

非简并光学参量振荡腔非稳特性研究*

王 海 郜江瑞 谢常德 彭堃堦

(山西大学光电研究所, 太原 030006)

(1994年7月13日收到)

根据三模相互作用的半经典运动方程, 讨论了参量下转换过程中非简并参量振荡腔的稳定性问题。研究表明: 当信号光与闲置光的失谐量不一致时, 腔内光场相位出现自调制现象。求出了产生自调制效应的阈值条件。讨论了自调制周期的参量依赖关系, 并提出了通过耦合模强度自脉冲观测相位自调制的物理方法。

PACC: 4265K

1 引 言

非线性光学系统非稳特性的研究具有重要的理论与应用价值, 近年来受到普遍关注。内腔参量变换是非线性光学和量子光学领域重要的研究课题, 因此有必要对参量过程的非稳特性进行深入地讨论。

Drummond 等^[1]用半经典理论处理简并参量过程时指出: 通过腔内二次谐波的产生, 当输入光强高于某个临界值时, 该参量振荡系统会进入非稳定状态, 腔内光强会出现自调制。随后, Savage^[2]和 Lugiato^[3]分别由数值计算得到简并参量振荡系统随抽运光的增加, 通过倍周期分岔进入混沌状态。

本文从文献[4, 5]提出的半经典运动方程出发, 讨论了非简并参量振荡系统在共振和失谐时的稳定特性, 并用数值计算方法得到了光场相位随时间变化的自调制曲线, 最后讨论了由相位自调制引起的耦合模自脉冲现象。

2 线性稳定性分析

考虑一个如图1所示的非线性系统, 一块II类匹配的非线性晶体(例如KTP)置于F-P腔内, 由频率为 2ω 的相干光 ϵ_s 抽运, 通过频率下转换过程产生两个频率简并而偏振非简并的光场。设光腔三个模的频率分别为 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, 且 $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_3/2$ 。非线性运动方程为^[4, 5]

$$\dot{\alpha}_1 = 2\chi\alpha_2^*\alpha_3 - (\gamma_1 + i\Delta_1)\alpha_1, \quad (1a)$$

$$\dot{\alpha}_1^* = 2\chi\alpha_2\alpha_3^* - (\gamma_1 - i\Delta_1)\alpha_1^*, \quad (1b)$$

* 山西省青年基金资助的课题。

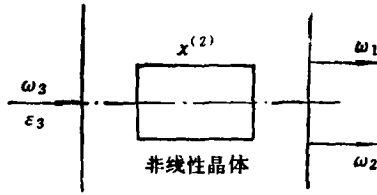


图1 非简并光学参量振荡腔

信号与闲置模的频率。

2.1 共振时稳定性分析

共振时有 $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$ 。引入实变量 p_j 和 q_j ($j = 1, 2, 3$)

$$p_j = \alpha_j + \alpha_j^*, \quad q_j = -i(\alpha_j - \alpha_j^*), \quad (2)$$

及其对称和反对称分量

$$\begin{aligned} p &= (p_1 + p_2)/\sqrt{2}, \quad q = (q_1 + q_2)/\sqrt{2}, \\ r &= (p_1 - p_2)/\sqrt{2}, \quad s = (q_1 - q_2)/\sqrt{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

方程(1)可以写成为^[4]

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \chi(p_3 p + q_3 q) - \gamma p, \quad \dot{q} = \chi(q_3 p - p_3 q) - \gamma q, \\ \dot{r} &= -\chi(p_3 r + q_3 s) - \gamma r, \quad \dot{s} = -\chi(q_3 r - p_3 s) - \gamma s, \\ \dot{p}_3 &= -\chi(p^2 - r^2 - q^2 + s^2)/2 - \gamma_3 p_3 + 2\epsilon_3, \\ \dot{q}_3 &= -\chi(pq - rs) - \gamma_3 q_3. \end{aligned} \quad (4)$$

这里已假定 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ 。方程(4)具有下面的稳态解^[4]：

$$p^0 = 0, \quad p_3^0 = 2\epsilon_3/\gamma_3 \quad (\epsilon_3 < \epsilon_3^*), \quad (5)$$

$$(p^0)^2 = 4(\epsilon_3 - \epsilon_3^*)/\chi, \quad p_3^0 = \gamma/\chi \quad (\epsilon_3 > \epsilon_3^*), \quad (6)$$

式中阈值 $\epsilon_3^* = \gamma\gamma_3/(2\chi)$ 。

首先研究系统在高于阈值 ϵ_3^* 时解的稳定性。将方程(4)在稳态解(6)式附近加一微扰，得线性化方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \delta p \\ \delta q \\ \delta r \\ \delta s \\ \delta p_3 \\ \delta q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi p_3^0 - \gamma & 0 & 0 & 0 & \chi p^0 & 0 \\ 0 & -\chi p_3^0 - \gamma & 0 & 0 & 0 & \chi p^0 \\ 0 & 0 & -\chi p_3^0 - \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi p_3^0 - \gamma & 0 & 0 \\ -\chi p^0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_3 & 0 \\ 0 & -\chi p^0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p \\ \delta q \\ \delta r \\ \delta s \\ \delta p_3 \\ \delta q_3 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

将方程(7)中的 p_3^0 用 γ/χ 代替，并求其本征值为

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0, \quad \lambda_2 = -2\gamma, \\ \lambda_3, \lambda_4 &= (-\gamma_3 \pm \sqrt{\gamma_3^2 - 4(\chi p^0)^2})/2, \\ \lambda_5, \lambda_6 &= (-(2\gamma + \gamma_3) \pm \sqrt{(2\gamma + \gamma_3)^2 - 4(2\gamma\gamma_3 + (\chi p^0)^2)})/2. \end{aligned} \quad (8)$$

由于 χp^0 为实数, 故本征值 λ_i 实部均不大于零, 所以系统处于稳定状态。

若抽运光低于阈值, 通过类似的分析可知, 系统也处于稳态。

2.2 失谐时的稳定性分析

设 $\Delta_1 \neq \Delta_2$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, 方程(1)的稳态解可由 $\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \dot{\alpha}_3 = 0$ 求得, 由方程(1a)得

$$\alpha_1^0 = 2\chi\alpha_2^{0*}\alpha_3^0/(\gamma + i\Delta_1), \quad (9)$$

将上式代入(1c)式可得

$$\alpha_2^0\{4\chi^2|\alpha_3^0|^2 - (\gamma^2 + \Delta_1\Delta_2 + i\gamma(\Delta_1 - \Delta_2))\} = 0. \quad (10)$$

由于 $\Delta_1 \neq \Delta_2$, 故方程(10)的唯一解为

$$\alpha_2^0 = 0. \quad (11)$$

同样可求得

$$\alpha_1^0 = 0, \quad (12)$$

和

$$\alpha_3^0 = \varepsilon_3/(\gamma_3 + i\Delta_3). \quad (13)$$

对方程(1)在稳定解附近加一微扰, 得线性方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \delta\alpha_1 \\ \delta\alpha_1^* \\ \delta\alpha_2 \\ \delta\alpha_2^* \\ \delta\alpha_3 \\ \delta\alpha_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & 2\chi\alpha_3^0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_1^* & 2\chi\alpha_3^{0*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\chi\alpha_3^0 & -R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 2\chi\alpha_3^{0*} & 0 & 0 & -R_2^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_3^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\alpha_1 \\ \delta\alpha_1^* \\ \delta\alpha_2 \\ \delta\alpha_2^* \\ \delta\alpha_3 \\ \delta\alpha_3^* \end{bmatrix}, \quad (14)$$

式中 $R_1 = \gamma + i\Delta_1$, $R_2 = \gamma + i\Delta_2$, $R_3 = \gamma_3 + i\Delta_3$. 这里假设 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$. 方程六个本征值为

$$\lambda_1 = -R_3, \quad \lambda_2 = -R_3^*, \quad (15a)$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{-(R_1 + R_2^*) \pm \sqrt{(R_1 - R_2^*)^2 + 4|2\chi\alpha_3^0|^2}}{2}, \quad (15b)$$

$$\lambda_{5,6} = \frac{-(R_1^* + R_2) \pm \sqrt{(R_1^* - R_2)^2 + 4|2\chi\alpha_3^0|^2}}{2}. \quad (15c)$$

显然, λ_1, λ_2 的实部小于零. 对于(15b)和(15c)两式, 当满足

$$|2\alpha_3^0|^2 > \gamma^2 + (\Delta_1 + \Delta_2)^2/4, \quad (16)$$

则 λ_3, λ_4 实部为正. 由(13)和(16)式得系统非稳时的阈值

$$\varepsilon_3^{\text{th}} = \frac{\gamma\gamma_3}{2\chi} \left(1 + \left(\frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2\gamma}\right)^2\right)^{1/2} \left(1 + \left(\frac{\Delta_3}{\gamma_3}\right)^2\right)^{1/2}. \quad (17)$$

根据文献[1,6]中阈值功率 P_3^{th} 与 $\varepsilon_3^{\text{th}}$ 的关系式, 得

$$P_3^{\text{th}} = \frac{\pi^2}{4F_{\omega_1}^2 B_{\omega_3} E_{\omega_1}} \left(1 + \left(\frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2\gamma}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{\Delta_3}{\gamma_3}\right)^2\right), \quad (18)$$

式中 F_{ω_1} 为光学参量振荡腔对亚谐波场的精细度, B_{ω_3} 为注入抽运场在腔内的共振增强系数, E_{ω_1} 为非线性变换效率, 对于典型的 OPO 腔, 腔的精细常数 F_{ω_1} 取为 70, B_{ω_3} 取

为 10, 腔内插入 6mm 长的 KTP 晶体, E_s 大约为 $4 \times 10^{-4} \text{W}^{-1}$, 假定 $\gamma = 1$, $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0.6$, $\Delta_3 = 0.3$, 求得抽运阈值功率约为 140mW.

值得说明的是, 虽然方程(1)在初值为零 ($\alpha_1(0) = \alpha_2(0) = \alpha_3(0) = 0$) 的条件下, 不论抽运光 ϵ_s 多高, 光场 $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ 均不随时间而变化, 恒等于零. 但是由于腔内始终存在自发辐射, 所以即使无信号注入, 信号与闲置模初值也不为零, 加上相位匹配条件及腔的选模作用, 可以使特定信号在抽运作用下增强. 下面对方程(1)进行数值计算, 求出抽运功率在高于阈值时的相位和振幅随时间的变化关系.

3 相位自调制

在存在腔模失谐的情况下, 使用四阶 Rung-Kutta 算法求方程组(1)高于阈值时的数值解, 发现当速率损耗因子 γ_i 较大时 ($\gamma_i > 0.1$), 内腔三个模的光场强度 ($|\alpha_1|$, $|\alpha_2|$ 和 $|\alpha_3|$) 及抽运场的相位 (ϕ_s) 均趋于一稳定值. 取 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1$, $\chi = 2.5$, $\Delta_1 = 0$ 和 $\Delta_2 = 0.3$ 则抽运场阈值约为 $\epsilon_s^{\text{th}} \approx 0.2$. 图 2 和图 3 是在上述参量下, 当抽运场 $\epsilon_s = 0.7$ 时, 抽运场相位和内腔三模场强随时间的变化关系. 很明显, 它们随时间很

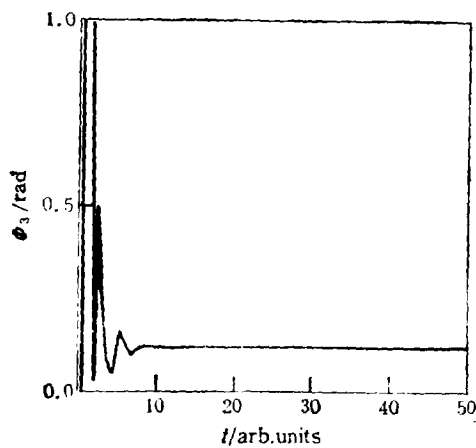


图 2 抽运场的相位 ϕ_s 随时间的变化

$\chi = 2.5$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1$, $\Delta_1 = 0$,
 $\Delta_2 = 0.6$, $\Delta_3 = 0.3$, $\epsilon_s = 0.7$

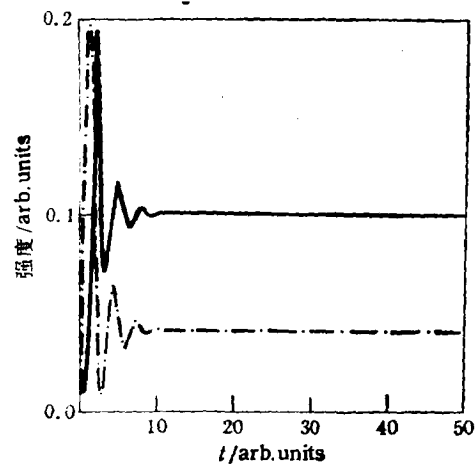


图 3 光强随时间的变化

——为 $|\alpha_1|^2$ 和 $|\alpha_2|^2$; - - - 为 $|\alpha_3|^2$; $\chi = 2.5$,
 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1$, $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0.6$,
 $\Delta_3 = 0.3$, $\epsilon_s = 0.7$

快趋于稳定. 由于在真实的实验系统中, γ_i 均远大于 0.1 ($\gamma_i \sim 0.1$ 相当于 OPO 腔对抽运场的精细度约为 3×10^{10}). 因此, 在以下的讨论中可以认为 ϕ_s 和场振幅不随时间变化, 而求出 ϕ_1 和 ϕ_2 随时间的函数变化关系, 若将三模光场表示为

$$\alpha_1 = A_1 \exp(i\phi_1), \quad (19a)$$

$$\alpha_2 = A_2 \exp(i\phi_2), \quad (19b)$$

$$\alpha_3 = A_3 \exp(i\phi_3), \quad (19c)$$

且假设信号与闲置模内腔损耗相等, 则

$$A_1 = A_2, \quad (20)$$

将(19)和(20)式代入方程(1)并取 $\dot{A}_1 = \dot{A}_2 = \dot{A}_3 = \dot{\phi}_3 = 0$ 求解可得

$$\phi_1 - \phi_2 = (\Delta_2 - \Delta_1)t + C \quad (21)$$

$$\text{和} \quad \phi_1 + \phi_2 = \phi_3 - \arccos[\gamma/(2\chi A_3)] = B, \quad (22)$$

C 为积分常数, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, 因 ϕ_3 与 A_3 均为常数, 故 B 不随时间而变化, 从而可求得

$$\phi_1 = (\Delta_2 - \Delta_1)t + M_1, \quad (23a)$$

$$\phi_2 = (\Delta_1 - \Delta_2)t + M_2, \quad (23b)$$

式中 $M_1 = (C + B)/2$ 和 $M_2 = (B - C)/2$ 。由(23)式可知, 在信号与闲置模失谐量不一致的情况下, ϕ_1 和 ϕ_2 随时间推移而出现自调制效应。相位变化由 0 到 2π 为一周期, 与此相应的周期 $T = 4\pi/|\Delta_2 - \Delta_1|$, 失谐量差值愈大, 变化周期愈小, ϕ 随 t 上升愈快。图 4 为 $|\Delta_2 - \Delta_1|$ 取 0.3, 0.6 和 0.9 三种情况下, ϕ_1 随时间的变化曲线。 ϕ_2 也有类似的关系。

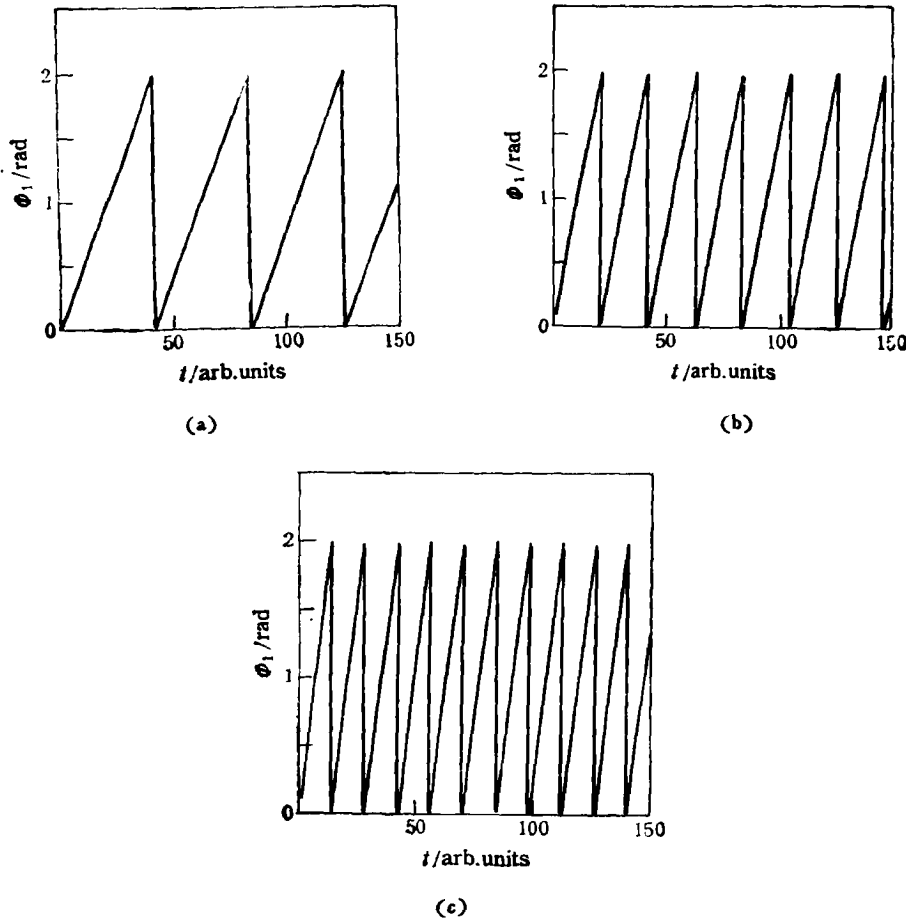


图 4 自相位 (ϕ_1) 调制现象 $\chi = 2.5$, $r = r_s = 1$, $\Delta_s = 0.3$, $\varepsilon_s = 0.7$;
 (a) $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.3$; (b) $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.6$; (c) $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.9$;
 $\alpha_1(0) = 0.1 + i0.1$ $\alpha_2(0) = 0.1 + i0.1$, $\alpha_3(0) = 0.1 + i0.1$

4 强度自脉冲

相位自调制难以用实验直接观测,为此考虑由它们所导致的耦合模的强度变化,即强度自脉冲效应,如图5所示定义与两偏振模 α_1, α_2 成 45° 的耦合模为 b_1 和 b_2 ,

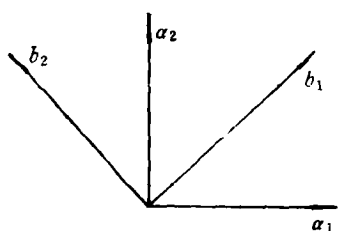


图5 偏振模 α_1, α_2 与耦合模 b_1, b_2 的方位关系

$$b_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (\alpha_1 + \alpha_2), \quad b_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} (\alpha_1 - \alpha_2), \quad (24)$$

其光强分别为

$$|b_1|^2 = \frac{(A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Phi_1 - \Phi_2))}{2}, \quad (25a)$$

$$|b_2|^2 = \frac{(A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\Phi_1 - \Phi_2))}{2}. \quad (25b)$$

由(21), (25)式可知, $|b_1|^2$ 和 $|b_2|^2$ 随位相差

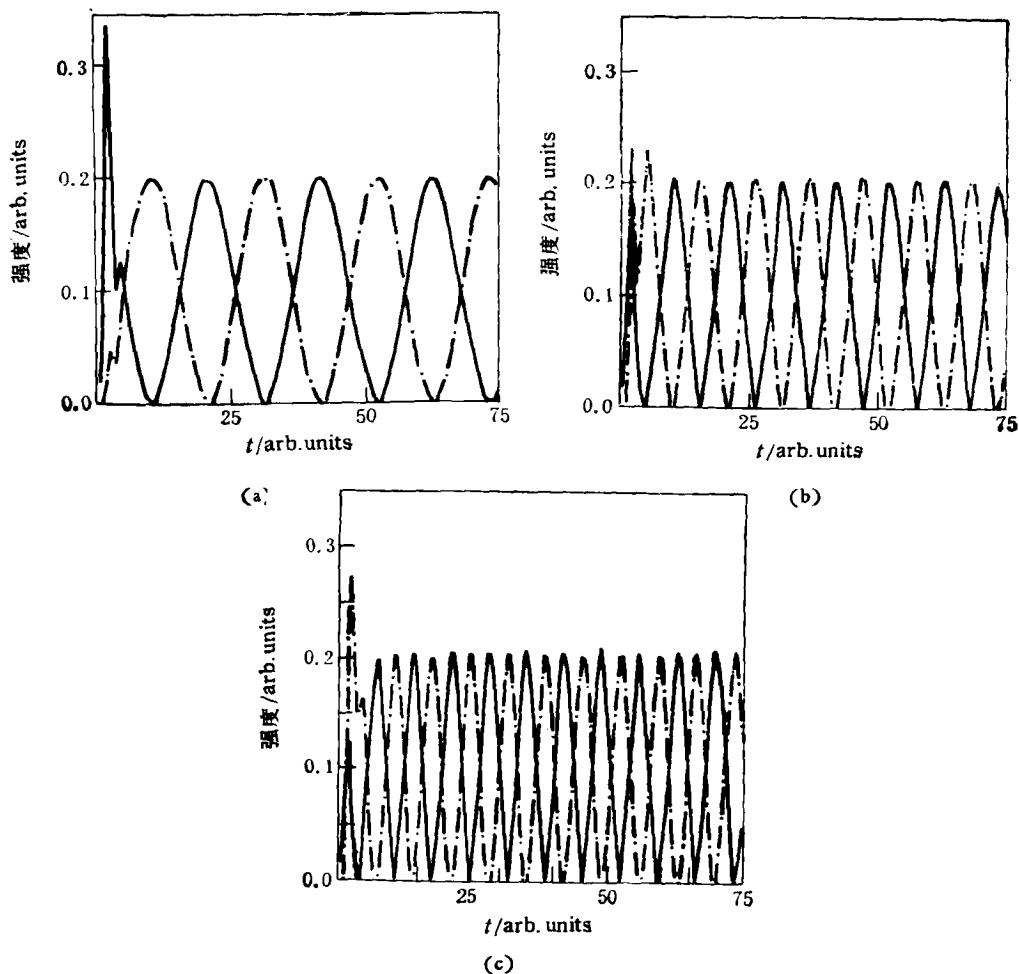


图6 耦合模强度自脉冲现象 ——为 $|b_1|^2$; - - -为 $|b_2|^2$; $\chi = 2.5$, $r_1 = r_2 = r_3 = 1$, $\Delta_1 = 0.3$, $\epsilon_1 = 0.7$; (a) $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.3$; (b) $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.6$; (c) $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.9$

$(\phi_1 - \phi_2)$ 作余弦振荡, 光场强度随时间的变化, 反映了 $(\phi_1 - \phi_2)$ 的变化规律。强度自脉冲的周期 $T = 2\pi/|\Delta_2 - \Delta_1|$ 。图 6 给出了 $|\Delta_2 - \Delta_1| = 0.3, 0.6, 0.9$ 三种情况下耦合模强度随时间变化的自脉冲行为。通过观测输出耦合模的强度起伏, 记录脉冲周期, 则能反映内腔信号与闲置模的相位自调制。

5 结 论

通过求解三模相互作用的共经典运动方程讨论了内腔非简并参量下转换过程中可能出现的非稳效应。结果指出, 在抽运场强度高于振荡阈值, 且信号和闲置模失谐量不相等的情况下 ($\Delta_1 \neq \Delta_2$), 虽然三个模的场强和抽运场的相位均趋于一稳定值, 但信号和闲置模的相位却随时间周期性变化, 产生相位自调制效应, 并由此导致其耦合模的强度自脉冲行为。由于在频率简并偏振非简并的 OPO 腔中, 即使存在腔失谐 $|\alpha_1|^2$ 与 $|\alpha_2|^2$ 也有相同的稳定值(图 3), 因此, 在实验中比较容易通过内腔参量下转换获得强度相关的孪生光子对 (twin-photon)^[4,8], 但由于存在相位自调制和耦合模强度自脉冲效应, 只有在三模共振的情况下才能产生正交双模压缩态光场^[8,9]。

- [1] P. D. Drummond, K. J. McNeil, and D. F. Walls, *Opt. Acta*, **27** (1980), 321.
- [2] C. M. Savage and D. F. Walls, *Opt. Acta*, **30** (1983), 557.
- [3] L. A. Lugiato and C. Oldano, *IL Nuovo Cimento*, **10** (1988), 959.
- [4] S. Reynaud, C. Fabre and E. Giacobino, *J. Opt. Soc. Am.*, **B4** (1987), 1520.
- [5] K. J. McNeil and C. W. Gardiner, *Phys. Rev.*, **A28** (1983), 1560.
- [6] Wu Lingan, Min Xiao, H. J. Kimble, *J. Opt. Soc. Am.*, **B4** (1987), 1465.
- [7] 刘 晶、张天才、廉毅敏、于 晨、谢常德、彭莹辉, *光学学报*, **13**(1993), 655.
- [8] 张天才、谢常德、彭莹辉, *中国科学*, **23**(1993), 831.
- [9] 彭莹辉、黄茂全、刘 晶、张天才、廉毅敏、谢常德, *物理学报*, **42**(1993), 1079.

INVESTIGATION OF UNSTABLE CHARACTERISTICS IN NONDEGENERATE OPTICAL PARAMETRIC OSCILLATOR

WANG HAI GAO JIANG-RUI XIE CHANG-DE PENG KUN-CHI

(Institute of Opto-Electronic Research, Shanxi University, Taiyuan 030006)

(Received 13 July 1994)

ABSTRACT

The unstable characteristics of the frequency-down-conversion process in the non-degenerate optical parametric oscillator is discussed with the semi-classical equations of motion of three-mode interaction. It is demonstrated that the intracavity fields present the phase-self-modulation when the detuning values of signal and idle modes are not identical. The condition of threshold for producing the phase-self-modulation and the self-modulation period are also obtained. A new physical method to observe the phase-self-modulation of the intercavity fields by means of the intensity-self-pulse of the output couple-mode is proposed.

PACC: 4265K