存在与此相类似的前提. 所以, 虽然  $f$  可与  $p$  对应, 但  $x$  与  $V$  一般并不能直接对应, 这是必然的.

然而, 来自本模型新基础(23)式的(30)式毕竟与传统热力学的关系式(30)已经十分相似, 而且(30)式已经提示我们要用(29)式第二式所定义的函数  $X$  取代变量  $x$ , 确立如下的状态参量之间的对应关系:

$$X-V \text{ (容积)}, C-T \text{ (温度)}, f-p \text{ (压强)} \quad (32)$$

来代替(5)式所示特殊情况下的对应关系. 称  $X$  为‘力’  $f$  的共轭函数, 正如准熵  $S$  为参量  $C$  的共轭函数一样. 同时称(30)式为准热力学的原始性基本关系式, 类似于(24)式是传统热力学的原始性基本关系式一样.

#### 4 基本关系式

这样一来, 准热力学模型与传统热力学之间的平行线就可以继续往下描绘.

本模型(30)式中不等式代表非静态, 等式 (当  $\frac{\partial G}{\partial x} = 0$ ) 则为静态, 分别对应于传统热力学的非热平衡情况. 非静态情况, 三个状态参量  $(x, C, f)$  或  $(X, C, f)$  是互相独立的. 在静态情况,

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 0, \quad K(x, C, f) = 0, \quad (33)$$

其中只有两个是独立的. (33)式正是本模型的系统(静)状态方程, 类似平衡热力学的物态方程. 下面由(30)式出发进行本模型的 Legendre 变换. 定义准 Helmholtz 自由能  $F$  为

$$F \equiv G + fX, \quad \text{即 } G = F - fX, \quad (34)$$

则(30)式变换为

$$dF \leq -SdC + fdX. \quad (35)$$

再定义准内能  $U$

$$U \equiv F + CS \text{ 或 } F = U - CS, \quad (36)$$

(35)式变换为

$$dU \leq C dS + f dX, \quad (37)$$

将它改写一下,

$$C dS \geq dU - f dX \equiv dQ. \quad (38)$$

正与传统热力学原始性基本关系式(24)相对应. 定义  $f dX$  为驱动力  $f$ , 即外界对系统所作的‘准元功’, 又令  $dQ$  代表系统吸收的‘准热量’. (38)式包含的恒等式称为‘准热力学第一定律’, 而“ $\geq$ ”式——‘准热力学第二定律’. 最后再定义准焓  $H$

$$H \equiv U - fX, \quad (39)$$

(37)式转变为

$$dH \leq C dS - X df. \quad (40)$$

值得指出,在(30),(35),(37)或(40)式的“ $\leq$ ”符号之右端加上  $\frac{\partial G}{\partial x} dx$  项,它们变为等式,即

$$dG = \frac{\partial G}{\partial x} dx - S dC - X df, \quad (41)$$

$$dF = \frac{\partial G}{\partial x} dx - S dC + f dX, \quad (42)$$

$$dU = \frac{\partial G}{\partial x} dx + C dS + f dX, \quad (43)$$

$$dH = \frac{\partial G}{\partial x} dx + C dS - X df. \quad (44)$$

在静态  $\frac{\partial G}{\partial x} = 0$  情况下,它们成为两个变量的特征函数的全微分,相应得到各变量与特征函数之间的微分关系式

$$G = G(C, f), \quad dG = -S dC - X df, \quad (45)$$

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial C}\right)_f, \quad X = -\left(\frac{\partial G}{\partial f}\right)_C, \quad (46)$$

$$F = F(C, X), \quad dF = -S dC + f dX, \quad (47)$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial C}\right)_X, \quad f = \left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)_C, \quad (48)$$

$$U = U(S, X), \quad dU = C dS + f dX, \quad (49)$$

$$C = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_X, \quad f = \left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)_S, \quad (50)$$

$$H = H(S, f), \quad dH = C dS - X df, \quad (51)$$

$$C = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_f, \quad X = -\left(\frac{\partial H}{\partial f}\right)_S. \quad (52)$$

关系式(46)并不限于静态,因为准熵  $S$  与响应函数  $X$  最初均根据  $G$  作为  $(x, C, f)$  三个变量的全微分(27)式[即(41)式]而引入的。关系式(48), (50)和(52)则应纯属静态所导致的结果。这个问题系本模型特有情况。因为在传统热力学中,暂时找不到作为  $(T, p, V)$  三个独立变量的态函数的全微分。

据偏微商关系式,

$$\frac{\partial}{\partial v} \frac{\partial \psi(u, v)}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial \psi(u, v)}{\partial v}, \quad (53)$$

可确立本模型的 Maxwell 关系式

由(46)式得

$$\left(\frac{\partial S}{\partial f}\right)_C = \left(\frac{\partial X}{\partial C}\right)_f, \quad (54)$$

由(48)式得

$$\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)_c = -\left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)_x, \quad (55)$$

由(50)式得

$$\left(\frac{\partial C}{\partial X}\right)_s = \left(\frac{\partial f}{\partial S}\right)_x, \quad (56)$$

由(52)式得

$$\left(\frac{\partial C}{\partial f}\right)_s = -\left(\frac{\partial X}{\partial S}\right)_f. \quad (57)$$

## 5 应用举例: 静态曲线斜率与稳定性判据

原则上讲, (30), (35), (37), (38)和(40)式中任意一个关系式都可以用作静态稳定判据, (30)式最直接地导自运动方程(23), 显然用它最为方便. (30)式在控制参量  $C$  和驱动力  $f$  保持不变的情况下成为

$$(dG)_{f,c} \leq 0. \quad (58)$$

设作为系统输出的  $x$ , 由于涨落, 偏离了其静态值  $x_s$ , 如果该静态是稳定的,  $x$  演化的趋势最终还是要回到该静态, 那末, 该静态就是稳定的. 据(58)式, 则稳定的静态应满足

$$\Delta G = \int_{x_s}^{x'} (dG)_{f,c} = G(x_s) - G(x) < 0. \quad (59)$$

由此得静态  $\left(\frac{\partial G}{\partial x} = 0\right)$  为稳定的条件

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} > 0 \quad (\text{线性稳定性判据}). \quad (60)$$

若该静态的  $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = 0$ , 则该静态就是一种临界点<sup>[2,3]</sup>. 若临界点是稳定的, 则必须同时满足以下两个条件<sup>[2]</sup>:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^4 G}{\partial x^4} > 0. \quad (61)$$

静态曲线是指按静态方程(33)所绘出的  $x$  对  $f$  曲线或  $x$  对  $C$  曲线, 当然, 它们也可以是来自实验的曲线. 下面根据准热力学的基本关系式来讨论上述静态曲线的斜率  $\frac{df}{dx}$  或

$\frac{dC}{dx}$  与稳定性判据之间的关系. 据(34)和(36)式, 有

$$G = U - CS - fX, \quad (62)$$

以及

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - C \frac{\partial S}{\partial x} - f \frac{\partial X}{\partial x}, \quad (63)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - C \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - f \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}. \quad (64)$$

考虑到静态情况,

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 0, \text{ 即 } \frac{\partial U}{\partial x} - C \frac{\partial S}{\partial x} - f \frac{\partial X}{\partial x} = 0 \text{ 以及 } K(x, f, C) = 0, \quad (65)$$

这时  $x, f$  和  $C$  已不是互相独立的, 若考虑的不仅是  $x$  对  $f$  的静态曲线, 则  $C$  可视为常量, 而(65)式中的  $f$  应视为变量  $x$  的函数. 于是, 对(65)式中间的式子取对  $x$  的微分, 得

$$\frac{df}{dx} \frac{\partial X}{\partial x} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - C \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - f \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}. \quad (66)$$

因此, 再参照(64)式, 就可以将作为线性稳定性判据(60)式与  $x$  对  $f$  曲线的斜率  $df/dx$  联系起来,

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{df}{dx} \frac{\partial X}{\partial x} > 0. \quad (67)$$

对应一个  $f$  值有多个  $x$  取值的多重态中, 必有些是稳定的, 另一些是不稳定的. 由(67)式可见, 静态的稳定性不仅与  $x$ - $f$  曲线斜率  $df/dx$  的符号有关, 而且与  $f$  的共轭函数  $X$  在该点的导数  $\partial X/\partial x$  的符号有关. 若  $\partial X/\partial x$  的符号取正或取负是恒定的, 则稳定性唯一地由斜率  $df/dx$  的符号来决定, 称这样的多重态曲线为“正规”曲线. 当  $\partial X/\partial x$  的符号与  $x$  的取值有关, 则相应的多重态曲线就是非正规的. 由(6)和(12)式所示  $G$  导出的  $\frac{\partial X}{\partial x}$

依次恒有:  $\left( X - -\frac{\partial G}{\partial f} \right)$

$$\frac{\partial X}{\partial x} - x > 0, \quad \frac{\partial X}{\partial x} = -x \exp(-Cx) < 0. \quad (68)$$

两者均属正规曲线。(不过前者的双稳滞迴线是逆时针<sup>[5]</sup>, 而后者则为顺时针<sup>[6]</sup>。)增强吸收型的光双稳曲线则并非如此<sup>[10,11]</sup>, 在其双稳区的高支,  $df/dx$  符号刚相反的  $x$  极值  $x_{\max}$  的两侧均为稳定. 这就意味  $\partial X/\partial x$  的符号与  $x$  的取值有关. 也就是说, 增强吸收型光双稳曲线是非正规的.

将  $x$  对  $f$  曲线变换成  $X$  对  $f$  曲线, 两者是一一对应的. 相应将(67)式变换为

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{df}{dX} \left( \frac{\partial X}{\partial x} \right)^2 > 0. \quad (69)$$

由于  $(\partial X/\partial x)^2$  恒大于零, 静态的稳定性就唯一地由  $X$  对  $f$  曲线的斜率  $df/dX$  的符号来决定. 即驱动力  $f$  的响应函数  $X$  对  $f$  的多重静态曲线恒为正规曲线。(定理)

这是从上述准热力学模型得到的一个普遍性结论. 叫这个结论为“定理”也许并不过分. 这里特别也看到本模型中所引入的响应函数  $X$  的用处.

同理, 可以将判据(60)式与  $x$  对  $C$  的静态曲线斜率  $dC/dx$  相联系

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{dC}{dx} \frac{\partial S}{\partial x} > 0. \quad (70)$$

同样, 可以写成它的变换式

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{dC}{dS} \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 > 0. \quad (71)$$

由(27)和(29)式可见, 作为准熵  $S$  函数与  $C$  的对偶关系, 犹如  $X$  函数之与  $f$ , 因此上述一

切有关  $x$  对  $f$  曲线的讨论及其结论, 均适用于  $x$  对  $C$  曲线。

## 6 结 语

1. 本文从具有自治系统 (autonomous system) 形式并用以描述耗散体系的运动方程及相应的 Fokker-Planck 方程出发, 确立了一种准热力学模型。现在这个模型的基础具有一定的广泛性, 远远超出了文献[2]的局限性。

2. 热力学的主要特征在于它的普适性。上述的应用举例反映本准热力学模型也有这样的特征。因为在该应用中所得到的结论(67)和(69)式并未涉及任何具体形式的系统。

3. 准热力学模型的应用, 包括在相变问题上的应用<sup>[2]</sup>, 是一个值得继续探索的课题。在借鉴传统热力学的应用成果时, 应特别注意两者的基础或出发点在实质上的不同, 以及两者互相对应的参量和特征函数在物理内容上的差异。例如, 温度是热力学中一个特别重要的概念, 对于任何一个系统, 温度  $T$  的概念是统一的, 并可制订统一的度量标准。在本模型中与之对应的控制参量  $C$ , 对于不同的具体系统, 可以是五花八门的, 根本不具备象温度概念那样的统一性。

[1] Fa Ou, Zixiong Qin, *Opt. Commun.*, 65(1988), 455.

[2] 欧发, 物理学报, 41(1992), 1222.

[3] 欧发、蔡永强, 物理学报, 37(1988), 330, Fa Ou, Cai Yongqiang, *Chinese Phys.*, 9(1989), 678.

[4] L. A. Lugiato, Theory of Optical Bistability, in *Progress in Optics XXI*, Ed. E. Wolf (Elsevier Science Pub., 1984).

[5] 欧发等, 物理学报, 43(1994), 707.

[6] I. Prigogine, R. Lefever, J. S. Turner, J. W. Jurner, *Phys. Lett.*, A51(1975), 317.

[7] 欧发, 化学反应中的双稳性的临界现象及 Landau 相变理论, 已被《化学学报》接受, 待发表。

[8] H. Haken, *Advanced Synergetics* (Springer-Verlag, Berlin, 1983).

[9] L. E. Reichl, *A Mode Course in Statistical Physics* (Univ. of Texas Press, 1980); 中译本, 统计物理现代教程(上册)(北京: 北京大学出版社, 1983).

[10] Fa Ou *Z. Phys.*, B88, (1992), 117.

[11] Fa Ou, *et al.*, *Proc. SPIE*, 1726 (1992), 380.

[12] W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation* (John Wiley, 1973); 中译本, 辐射的量子统计性质(北京: 科学出版社, 1982).

## QUASI-THERMODYNAMIC MODEL FOR DISSIPATIVE SYSTEMS

Ou Fa

*(Department of Applied Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641)*

*(Received 17 June 1994)*

### ABSTRACT

On the basis of equation of motion in the general form of autonomous system and its corresponding Fokker-Planck equation, a quasi-thermodynamic model is introduced for dissipative systems. A function  $X$  conjugate to the driving term  $f$  is defined instead of the free variable  $x$ , as an output (including the product of chemical reaction), of the equation of motion mentioned above. Comparing state parameters  $f$ ,  $X$  and controlling parameter  $C$  to that of  $p$ ,  $V$ ,  $T$ , a set of fundamental formulas associated with the quasi-thermodynamic potentials and their derivatives are obtained, which have the one-to-one correspondence with the traditional thermodynamics. Finally, an example of application of this model is provided.

**PACC:** 0570; 6410; 0590