

颗粒物质表面孤立子波形隆起与内部对流*

陈伟中

(南京大学声学研究所, 南京 210008; 宁波师范学院物理系, 宁波 315020)

(1993年10月19日收到; 1994年1月4日收到修改稿)

报道在垂直激励下颗粒物质的表面孤立子波形隆起及内部的对流分布的实验观察。通过分析, 得到一种不同于以往依赖于水平方向边界制约的但却类似于浅水表面波的新的形成机制。

PACC: 4735; 4630R; 6230; 8100

1 引言

颗粒物质, 如沙子、粉状物等, 具有既不同于固态物质, 也不同于液态物质的独特性质。它们能够像液体一样流动, 遵循动量方程, 但又不像普通流体, 它们不能承受拉力作用, 更不像牛顿流体, 它们存在切应力, 且与应变无关。另一方面, 颗粒物质有着十分广泛的应用领域, 如药理学、化学工程、食品和农业。它们还与沙丘形成、陆地侵蚀和滑坡等环境科学有直接的关系。此外, 还常借用颗粒物质描述其它物理现象, 如 deGennes^[1] 用颗粒物质的崩落现象成功地描述超导体中涡旋的运动。因此, 许多物理学家对此发生了浓厚的兴趣, 无论在实验上^[2,3], 还是在理论上^[4-6]都取得了有意义的进展。人们发现, 在垂直激励下的颗粒物质会出现许多新的现象, 如隆起和对流^[6,7]等。本文报道我们最近的一个实验结果。垂直激励放在窄长型槽内的纯二氧化硅颗粒, 观察到了非常稳定的孤立子波形状的表面隆起现象, 及伴随发生的对流现象。进而还发现在形成隆起和对流的微观机制上, 与以往依赖于水平边界约束的观点^[6]不同, 而与液体表面孤立子波^[8]的形成机制却十分类似。

2 实验结果

实验装置比较简单, 见图1。所用的颗粒物质为化学纯的二氧化硅颗粒, 平均直径为0.20mm, 容器为40cm × 1cm × 5cm的上端开口的有机玻璃槽。颗粒物质(二氧化硅颗粒)充入容器至底面以上1.3cm处。整个容器粘贴在可作垂直方向振动的平台(大喇叭)上。该平台的激励电压的波型可在正弦波、三角波及方波之间选择, 其频率可在3—45Hz之间选取。驱动电压的幅度也在0—9V之间连续可调。在我们的实验中, 已经选择了频

* 浙江省自然科学基金资助的课题。

率 f 为 20Hz 的正弦波作为激励电压,而颗粒物质的初始分布为近似水平均匀分布。

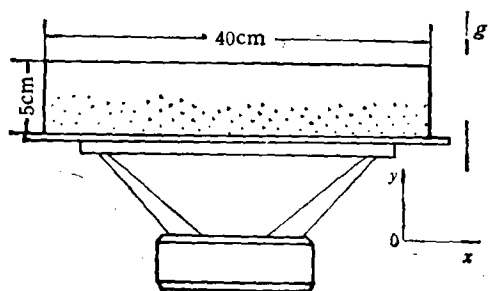


图1 实验装置

当激励电压低于临界值时,平台振动振幅 A_e 小于 0.6mm, 相应的平台加速度幅 $\Gamma = 4\pi^2 f^2 A_e$ 小于临界值 9.8m/s^2 (重力加速度值)。此时颗粒物质与静止时一样,无明显的、有意义的相对容器的振动与迁移。而当电压值超过该临界值之后,相应的平台振动幅度超过了 0.6mm, 在实验中已把它固定在 $A_e \approx 1\text{mm}$ 上。与此相对应的加速度幅约为 15.8m/s^2 , 已超过重力加速度值。此时,原来的均匀分布状态逐渐

地被打破,开始在槽长方向 (x 方向) 形成多个小的隆起中心。随着时间的推移,小隆起中心之间彼此竞争、吞并,形成往往多于一个的较大的隆起中心,这些隆起中心都是稳定的。如果要得到单个隆起中心,可用笔杆等工具拨散多余的中心,而这些拨出来的颗粒物质不久便会被剩下的唯一中心吸走,而形成一个新的更大的单个隆起中心。内部的对流过程始终伴随着隆起而存在。图2为从一系列演化记录中选择出来的四张有代表性的照片,以显示其演化形成过程。

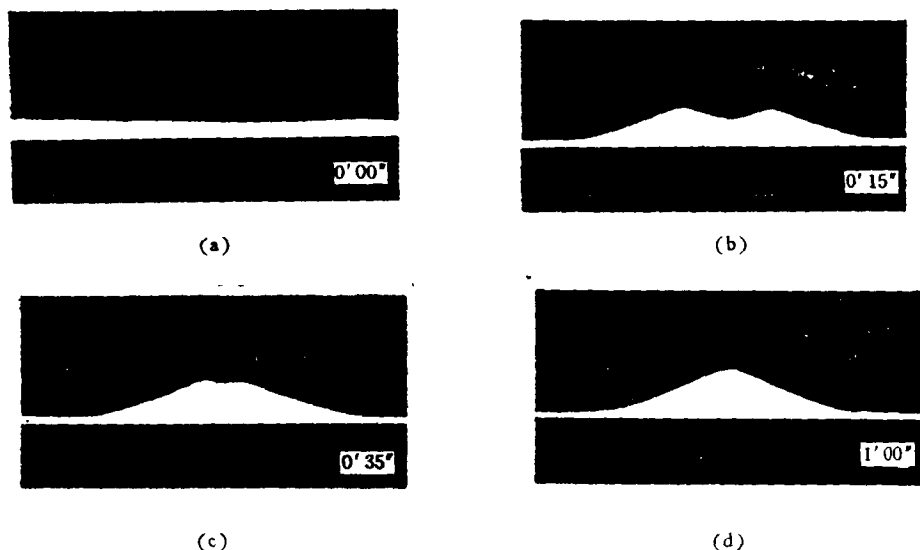


图2 孤立子形表面隆起形成过程图 右下角的数字显示演化时间;激励频率为 20Hz;激励振幅为 1mm: (a) 为近似均匀分布的初始状态; (b) 为经过 15s 的激励之后,出现的多个局域小峰(图中给出两个小峰); (c) 为再经过 20s 的演化,两个局域小峰相互吸引、靠拢; (d) 为经过约 1min 的演化,从初态所到达的一个极稳定的非传播的孤立子形表面隆起

图3则给出单个孤立子形表面隆起。可见这种垂直激励条件下的颗粒物质表面隆起是孤立子形的。由于我们用的是一个很窄的容器,因此在宽度方向(图1中未示出)其表面没有明显的变化,几乎是均匀的。同时为了研究颗粒物质的微观运动,我们使用少量的着色的同种颗粒(二氧化硅颗粒)作为示踪粒子,则可清楚地观察到除了参与周期性的振

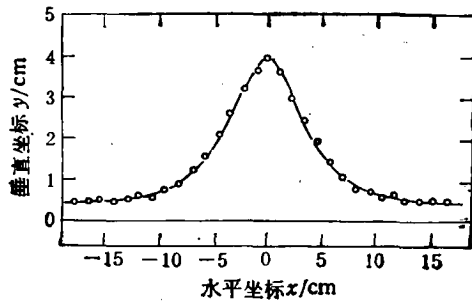


图3 颗粒物质的孤生子形表面隆起 ○为实验点; —为双曲正割最佳拟合; $y = 3.375 \operatorname{sech}(0.337(x + 0.18)) + 0.475 \text{ cm}$



图4 颗粒物质内部的对流流线示意图 左边为速度分布;右边为对流流线

动之外,还有对流运动,流线分布与文献[6]中所描述的基本一致,流向大致是从中心底部向隆起顶峰,再沿两表面滚下,最后从两侧底部分别流向中心底部,构成封闭流线。图4为流线示意图。

3 形成机制

1989年 Evesque 和 Rajchenbach^[2] 已经观察到颗粒物质在垂直激励条件下形成的表面隆起和内部对流现象,但隆起的顶峰是紧贴在容器的一个侧壁,并不在容器的中心,而呈直角三角形形状。而在1992年 Taguchi^[6] 则用计算机模拟技术得到了一个隆起顶峰在容器中心的结果。无论从隆起的形状,还是从对流流线的分布来看,都与本实验相似。但由于他采用的容器不是足够的长,因此水平边界的约束是至关重要的。其形成的机制解释为下面三步:

3.1 在主动期(即激励加速度幅大于重力加速度,并向下运动时期),由于垂直方向不受约束,导致垂直压力消失,但由于水平方向仍存在左右侧壁的制约,水平压力不变,故导致了水平流动;

3.2 水平流在容器中心发生碰撞,导致中心的垂直向上的垂直流;

3.3 中心的垂直流导致中心表面隆起,同时在中心底部形成真空,周围的颗粒填补真空,使之两侧下陷,形成中心表面向两侧的恒定流动。

可见,他们的隆起离不开水平侧壁的抑制作用。然而,这种机制显然不再适用于我们的实验。在我们的实验中,由于采用了长槽形容器(类似于浅水波实验^[9]中所采用的),并且在形成稳定的隆起和对流终态之后,除在隆起中心附近区域存在颗粒物质之外,其它几乎不存在颗粒物质,因此,两侧边界不起作用,可视为无限长边界。当然,形成底部两侧向底部中心的流动的原因并非是两侧边界存在而产生的水平压力。这一点毋庸置疑。然而,这种孤生子形隆起与浅水波实验中的表面波^[9]、以及非线性点阵中的自局域结构^[10]非常相近。而它们之所以能够自局域化,是由于各自的非线性效应。因此,我们认为这种隆起的真正原因是某种非线性效应而不是边界制约。

在激励下的颗粒系统拥有许多流体的性质^[8,11],可以把它视为一种可变密度的流体。

尽管我们已经观察到颗粒物质内部的对流行为,但粒子的总体运动仍然以振动为主。如同在浅水波理论中一样^[12],我们以同样的理由,假定颗粒物质内部速度分布是无旋的,即 $\nabla \times \mathbf{V} = 0$, 可以引入一个速度势 φ , 使得 $\mathbf{V} = \nabla\varphi$ 。但由于液体分子间的相互作用势为 Lenard-Jones 势^[13], 它既具有斥力又有引力, 因此, 一般流体近似可以看成既不可压缩又不会膨胀的理想流体, 保持一个常数的密度。但颗粒物质间虽具斥力, 但缺少引力, 因此它只能在常数引力场下保持一个常数密度 ρ_0 , 而在激励条件下, 颗粒物质的跳动, 使此时的颗粒物质有别于通常意义下的连续介质。同时我们也在实验中观察到, 在非过份强的激励条件下, 虽然表面层的颗粒物质出现明显的合拍的跳动, 但无论从跳动颗粒的数量上, 还是从跳动的幅度上来看, 对总体运动的影响都是小的。因此, 我们有理由仍视它们为连续介质, 只是密度不再是 ρ_0 , 而是一个随时间、空间变化的函数。它们的连续性方程为

$$\rho_t + \nabla\rho \cdot \nabla\varphi + \rho\nabla^2\varphi = 0 \quad (0 \leq y \leq \eta), \quad (1)$$

其中 $y = 0$ 和 $y = \eta(x, t)$ 分别代表颗粒物质的下、上边界, 相应的边界条件为

$$\varphi_y = 0 \quad (y = 0), \quad (2)$$

及

$$\begin{aligned} \eta_t + \varphi_x \eta_x &= \varphi_y \quad (y = \eta(x, t)), \\ (g + y_0)\eta + \varphi_t + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $y_0 = A \cos(2\pi f_0 t)$ 为垂直激励平台的运动方程, g 为重力加速度。

当 $\rho = \rho(x, y, t)$ 为常数时, (1-3) 式可以约化到一个非线性薛定谔方程^[12-14], 从而可得非传播的孤立子解^[9, 10]。尽管变密度方程(1)会给具体的约化和求解工作带来困难, 但没有理由否认, 此时上表面边界条件中的非线性效应将是导致槽长方向(即 x 轴方向)自局域表面波的一个原因。因而, 在本实验条件下, 形成孤立子形表面隆起及内部对流的原因, 不是水平边界约束, 而是方程(3)中的非线性效应。在我们的物理图景中, 对流(见图 4)的形成机制仍为三步, 只是第一步应为在足够强的激励条件下, 颗粒物质被液化, 其表面的非线性关系导致了颗粒物质的自局域化, 从而形成了水平流动。

4 小结与讨论

在实验方面, 本文报道在足够强的垂直激励条件下, 颗粒物质的孤立子形表面隆起和伴随的对流现象的观察结果。尽管从隆起的形状和对流的走向上看, 都与已有的实验^[2, 3]和模拟^[6]结果相似, 但我们的结果与水平方向的边界制约无关, 这导致两者在形成机制上的不同。在理论方面, 提出一种相似于浅水波, 而截然区别于以往依赖于水平边界约束的新的形成机制。在这种机制里, 形成底部水平流的原因是非线性效应, 而不是水平边界限制。当然尽管隆起形状与浅水波实验结果相似, 但由于颗粒物质内部存在切应力, 因此, 它无须像液体一样依靠槽宽方向的振荡来维持自局域结构, 即使实验中关掉激励电压, 它也能基本上维持自局域形状(除少量的粒子的滑坡之外)。

事实上, 在实验中能更容易地观察到多个无相互作用的孤立子形隆起的情形。同时

还能观察到周期性的大小两孤立子形隆起的吞并-产生过程。另外,密度随时间变化是与振动台的振动合拍的周期性变化,即在主动期间(失重状态下)膨胀,而在被动期间恢复。随空间变化也是很明显的,即在表面层有较明显的减小,而在略远离表面后,密度几乎不变。当然这种变化的幅度与渗透入表面的深度都与激励强度有关,随激励强度的增强而增加。

感谢宁波师范学院楼森岳教授、南京大学魏荣爵教授、王本仁教授的有益讨论。

- [1] P. G. deGennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966), p. 83.
- [2] P. Evesque and J. Rajchenbach, *Phys. Rev. Lett.*, **62** (1989), 44.
- [3] H. M. Jaeger, C. H. Liu and S. R. Nagel, *Phys. Rev. Lett.*, **62** (1989), 40.
- [4] A. Metha and G. C. Barker, *Phys. Rev. Lett.*, **67** (1991), 394.
- [5] G. W. Baxter and R. P. Behringer, *Physica*, **D51** (1991), 465.
- [6] Y. H. Taguchi, *Phys. Rev. Lett.*, **69** (1992), 1367.
- [7] J. A. C. Gallas, H. J. Herrmann and S. Sokolowski, *Phys. Rev. Lett.*, **69** (1992), 1371.
- [8] H. Caram, D. C. Hong, *Phys. Rev. Lett.*, **67** (1991), 828.
- [9] J. R. Wu, R. Kedian and I. Rucknick, *Phys. Rev. Lett.*, **52** (1984), 42;
倪皖芬、魏荣爵, *中国科学(A辑)*, (11)(1991), 1207;
王本仁、R. E. Anfel, *中国科学(A辑)*, (1)(1992), 51.
- [10] 陈伟中, *物理学报*, **42**(1993), 1567;
Weizhong Chen, *Phys. Rev.*, **B 49** (1994), 15063.
- [11] G. M. Homsy, R. Jackson and J. R. Grace, *J. Fluid Mech.*, **236** (1992), 477.
- [12] G. L. Lamb, *Elements of Soliton Theory* (Wiley & Sons, New York, 1980), p. 169.
- [13] S. K. Ma, *Statistical Mechanics* (World Scientific, Philadelphia, 1985), p. 247.
- [14] G. B. Whitham, *Linear and Nonlinear Waves* (Wiley, New York, 1974), p. 466.

EXPERIMENTAL STUDY ON SOLITON-SHAPE HEAPING AND CONVECTION IN GRANULAR MATERIAL

CHEN WEI-ZHONG

(Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210008;

Department of Physics, Ningbo Normal College, Ningbo 315020)

(Received 19 October 1993; revised manuscript received 4 January 1994)

ABSTRACT

The experimental observation for the soliton shape heaping and convection in vertically driven granular material are reported. A new formation mechanism of the heaping and convection is put forward by both experimental and theoretical analyses. It is obviously different from the ordinary one which relies on the horizontal restraint from vertical walls, but similar to the one for forming shallow water surface wave. In other words, the effect of nonlinearity induces the granular material to concentrate and form heap and convection.

PACC: 4735; 4630R; 6230; 8100