

透镜光轴上的光场分布*

陈岩松 李德华

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

(1993年6月5日收到; 1995年2月9日收到修改稿)

透镜作为一种特殊简单的二元衍射光学元件, 推导计算了它带有硬边孔径光阑和高斯激光束入射情况下的光轴上光场复振幅分布的一般表达式, 并对几种不同参数的高斯光束情况给出了具体计算结果。当高斯光波退化为平面波和透镜相对孔径较大时, 它所描述的光轴上的场分布与《光学原理》一书上的结果一致。

PACC: 4210; 4278

1 引言

多年来, 对于会聚光波焦面附近的光场分布状态的研究讨论持续不断。在权威的《光学原理》一书中^[1], 详细叙述了会聚匀幅球面波焦面及其附近的光场分布状况, 给出了光轴上光强等周期分布的表达式。此后许多文献^[2-6]进一步讨论了会聚波焦点偏移及其焦平面附近的光场性质。所有这些对于焦面附近光场分布状态的了解或多或少都是有益的。

近年来, 二元衍射光学^[9-14]的研究十分受人重视, 发展迅速。它通常以高斯激光束为入射波和光波的衍射为原理, 设计确定输出平面(一般为焦平面)处所要求的光场分布状态。透镜作为一种特殊简单的二元衍射元件, 分析计算它带有硬边孔径光阑和高斯激光束入射情况下的焦点前后光轴上的光波分布情况, 无疑对于二元衍射光学是有益的。

从激光器发明后, 人们对高斯光束通过孔径光阑后光波的衍射情况, 特别是对远场和近场情况下轴向与径向光场的分布性质作了不少研究^[12-15]。特别是 Holmes 等^[13]推导给出聚焦高斯光束在光阑中心轴上光强分布的一般表达式。它们的结果对于了解高斯型激光束通过孔径光阑受限后的衍射性质是十分有益的。本文基于菲涅耳衍射原理, 考虑高斯光束通过孔径光阑和透镜后会聚光波在轴上的光场分布, 即在上述基础上, 考虑光轴上光场分布, 给出了复振幅的解析表达式, 以及各种不同参数高斯光束的具体计算结果。一种特殊情况是高斯光束退化为平面波束以及孔径光径相对孔径较大时, 就导致与《光学原理》一书上相同的结果。

2 光轴上的场分布

光波通过透镜聚焦的过程简单地示于图1中。图1中硬边孔径光阑紧贴透镜 L , 其

* 国家自然科学基金资助的课题。

焦距为 f 。设透镜平面和光场的衍射平面坐标分别为 $(x, y, 0)$ 和 (u, v, z) , 则当一束复振幅 $G(x, y)$ 的光波穿过光阑被透镜聚焦, 根据菲涅耳衍射原理, 在距离为 z 的衍射平面处的光场分布为

$$D(u, v, z) = \frac{ie^{\frac{i2\pi z}{\lambda}}}{\lambda z} \cdot \iint_P G(x, y) L(x, y) e^{\frac{i\pi}{\lambda z}(u-x)^2 + (v-y)^2} dx dy, \quad (1)$$

式中 λ 为光波长, $L(x, y)$ 为透镜因子^[16], 其表示式为

$$L(x, y) = e^{-\frac{i\pi}{\lambda f}(x^2 + y^2)}. \quad (2)$$

本文只考虑光轴上的场分布, 因此(1)式被简化为

$$D(0, 0, z) = \frac{ie^{\frac{i2\pi z}{\lambda}}}{\lambda z} \iint_P G(x, y) e^{\frac{i\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right) (x^2 + y^2)} dx dy. \quad (3)$$

对于入射光波为高斯束的情况下, $G = \exp(-cr^2)$ 。把 G 代入(3)式, 并对此轴对称问题采取极坐标表达形式, 则(3)式成为

$$D(0, 0, z) = \frac{ie^{\frac{i2\pi z}{\lambda}}}{\lambda z} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a e^{-cr^2} e^{\frac{i\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right) r^2} r dr, \quad (4)$$

式中 a 为孔径光阑的半径, c 为高斯光束参数。完成对(4)式的积分后, 得到光轴上的场分布为

$$D(0, 0, z) = \frac{i\pi e^{\frac{i2\pi z}{\lambda}}}{\lambda z} \frac{1}{i\alpha - c} [e^{(i\alpha - c)a^2} - 1], \quad (5)$$

式中参数

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f} \right). \quad (6)$$

(5) 式经过整理并使它表示为复振幅形式, 其中把一切与 z 无关的因子总归结为一个常数 B , 于是得到

$$D(0, 0, z) = BA(z)e^{i\phi(z)}, \quad (7)$$

式中的振幅与相位因子分别为

$$A(z) = \left[(1 - g)^2 + 4g \sin^2 \frac{\alpha a^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} / [z(\alpha^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}], \quad (8)$$

$$\phi(z) = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi z}{\lambda} - \arctan \left(\frac{-\alpha}{c} \right) + \arctan \left[\frac{g \sin(\alpha a^2)}{g \cos(\alpha a^2) - 1} \right], \quad (9)$$

式中

$$g = e^{-ca^2}. \quad (10)$$

注意到(8)和(9)式, 那里高斯光束参数 c 与光阑孔径的半径 a 都以比较复杂的形式出现在两个表达式中, 一般不容易直观地看出它们的作用, 但是参数 c 似乎主要影响复振

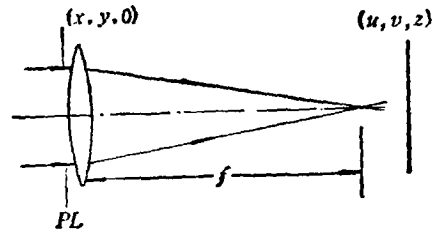


图 1 光波通过透镜聚焦示意图 P 为硬边光阑; L 为透镜; f 为焦距; $(x, y, 0)$ 和 (u, v, z) 分别为透镜平面和衍射平面坐标

幅分布的幅值,而光阑孔径却主要影响这种分布的变化速率。对于 $c = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-2}$ 的高斯光束和 $a = 10 \text{ mm}$ 的硬边孔径光阑,透镜焦距为 $f = 400 \text{ mm}$ 以及 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 这样的具体参数,从(8)和(9)式等号右端后二项计算得到的沿着光轴的振幅与相位分布分别被表示在图 2 和图 3 中。它们表明,振幅和相位分布都呈现明显的周期振荡特性。特别值得注意的是图 3 所示的相位分布,它表明光轴上光场的相位分布,在透镜的焦点前后呈现奇对称分布型的周期性振荡,振荡极小值和极大值都达不到通常意义上的需值和 $\pm\pi$ 值,只有在透镜焦点处相位值为零。

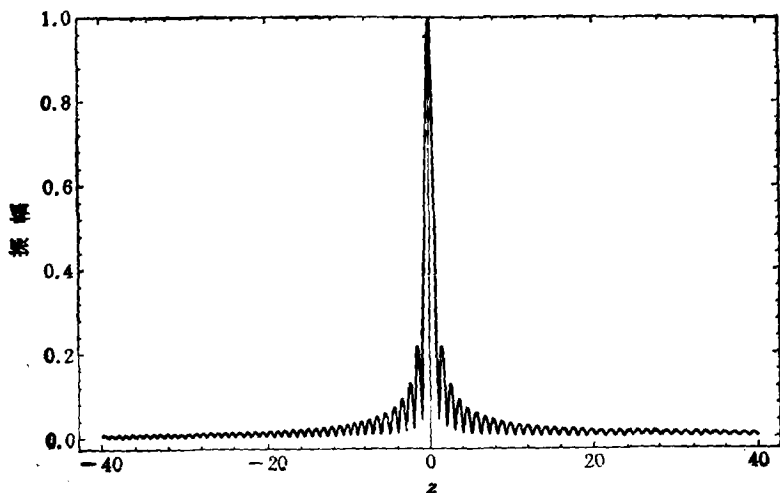


图 2 透镜光轴上光场的振幅分布(以焦点为坐标原点)

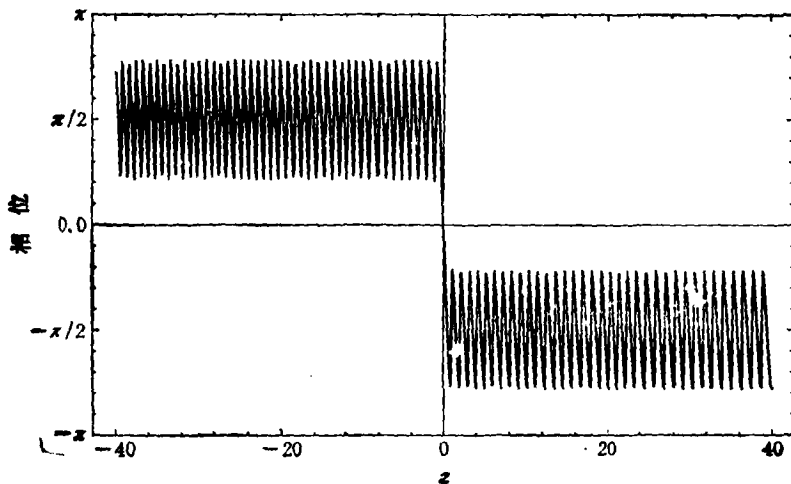


图 3 透镜光轴上光场的位相分布(以焦点为坐标原点)

3 光场周期性分布的几种特例

上节中给出了光波复振幅沿着光轴分布的具体表达式,(8)式表述了在光轴上的振幅

分布具有周期振荡性质,且这种周期振荡的极小值一般不等于零;(9)式表述了光轴上相位分布的周期振荡性质。下面让我们讨论二种高斯光束极端参数情况下光轴上的光场分布。

一种是高斯光束退化为平面光波,即参数 $c = 0$ 。此时透镜光轴上的复振幅分布简化为

$$G(0,0,z)_0 = \frac{i\pi a^2}{\lambda z} \sin c \frac{aa^2}{2} e^{i\left(-\frac{2\pi z}{\lambda} + \frac{\pi a^2}{2}\right)}. \quad (11)$$

(11)式表明振幅分布完全由 $\sin c$ 函数表征,不难求得其极小值之间距由下式表述:

$$d = f - z = \frac{2n\lambda f^2}{a^2 - 2n\lambda f}, \quad (12)$$

式中 n 取整数。 (12)式表明各振幅极小值间的距离随 n 取值从负到正是逐步变大的,也就是说,振幅极小值的周期是随着它们远离透镜而节节增长的。只有当光阑的相对孔径较大,且满足条件 $a^2 \gg \lambda f$ 时,(11)式近似地为

$$d = \frac{2n\lambda f^2}{a^2}. \quad (13)$$

此式表明光轴上极小值的分布是均匀等距的,这与《光学原理》一书上的结果相同。

表述光场分布的(11)式中的相位因子部分的宗量,与振幅因子中的宗量具有相似形式,因此相位分布与振幅分布一样,具有类似的周期振荡分布性质。或者说,光轴上的光场复振幅分布呈现出一种统一形式的周期性振荡。此时,焦点处的复振幅为

$$G(f)_0 = \frac{i\pi a^2}{\lambda f} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}}. \quad (14)$$

高斯光束的另一种极端情况是光束直径与光阑口径相比很小,即光束完全不受透镜光阑孔径的限制,全部无遮盖地通过,此时参数 ca^2 非常大,使得 $g \approx 0$ 。此种情况下透镜光轴上的复振幅分布为

$$G(0,0,z)_1 = \frac{i\pi}{\lambda z(c^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} e^{i\left(\frac{2\pi z}{\lambda} + \pi c \tan^{-1} \frac{a}{c}\right)}. \quad (15)$$

上式表明,对于这种情况,透镜光轴上的复振幅不出现周期振荡性分布,它是一种以焦点处为极大值的近似的二次型分布。在焦点处,其复振幅为

$$G(f)_1 = \frac{i\pi}{\lambda fc} e^{\frac{i2\pi}{\lambda}}. \quad (16)$$

比较这两种情况下焦点处的复振幅表达式(14)和(16),不同处仅在于,前者振幅值大小决定光阑孔径,而后者决定于高斯光束本身。

4 结 论

根据菲涅耳衍射原理,研究探讨了高斯光束入射和带有硬边孔径光阑情况下的透镜光轴上的光场分布,计算推导了光轴上光波复振幅分布的表达式。结果表明,它所描述的复振幅分布规律是振幅和相位都呈现一种类似周期性振荡,其极小值的分布周期随着与

透镜距离的增加而逐步增大。

对于高斯光束退化为平面光波和高斯束不受光阑孔径限制二种极端情况进行了具体计算,前者振幅和相位分布仍然保持准周期振荡性结构,而后者振幅分布的周期性结构完全消失。对于前者,当光阑相对孔径较大时,即满足条件 $a^2 \gg \lambda f$ 时,就导致与《光学原理》一书上一样的结果,即振幅的极小值是等周期分布的。

- [1] M. Born, E. Wolf, 光学原理(上册)(中译本),杨葆荪等译(北京: 科学出版社, 1978),第 568 页.
- [2] D. A. Holmes, *et al.*, *Appl. Opt.*, **11**(1972), 565.
- [3] J. J. Stamnes, *et al.*, *Opt. Comm.*, **40** (1981), 81.
- [4] E. Wolf and Y. Li, *Opt. Comm.*, **39** (1981), 205.
- [5] Y. Li and E. Wolf, *Opt. Comm.*, **39** (1981), 211.
- [6] P. Belland and J. P. Crenn, *Appl. Opt.*, **21** (1982), 522.
- [7] W. H. Carter, *Appl. Opt.*, **21** (1982), 1989.
- [8] H. Carter and M. F. Aburdene, *J. Opt. Soc. Amer.*, **A4** (1987), 1949.
- [9] 陈岩松, *物理*, **21**(1992), 197.
- [10] G. P. Behrmann and J. P. Bowen, *Appl. Opt.*, **32** (1993), 2483.
- [11] R. W. Smith and A. A. West, *Appl. Opt.*, **32** (1993), 2490.
- [12] J. P. Campbell and L. G. Deshzer, *J. Opt. Soc. Amer.*, **59** (1969), 1427.
- [13] D. A. Holmes, P. V. Avizonis and K. H. Wrolstad, *Appl. Opt.*, **9** (1970), 2179.
- [14] G. O. Olaofe, *J. Opt. Soc. Amer.*, **60** (1970), 1654.
- [15] R. G. Schell and George Tyras, *J. Opt. Soc. Amer.*, **61** (1971), 31.
- [16] J. W. Goodman, 傅里叶光学导论(中译本),詹达山等译(北京: 科学出版社, 1976),第 88 页.

OPTICAL FIELD DISTRIBUTION AT OPTICAL AXIS OF LENS

CHEN YAN-SONG LI DE-HUA

(*Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

(Received 5 June 1993; revised manuscript received 9 February 1995)

ABSTRACT

With the lens as a special simple binary diffractive element, a general expression is derived for describing optical field distribution along axis of the lens with a hard edge aperture and Gaussian incident beam, and for various parameters of Gaussian beam the calculation results are given. While the incident beam degrading to plane wave and the relative aperture of lens being large, the described optical field distribution along the axis of lens is consistent with the results given in the book of "Principles of Optics".

PACC: 4210; 4278