

论 Jaynes-Cummings 模型中原子偶极压缩 和光场压缩间的关联*

李 高 翔 彭 金 生

(华中师范大学物理系, 武汉 430070)

(1994 年 7 月 11 日收到)

通过考察单光子 Jaynes-Cummings (J-C) 模型和非简并双光子 J-C 模型中原子偶极压缩和光场压缩随时间演化的规律, 研究了原子偶极压缩与光场压缩之间的关系, 给出了处于偶极压缩状态的原子辐射压缩光的条件, 并讨论了原子压缩分量与光场压缩分量之间相互转化的特征, 指出了原子-光场间的双光子耦合系统比单光子耦合系统更有利于制备压缩程度深的压缩光。

PACC: 4250; 3280

1 引 言

由于压缩光场在弱信号检测以及光通讯方面具有重要的应用前景, 自 Yuen 提出光场的压缩态^[1]概念以来, 对于压缩光场的产生^[2-7]一直是量子光学最活跃的课题之一。1981 年, Walls 等^[8]将光场压缩的概念推广到原子系统, 在单光子共振荧光系统中分别讨论了光场压缩效应和原子偶极压缩效应, 指出了处于稳态偶极压缩的二能级原子可辐射出稳态的压缩光场。Knight 等^[9]在单光子 J-C 模型中证明了初始时处于偶极压缩状态的原子, 在一定的时刻可能辐射出压缩光场。那么初始处于压缩态的光场对原子偶极压缩又有什么影响呢? 从抑制原子偶极的量子噪声这一角度来看, 深入探讨这一问题是十分有意义的。同时实验上已制备出多模压缩光场^[10], 因此对于原子与多模光场的相互作用系统中原子偶极压缩与光场压缩之间的关联是很有必要加以研究的。

本文首先研究了单光子 J-C 模型中原子偶极压缩与光场压缩之间的关系, 结果表明在一定的原子初态条件下, 原子偶极矩 S_2 分量的压缩与光场 X_1 分量的压缩以一定的时间间隔按线性关系相互转化, 并且真空辐射场对原子偶极压缩具有触发作用。接着讨论了非简并双光子 J-C 模型中双模光场的压缩与原子偶极压缩之间的关系, 结果表明, 在原子偶极矩 S_2 分量出现压缩的初态条件下, 双模光场的两正交分量可交替地出现压缩, 并且原子偶极压缩与光场压缩之间呈现出非线性相互转化关系。

* 国家自然科学基金资助的课题。

2 单光子 J-C 模型中原子偶极压缩与光场压缩之间的关联

描述单个二能级原子与一单模辐射场相互作用的哈密顿量, 在旋波近似下可写为^[9]

$$H = \omega_0 S_z + \omega a^\dagger a + \varepsilon(a^\dagger S_- + a S_+) \quad (h = 1), \quad (1)$$

式中 $a^\dagger, a$ 代表频率为 ω 的光场的产生和湮没算符, 本征跃迁频率为 ω_0 的二能级原子由赝自旋算符 $S_\pm, S_z$ 表征, ε 为原子-光场的耦合常数。如果初始时光场为真空辐射场, 二能级原子处在其激发态 $|+\rangle$ 和基态 $|-\rangle$ 的相干叠加态

$$|\Psi_s(0)\rangle = \cos(\theta/2)|+\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\psi}|-\rangle \\ (0 \leq \theta \leq \pi, -\pi \leq \psi < \pi), \quad (2)$$

即在初始时刻, 系统处在

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_s(0)\rangle \otimes |0\rangle = \cos(\theta/2)|+, 0\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\psi}|-, 0\rangle, \quad (3)$$

那么在 t 时刻, 原子-光场耦合系统的态矢在相互作用绘景中演化为

$$|\Psi^I(t)\rangle = \cos(\theta/2)\cos(\varepsilon t)|+, 0\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\psi}|-, 0\rangle \\ - i\cos(\theta/2)\sin(\varepsilon t)|-, 1\rangle. \quad (4)$$

这里为简单起见, 仅考虑共振情况, 即光场频率与原子本征跃迁频率满足: $\omega_0 = \omega$ 。从 (4) 式出发, 即可分别讨论 J-C 模型中原子偶极压缩和光场压缩, 进而研究两种压缩效应之间的关系。

2.1 原子偶极的压缩效应

为反映原子偶极的压缩特性, 并与实际测量相对应, 定义两个缓变的正交厄密算符^[10]

$$S_1 = [S_+ \exp(-i\omega t) + S_- \exp(i\omega t)]/2, \\ S_2 = [S_+ \exp(-i\omega t) - S_- \exp(i\omega t)]/2i. \quad (5)$$

实际上 S_1, S_2 分别对应原子偶极矩的色散部分和吸收部分。若系统存在某个状态, 使得

$$(\Delta S_i)^2 < \frac{1}{2} |\langle S_z \rangle|$$

$$\text{或} \quad Q_i = (\Delta S_i)^2 - \frac{1}{2} |\langle S_z \rangle| < 0 \quad (i = 1 \text{ 或 } 2), \quad (6)$$

我们就称原子偶极矩的 S_i ($i = 1$ 或 2) 分量的涨落被压缩, 即原子偶极呈现出压缩效应。

由 (4) 式不难得知, 描述原子偶极矩 S_i 分量涨落的函数 Q_i 随时间的演化规律遵循

$$Q_1 = \frac{1}{4} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \varepsilon t \cos^2 \psi - \frac{1}{2} \left| \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \varepsilon t - \frac{1}{2} \right|, \quad (7)$$

$$Q_2 = \frac{1}{4} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \varepsilon t \sin^2 \psi - \frac{1}{2} \left| \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \varepsilon t - \frac{1}{2} \right|. \quad (8)$$

在 (7), (8) 两式中, 当 $\psi = 0, \pi$ 时, Q_1 极小, 而 $Q_2 \geq 0$, 即原子偶极矩 S_2 分量的涨落没有被压缩。而当 $\psi = \pm \pi/2$ 时, Q_2 极小, 但 $Q_1 \geq 0$, 这表明原子偶极矩 S_1 分量的涨落没有得到压缩。在这两种情况下, Q_1, Q_2 的极小值相同, 不失一般性, 以下取

$\phi = -\pi/2$, 即讨论原子偶极矩 S_2 分量涨落的压缩与时间 t 以及描述原子初态的参数 θ 之间的依赖关系.

从(8)式不难得知, 在 $(\pi/2) < \theta < \pi$ 和 $0 < \theta < \pi/2$ 时, Q_2 分别简化为

$$Q_2 = -\left(\frac{1}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \cos^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \varepsilon t \quad \left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right), \quad (9)$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{3}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \cos^2 \varepsilon t \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right). \quad (10)$$

(9)式表明, 原子偶极矩 S_2 分量的涨落在整个时间演化过程中, 除 $t = \frac{k+1/2}{\varepsilon} \pi (k=0, 1, 2, \dots)$ 外均处于压缩状态. 而在 $0 < \theta < \pi/2$ 时, Q_2 小于零只出现在

$$\begin{aligned} 0 < \varepsilon t < \arccos \left(\cos \frac{\theta}{2} \sqrt{3 - 2\cos^2 \frac{\theta}{2}} \right)^{-1} \text{ 或} \\ k\pi - \arccos \left(\cos \frac{\theta}{2} \sqrt{3 - 2\cos^2 \frac{\theta}{2}} \right)^{-1} < \varepsilon t < k\pi \\ + \arccos \left(\cos \frac{\theta}{2} \sqrt{3 - 2\cos^2 \frac{\theta}{2}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

的时间范围内. 这就是说, 处于不同初态的二能级原子 ($\theta \neq 0, \pi/2, \pi$), 在与真空辐射场作用时, 原子偶极矩 S_2 分量的涨落都可周期性地被压缩, 其周期为 $T_R = \pi/\varepsilon$. 即在原子 Rabi 振荡的每个周期内, 原子偶极矩 S_2 分量的涨落都将被压缩一次, 每次持续的时间依赖于描述原子初始状态的参数 θ , 并且在 $t_m = k\pi/\varepsilon (k=0, 1, 2, \dots)$ 的时间点, 被压缩到极小. 同时, 从(9), (10)式还可看出, 原子偶极矩的涨落被压缩的程度也依赖于 θ . 不难看出, 在 $\theta = \pi/3$ 或 $2\pi/3$ 时, Q_2 在时间点 t_m 有最小值 $-1/16$, 此时原子偶极矩 S_2 分量的量子噪声被压缩到最小.

2.2 光场压缩效应与原子偶极压缩效应之间的关系

对于单模光场的两个缓变正交的厄密算符

$$\begin{aligned} X_1 &= [a \exp(i\omega t) + a^\dagger \exp(-i\omega t)]/2, \\ X_2 &= [a \exp(i\omega t) - a^\dagger \exp(-i\omega t)]/(2i), \end{aligned} \quad (12)$$

如果存在

$$F_i = (\Delta X_i)^2 - 1/4 < 0 \quad (i=1 \text{ 或 } 2), \quad (13)$$

那么我们就称光场 $X_i (i=1 \text{ 或 } 2)$ 分量的涨落被压缩.

在 $\phi = -\pi/2$ 时, 由(4)式可得

$$F_1 = -\cos^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{1}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \cos^2 \varepsilon (t - \pi/2\varepsilon), \quad (14)$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \varepsilon t \geq 0. \quad (15)$$

(14), (15)式表明, 在原子偶极矩 S_2 分量的涨落可出现压缩的初态情况下, 对于单光子 J-C 模型描述的系统, 只有光场 X_1 分量的涨落可被压缩. 比较(10), (14)式可以看到,

只有在 $(\pi/2) < \theta < \pi$ 时, F_1 才可能小于零。除时间因子相差 $\pi/2\varepsilon$ 外, F_1 对原子初态的依赖关系以及随时间演化的规律与 Q_1 完全相同。这就是说, 由于原子与光场的耦合, 在原子偶极矩 S_2 分量的涨落出现压缩的时间点, 光场 X_1 分量将推迟 $\pi/2\varepsilon$ 出现相似的压缩现象, 其最大压缩程度为 25%。

值得指出的是, 在光场出现最佳压缩的时间点, 如 $t_0 = \pi/2\varepsilon = T_R/2$, 当 $\phi = -\pi/2$ 时, 系统的态矢演化为

$$\begin{aligned} |\Psi^1(t_0)\rangle &= -\left|\left(\cos\frac{\theta}{2}|1\rangle + e^{i\pi}\sin\frac{\theta}{2}|0\rangle\right)\otimes|-\rangle\right| \\ &= -i|\Psi_F(T_R/2)\rangle\otimes|-\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

这表明初始处于偶极压缩状态的原子 $((\pi/2) < \theta < \pi)$, 在经过半个 Rabi 振荡周期后将辐射出压缩光, 此时原子已不再处于偶极压缩状态。可见光场 X_1 分量的量子噪声的减小是以增大原子偶极矩 S_2 分量的量子噪声为代价的。所以对单光子 J-C 模型而言, 在 $t = 0$ 时刻原子偶极矩 S_2 分量的极小量子噪声, 在经过 $T_R/2$ 时间后, 被线性地转换为光场 X_2 分量的极小起伏, 并且初始时处于最佳偶极压缩状态的原子 $(\theta = 2\pi/3, \phi = -\pi/2)$ 在真空辐射场作用下可辐射出压缩程度最深的迭加态光场。

再来看 $t = (\pi/\varepsilon) = T_R$ 这一时间点的情况, 此时

$$|\Psi^1(T_R)\rangle = -\left(\cos\frac{\theta}{2}|+\rangle + e^{-i\pi/2}\sin\frac{\theta}{2}|-\rangle\right)\otimes|0\rangle. \quad (17)$$

比较(16),(17)式可以看到, 在 $T_R/2$ 时刻处于基态的原子, 在时间演化过程中, 将从由 $|\Psi_F(T_R/2)\rangle$ 描述的压缩光场中吸收光子, 在 T_R 时刻演化到原子偶极涨落的压缩态。换言之, 在单光子 J-C 模型中, 初始处于基态的原子在与压缩光场相互作用时, 其偶极矩的量子噪声将被抑制到标准量子极限之下 $(\theta = 2\pi/3, \phi = \pi \text{ 时}, Q_2 \text{ 的值将最小})$ 。如果在(16)式中令 $\theta = 0$, 即光场处在粒子数态 $|1\rangle$, 显然 Q_2 不再小于零, 可见真空辐射场对基态原子的偶极压缩效应具有触发作用。

上面的结果表明, 由哈密顿量(1)式和初态(3)式描述的单光子相互作用系统, 当 $\phi = -\pi/2$ 时, 只有在 $(\pi/2) < \theta < \pi$ 时, 原子偶极矩 S_2 分量和光场 X_1 分量才能都呈现出周期性地压缩效应, 并且两种压缩效应是以时间间隔 $\pi/2\varepsilon$ 按线性关系相互转化。但对于光场与原子之间通过多光子跃迁过程相互耦合的系统, 光场的压缩与原子偶极压缩之间的关系是否也是这样呢? 下面以非简并双光子 J-C 模型为例, 来研究两种压缩效应之间的关系。

3 非简并双光子 J-C 模型中双模光场的压缩与 原子偶极压缩间的关联

通常将一个具有相同宇称的二能级原子与双模光场之间通过双光跃迁过程相互耦合的系统的哈密顿量表示为^[11]

$$H = \omega_s S_z + \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \varepsilon(a_1^\dagger a_2^\dagger S_- + a_1 a_2 S_+) \quad (\hbar = 1). \quad (18)$$

同单光子 J-C 模型相似,这里也只考虑共振情况,即 $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$. 并且假设初始时原子处在由(2)式描述的相干迭加态,双模光场处在真空态,即系统初始是处在

$$|\Psi(0)\rangle = \cos(\theta/2)|+,0,0\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\phi}|-,0,0\rangle, \quad (19)$$

那么在相互作用绘景中,系统的态矢在 t 时刻演化为

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle = & \cos \frac{\theta}{2} \cos \varepsilon t |+,0,0\rangle - i \cos \frac{\theta}{2} \sin \varepsilon t |-,1,1\rangle \\ & + \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\phi} |-,0,0\rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

不难证明,描述原子偶极矩 S_i 分量涨落的函数 Q_i 遵循(7)和(8)式. 这就是说,如果二能级原子初始时处在激发态 $|+\rangle$ 和基态 $|-\rangle$ 的相干迭加态,并且光场为真空辐射场,那么在非简并双光子 J-C 模型中原子偶极矩的涨落将展现与单光子 J-C 模型中完全相同的压缩效应. 而双模光场的压缩情况又是怎样的呢?

为讨论双模光场的压缩与原子偶极压缩之间的关系,定义描述双模光场的两个缓变正交的厄密算符

$$\begin{aligned} U_1 &= 2^{-3/2} [a_1 \exp(i\omega_1 t) + a_2 \exp(i\omega_2 t) + a_1^\dagger \exp(-i\omega_1 t) + a_2^\dagger \exp(-i\omega_2 t)], \\ U_2 &= i2^{-3/2} [a_1^\dagger \exp(-i\omega_1 t) + a_2^\dagger \exp(-i\omega_2 t) - a_1 \exp(i\omega_1 t) - a_2 \exp(i\omega_2 t)]. \end{aligned} \quad (21)$$

若存在

$$P_i = (\Delta U_i)^2 - 1/4 < 0 \quad (i = 1 \text{ 或 } 2), \quad (22)$$

那么就说双模光场 U_i 分量的涨落被压缩. 由(20)–(22)式可得

$$P_1 = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \varepsilon t + \sin \varepsilon t \sin \frac{\theta}{2} \sin \phi \right), \quad (23)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \varepsilon(t - \pi/\varepsilon) + \sin \frac{\theta}{2} \sin \varepsilon(t - \pi/\varepsilon) \sin \phi \right]. \quad (24)$$

显然, P_1, P_2 的值都与 ϕ 的值有关. 当 $\phi = 0, \pi$ 时, P_1, P_2 的值均不小于零,这也就是说,虽然原子偶极矩 S_i 分量的涨落在 $\phi = 0, \pi$ 是可以被压缩,但双模光场不会出现压缩. 对于某一 θ 而言,在 $\phi = \pm \pi/2$ 时, P_1, P_2 可以有负的最大值,例如对于 $\phi = -\pi/2$ 的情况,(23),(24)式简化为

$$P_1 = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \varepsilon t - \sin \varepsilon t \sin \frac{\theta}{2} \right), \quad (25)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \varepsilon(t - \pi/\varepsilon) - \sin \varepsilon(t - \pi/\varepsilon) \sin \frac{\theta}{2} \right]. \quad (26)$$

由(25)式可得,当 θ 取不同的值时,在相应的时间区域

$$(\pi/2) < \theta < \pi \text{ 时, } 2k\pi < \varepsilon t < (2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (27)$$

$$0 < \theta < \pi/2 \text{ 时, } 2k\pi < \varepsilon t < 2k\pi + \arcsin(\tan \theta/2) \text{ 和}$$

$$\pi + 2k\pi - \arcsin(\tan \theta/2) < \varepsilon t < (2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (28)$$

$$\theta = \pi/2 \text{ 时, } 2k\pi < \varepsilon t < (2k+1)\pi \text{ 且 } \varepsilon t \neq (2k+1/2)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (29)$$

内, P_1 的值小于零. 从(27)式看到,在原子初态满足: $\phi = -\pi/2, (\pi/2) < \theta < \pi/2$ 时,光场 U_1 分量的涨落周期性地出现压缩,周期为 $2T_R$, 每次压缩持续的时间接近一

个 Rabi 周期 T_R 。这也就是说,在 P_1 随时间演化的每一个周期内,只有在前半个周期里 $P_1 < 0$; 在后半个周期内,光场 U_1 分量的涨落不能被压缩,但在这一时间区域, (26) 式表明光场 U_2 分量的涨落可被压缩。另外,从 (25) 式还可知道,当 $\theta = \arccos \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \right)$

时, P_1 在时间点 $t_m = (2k + 1/2)\pi/\varepsilon (k = 0, 1, 2, \dots)$ 出现负的最大值 $(1 - \sqrt{2})/4$, 即此时可得到压缩程度为 41.4% 的双模压缩光场,而原子偶极矩 S_2 分量涨落的最大压缩量为 $-1/16(\theta - 2\pi/3)$ 。这说明在非简并双光子 J-C 模型中,初始时处于偶极矩 S_2 分量的压缩状态的原子在与真空辐射场作用时,将导致双模光场的 U_1 分量和 U_2 分量的涨落以 $2T_R$ 为周期交替地被压缩,原子偶极矩的压缩量与双模光场压缩量之间呈现出非线性关系。这一点与单光子 J-C 模型中的情况完全不同,在那里原子偶极矩 S_2 分量涨落的压缩只能诱导光场 X_1 分量的涨落出现压缩,二者之间是一种线性关系。同时我们看到,对于非简并双光子 J-C 模型,光场的最大压缩程度要比单光子 J-C 模型中光场压缩要深,因此在制备压缩光场时,光与原子间的多光子耦合要优于单光子耦合。

下面再来看 $\phi = -\pi/2$, $0 < \theta < \pi/2$ 时的情形,原子偶极矩 S_2 分量的涨落在每一个 Rabi 周期内可被压缩两次,此时单光子 J-C 模型中的光场不能被压缩。但由 (28) 式可知,双模光场在这种原子初态下,也可能出现压缩效应,并且 U_1 分量 (或 U_2 分量) 的涨落也被压缩两次,但光场每次压缩持续的时间比 Q_2 小于零持续的时间要短。对于每一 θ 而言,从时间演化的角度来看,在时间点 $t'_m = 2k\pi + \arcsin \left(\frac{1}{2} \tan \frac{\theta}{2} \right)$ 或 $t'_m = 2k\pi + \pi - \arcsin \left(\frac{1}{2} \tan \frac{\theta}{2} \right) (k = 0, 1, 2, \dots)$, P_1 的最小值为 $P_1 = -\sin^2(\theta/2)/8$, 与之对应的光场 U_1 分量的压缩程度比 $\theta = \arccos \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ 时要浅。

值得指出的是,在 $\phi = -\pi/2$, $\theta = \pi/4$ 时,虽然原子偶极矩的噪声不能被压缩,但由于双模光场通过原子的耦合导致的干涉效应,也可使得双模光场出现压缩。

这些结果表明,在非简并双光子 J-C 模型中,原子偶极矩的压缩与光场的压缩之间有一种非线性关系,为深入了解这种非线性关系,考察系统的态随时间演化的规律。

在 $t_0 = \pi/2\varepsilon$ 时,由 (20) 式可知,系统的态矢演化为

$$|\Psi^I(t_0)\rangle = -i|\Psi_{F1}\rangle \otimes |-\rangle. \quad (30)$$

这里

$$|\Psi_{F1}\rangle = \cos(\theta/2)|1,1\rangle + \sin(\theta/2)e^{i\pi}|0,0\rangle. \quad (31)$$

可以证明,处在 $|\Psi_{F1}\rangle$ 态的双模光场只有在 $(\pi/2) < \theta < \pi$ 成立时,才可能被压缩,并且只有 U_1 分量的涨落被压缩,光场 U_1 分量涨落的最大压缩发生在

$\theta = \arccos \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ 。这就是说,初始 ($t = 0$)。并不处在最佳偶极压缩状态的二能级原子在双模真空辐射场的作用下,在 t_0 时刻辐射出最佳的双模压缩光场,不过此时原子不再处在偶极压缩态。换言之,在原子与双模光场的双光子耦合系统中,由于双光子过程的干涉,原子偶极矩 S_2 分量非最佳压缩被非线性地放大到光场的 U_1 分量上,导致双

模光场的 U_1 分量出现最佳压缩效应。当时间演化到 $t_1 = \pi/\varepsilon$ 时,系统的态矢为

$$|\Psi^1(t_1)\rangle = -(\cos(\theta/2)|+\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\pi/2}|-\rangle)|0,0\rangle. \quad (32)$$

如果把 t_0 时刻作为光场-原子耦合系统的起始时刻,那么初始时处于基态的原子,在与(31)式描述的双模压缩光场作用时,将从光场中吸收两个光子,在 t_1 时刻原子演化到其偶极矩 S_2 分量的压缩态,这时光场不再处在压缩状态。可见,起始处于最佳压缩状态的双模光场,在与基态原子发生双光子作用时,并不能将原子偶极矩的噪声抑制到最小。当时间演化到 $t_2 = 3\pi/2\varepsilon$ 时,(20)式化为

$$|\Psi(t_2)\rangle = i|\Psi_{F2}\rangle \otimes |-\rangle, \quad (33)$$

式中

$$|\Psi_{F2}\rangle = \cos(\theta/2)|1,1\rangle + \sin(\theta/2)|0,0\rangle, \quad (34)$$

而 $|\Psi_{F2}\rangle$ 在 $(\pi/2) < \theta < \pi$ 时是双模光场 U_2 分量的压缩态,在 $\theta = \arccos \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$ 时,其压缩程度最深。因此在 t_1 时刻,原子偶极矩 S_2 分量的压缩在经过时间 $\pi/2\varepsilon$ 后,又被非线性地转化到双模光场的 U_2 分量上。

所以在初始时由 $\phi = -\pi/2$, $(\pi/2) < \theta < \pi$ 描述的处于偶极压缩状态的二能级原子,在与双模真空光场作用时,将导致光场 U_1 分量与 U_2 分量的涨落出现周期性的交替压缩,原子偶极压缩与光场 U_1 和 U_2 分量的压缩量之间是一种非线性转化关系。

对于初态满足 $\phi = -\pi/2$, $0 < \theta < \pi/2$ 的原子,从时间演化的角度看,在光场最佳压缩出现的时间点 $t'_0 = \arcsin\left(\frac{1}{2}\tan\frac{\theta}{2}\right)/\varepsilon$,系统的态矢为

$$\begin{aligned} |\Psi^1(t'_0)\rangle = & \sqrt{\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}}|+,0,0\rangle - \frac{i}{2}\sin\frac{\theta}{2}|-,1,1\rangle \\ & + i\sin(\theta/2)|-,0,0\rangle. \end{aligned} \quad (35)$$

不难证明,由(35)式描述的系统中,双模光场 U_1 分量和原子偶极矩 S_2 分量的涨落都可被压缩。这也就是说,初始时的原子偶极压缩只是部分地转化到光场的 U_1 分量上,使得 t'_0 时刻光场 U_1 分量的最大压缩程度要小于 41.4%。值得指出的是,当 $\theta = \pi/6$ 时,原子偶极矩 S_2 分量的涨落在 π/ε 时刻可最大限度地被压缩,这是因为在 $t'_0 = \arcsin\left(\frac{1}{2}\tan\frac{\pi}{12}\right)/\varepsilon$ 时刻处于 S_2 分量压缩状态的原子在 π/ε 时刻,通过光场与原子的非简并双光子耦合,把光场 U_1 分量的压缩非线性地转换到原子偶极矩 S_2 分量上,使得原子出现与初始时刻完全相同的最佳压缩,此时光场不再处在压缩态。

4 结 论

总之,上面论述的单光子 J-C 模型和非简并双光子 J-C 模型中光场压缩与原子偶极压缩之间的关系,可以归纳如下:

(1) 当初始时处于激发态 $|+\rangle$ 和基态 $|-\rangle$ 的迭加态 ((2)式) 的原子满足条件 $\phi = -\pi/2$, $0 < \theta < \pi/2$ 或 $(\pi/2) < \theta < \pi$ 时,在单光子 J-C 模型和非简并双光子 J-C

模型中,原子偶极矩 S_2 分量均具有相同的压缩规律,真空辐射场对原子偶极压缩具有触发作用。

(2) 在单光子 J-C 模型中,当 $\phi = -\pi/2$, $(\pi/2) < \theta < \pi$ 时,光场出现压缩,并且只有 X_1 分量的涨落可被压缩,其最大压缩程度为 25%,而当 $\phi = -\pi/2$, $0 < \theta < \pi/2$ 时,光场并不呈现压缩。可见初始处在原子偶极压缩状态的原子并不一定辐射出压缩光。而在非简并双光子 J-C 模型中,初始处在偶极压缩态的原子一定会辐射出双模压缩光场,并且光场 U_1 分量和 U_2 分量可交替地出现压缩效应,双模光场的最大压缩程度为 41.4%,它比单光子 J-C 模型中光场的压缩程度要深。因此应用原子-光场间的双光子耦合系统比单光子耦合系统更有利于制备压缩程度深的压缩光。

(3) 在单光子 J-C 模型中,原子偶极矩 S_2 分量的压缩量与光场 X_1 分量的压缩量之间以线性关系相互转化;而在非简并双光子 J-C 模型中,原子偶极压缩和双模光场的压缩则按非线性关系相互转化,也就是说,处于最佳偶极压缩状态的原子并不辐射出压缩程度最深的光场,压缩程度最深的光场并不能把原子偶极矩的量子噪声抑制到最小。

上述结果表明,在光与原子相互作用系统中,原子偶极的压缩效应与光场的压缩之间是密切关联的,查清它们之间的联系以及相互转化的特征,不仅在理论上对光与原子的量子起伏有更深入的了解,而且在实际中对于制备使原子偶极矩噪声小而获得压缩程度深的压缩光是有重要意义的。

- [1] H. P. Yuen, *Phys. Rev.*, **A13** (1976), 2226.
- [2] R. Loudon, P. L. Knight, *J. Mod. Opt.*, **34** (1987), 709.
- [3] M. C. Teich, B. E. A. Saleh, *Quantum Opt.*, **1** (1989), 153; G. M. Dariano, *Int. J. Mod. Phys.*, **B6** (1992), 1291.
- [4] 周鹏、彭金生,科学通报,(8)(1991),585.
- [5] Jin-sheng Peng, Gao-xiang Li, *Phys. Rev.*, **A47** (1993), 3167;
彭金生、李高翔,物理学报,42(1993),568.
- [6] D. F. Walls, P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, **47** (1981), 709.
- [7] K. Wodkiewicz, P. L. Knight, S. J. Buckle, S. M. Barnett, *Phys. Rev.*, **A35** (1987), 2567.
- [8] S. F. Pererira, Peng Kunchi, H. J. Kimble, *Coherence and Quantum Optics VI* (Plenum Press, New York, 1990), p. 889;
彭蕊晖、黄茂全、刘晶等,物理学报,42(1993),1079.
- [9] Jinsheng Peng, Gao-xiang Li, *Phys. Rev.*, **A45** (1992), 3289;
李高翔、彭金生,物理学报,41(1992),766.
- [10] Peng Zhou, Jin-sheng Peng, *Phys. Rev.*, **A44** (1991), 3331;
周鹏、彭金生,物理学报,38(1989),2044.
- [11] S. C. Gou, *Phys. Rev.*, **A40** (1989), 5116;
李高翔、彭金生,物理学报,42(1993),1443.

A STUDY ON THE RELATIONS BETWEEN ATOMIC DIPOLE SQUEEZING AND SQUEEZING IN RADIATING FIELD IN THE JAYNES-CUMMINGS MODEL

LI GAO-XIANG PENG JIN-SHENG

(Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

(Received 11 July 1994)

ABSTRACT

By means of investigating the time evolution of the atomic dipole squeezing and the field squeezing in the one-photon Jaynes-Cummings model and the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model, the relations between atomic dipole squeezing and squeezing in the radiating field are examined. The conditions under which the atom in atomic dipole squeezed state can radiate squeezed light are presented. The properties of the squeezing transformation between atomic dipole quadrature components and field quadrature components are also discussed. And in the atom-field coupling system, the two-photon transition processes in producing squeezed light are superior to the one-photon transition processes.

PACC: 4250; 3280