

基于量子测量的 Fock 态制备 和自相位调制的影响^{*}

周 为 薛秋寒 郭光灿

(中国科学技术大学物理系, 合肥 230026)

(1995 年 5 月 29 日收到)

提出一种制备 Fock 态的新方案. 研究在包含有自相位调制的 Kerr 介质中两束光的相互作用, 信号光场和探测光场初始处于相干态, 经由非线性相互作用后演化成为纠缠态. 若对探测光场的正交位相分量实行第一类量子测量, 信号光场的光子数分布会受到调制. 重复上述过程, 发现信号光场最终演化成为一个纯的 Fock 态. 这种制备 Fock 态的原理是基于互相位调制, 而自相位调制则起着阻碍 Fock 态形成的作用.

PACC: 4250

1 引 言

非经典光场在量子通讯、量子测量等方面有着重要的应用前景, 因而一直是量子光学领域中热门的研究课题^[1-13], 近年来随着实验技术的发展, 人们已经制备出越来越多的非经典光场, 但 Fock 态的制备仍然是有待解决的问题^[5, 6, 10-12]. 这里我们提出一种基于量子测量来实现 Fock 态制备的新方案.

考察用如图 1 所示的系统, 它由若干个测量装置构成, 在每个测量装置中, 信号光和探测光在非线性晶体中通过互相位调制而发生耦合, 然后对输出探测光的正交位相分量 X_1 进行测量, 输出的信号光场则作为下一个测量装置的输入, 依次类推. 在每一次测量中, 信号光场的光子数分布由于测量的反作用而受到调制, 经过若干次测量之后, 信号光场可塌缩到某一光子数本征态上, 其光子数目依赖于每次测量中信号光和探测光的初态、相互作用常数及 X_1 的测量结果. 这里为方便起见, 设初始输入的信号光场为相干态, 每次测量时输入的探测光场也为相干态. 同时假定对正交位相分量的测量均属于理想第一类测量. 本文将分析在这个非线性相互作用过程中, 自位相调制对态制备的影响, 并利用数值计算来模拟整个测量的过程.

2 理论推导

假定对输出探测光场的正交位相分量的测量是理想第一类测量, 即每次测出某一本征值 x , 而且输出探测光场塌缩到相应的本征态 $|x\rangle$ 上.

两束光在包含有自相位调制的 Kerr 介质中相互作用, 其哈密顿量为

^{*} 国家自然科学基金资助的课题.

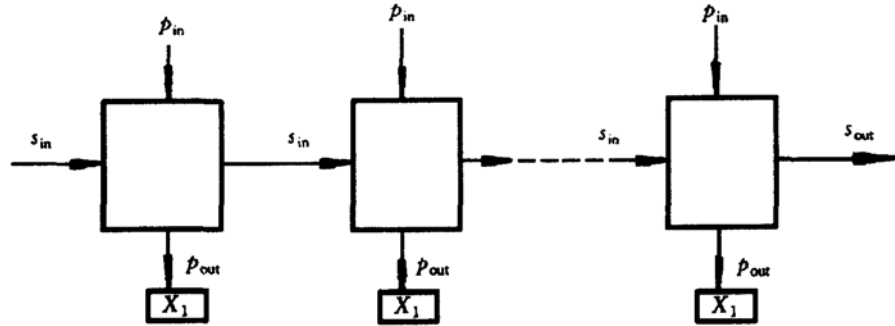


图1 测量系统 S_{in} 和 P_{in} 表示每一测量步骤中信号场和探测场的输入; S_{out} 和 P_{out} 为信号场和探测场的输出; X_1 为测量正交位相分量 X_1 的装置

$$H = \hbar\omega_s a_s^\dagger a_s + \hbar\omega_p a_p^\dagger a_p + \hbar\chi a_s^\dagger a_s a_p^\dagger a_p + \hbar g_s (a_s^\dagger a_s)^2 + \hbar g_p (a_p^\dagger a_p)^2, \quad (1)$$

其中 $a_s^\dagger, a_s$ ($a_p^\dagger, a_p$) 分别为信号场(探测场)的产生与湮没算符, χ 为互相位调制的耦合系数, g_s, g_p 分别为信号光与探测光的自相位调制系数, ω_s, ω_p 分别为信号光与探测光的频率. 在海森堡图象中, 探测光的正交位相分量 $X_1 = (a_p^\dagger + a_p)/2$ 的演化方程为

$$\frac{\partial X_1}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [X_1, H] = (\omega_p + \chi a_s^\dagger a_s) \frac{a_p - a_p^\dagger}{2i} + \frac{g_p [X_1, (a_p^\dagger a_p)^2]}{2i}. \quad (2)$$

由此可见, X_1 演化方程包含有信号光场的光子数 $n_s = a_s^\dagger a_s$, 因而对 X_1 的测量将引起 n_s 发生相应的变化.

下面在薛定谔图象中分析测量是如何引起信号光场的态塌缩. 信号光场的初态在 Fock 表象中可表示为

$$|\psi_s(0)\rangle = \sum_n C_n |n\rangle, \quad (3)$$

其光子数分布为 $P_{ns} = |C_n|^2$. 假定探测光场初态为相干态 $|\beta\rangle$

$$|\psi_p(0)\rangle = |\beta\rangle = \sum_m D_m |m\rangle, \quad (4)$$

$$D_m = \exp(-\frac{1}{2}|\beta|^2) \frac{\beta^m}{\sqrt{m!}}.$$

设相互作用时间为 τ , 则作用结束时, 总系统的末态为

$$\begin{aligned} |\psi(\tau)\rangle &= \exp(-\frac{iH\tau}{\hbar}) |\psi_s(0)\rangle \otimes |\psi_p(0)\rangle \\ &= \sum_{m,n} C_n D_m \exp[-i(\omega_s n + \omega_p m + \chi nm + g_s n^2 + g_p m^2)\tau] |n\rangle_s \otimes |m\rangle_p \\ &= (\sum_n C_n \exp(-i\omega_s n\tau - ig_s n^2\tau) |n\rangle_s) \otimes (\sum_m D_m \exp[-i(\omega_p m \\ &\quad + \chi nm + g_p m^2)\tau] |m\rangle_p). \end{aligned} \quad (5)$$

探测光场的约化密度算符为

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_p &= \text{Tr}_s |\psi(\tau)\rangle \langle \psi(\tau)| \\ &= \sum_{n, m, m'} |C_n|^2 (D_m D_{m'}^* \exp[-i(m - m')\omega_p \tau - in(m - m')\chi \tau] \end{aligned}$$

$$-i(m^2 - m'^2)g_p\tau]|m\rangle\langle m'|]. \quad (6)$$

对输出探测光测量 X_1 得到本征值 x 的概率为

$$\begin{aligned} P_p(x) &= \langle x | \hat{\rho}_p | x \rangle \\ &= \sum_n |C_n|^2 \left(\left| \sum_m D_m \exp[-i(\omega_p m + \chi n m + g_p m^2)\tau] \langle x | m \rangle \right|^2 \right), \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式中 $\langle x | m \rangle$ 为线态 $|x\rangle$ 在 Fock 态表象中的投影,

$$\langle x | m \rangle = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/4} \frac{H_m(\sqrt{2}x)}{\sqrt{m!}} \frac{1}{(\sqrt{2})^m} \exp(-x^2),$$

其中 $H_m(x)$ 为 m 阶厄密多项式. 量子测量引起探测光场发生波包塌缩, 由于信号光与探测光处于纠缠态, 所以信号光场的状态也要发生相应改变. 由(5)式可得出测量后信号光场的状态为

$$|\psi_s(\tau)\rangle' = \frac{\langle x | \psi(\tau) \rangle}{\sqrt{P_p(x)}}, \quad (8)$$

其密度算符为

$$\hat{\rho}_s' = \frac{\langle x | \hat{\rho}(\tau) | x \rangle}{P_p(x)} = \frac{|\langle x | \psi(\tau) \rangle|^2}{P_p(x)}. \quad (9)$$

这时信号光场的光子数分布为

$$\begin{aligned} P'_{ns} &= {}_s\langle n | \hat{\rho}_s' | n \rangle_s \\ &= \frac{|C_n|^2 \left(\left| \sum_m D_m \exp[-i(\omega_p m + \chi n m + g_p m^2)\tau] \langle x | m \rangle \right|^2 \right)}{\sum_n [|C_n|^2 \left(\left| \sum_m D_m \exp[-i(\omega_p m + \chi n m + g_p m^2)\tau] \langle x | m \rangle \right|^2 \right)]}. \end{aligned} \quad (10)$$

至此, 第一次测量过程已结束, 信号光的光子数分布受到调制, 由原来的 $P_{ns} = |C_n|^2$ 变成 P'_{ns} . 由(10)式可以看到信号光场的光子数分布 P'_{ns} 依赖于探测场的自相位调制 (g_p) 以及两个光场之间的互相位调制 (χ), 与信号光场的自相位调制 (g_s) 无关.

由于我们假定了量子测量为第一类测量, 所以测量后的信号场仍处于纯态, 将这个纯态作为第二次测量装置的输入信号场, 然后重复上述的计算便可得到由第二个测量装置输出的信号光场的光子数分布. 依次类推, 经过若干次测量, 信号光场会塌缩到 Fock 态上.

3 数值模拟结果

采用数值计算来模拟上述的 Fock 态制备过程. 现选取信号光场的初态为平均光子数为 $\bar{n} = 25$ 的相干态, 其光子数分布为 $P_{ns} = \exp(-25)25^n/n!$. 同时选取探测光初态为相干态 $|\beta\rangle$, 并令 $\beta = 3 + 4i$, 从(7)式可以计算出测量输出探测光的正交位相分量时获得某一本征值 x 的概率 $P_p(x)$, 然后根据这个概率分布随机地选取测量结果; 相互作用常数 $\chi\tau$ 在 $(0, 2\pi)$ 区间随机取值. 为方便起见, 选取 $\omega_p\tau = \chi\tau$, 首先考虑自相位作用常数远小于互相位调制耦合系数的情况, 即令 $g_p\tau = 0.01\chi\tau$. 利用(10)式可以计算出测量后信号光场的光子数分布 P'_{ns} . 从这个新的光子数分布出发重复上述步骤, 可以得到下一次测量之后

的结果. 图 2 是这个数值模拟的结果. 初态处于相干态(如图 2(a)所示)的光场经过四次测量后会塌缩到光子数等于 32 的 Fock 态上.

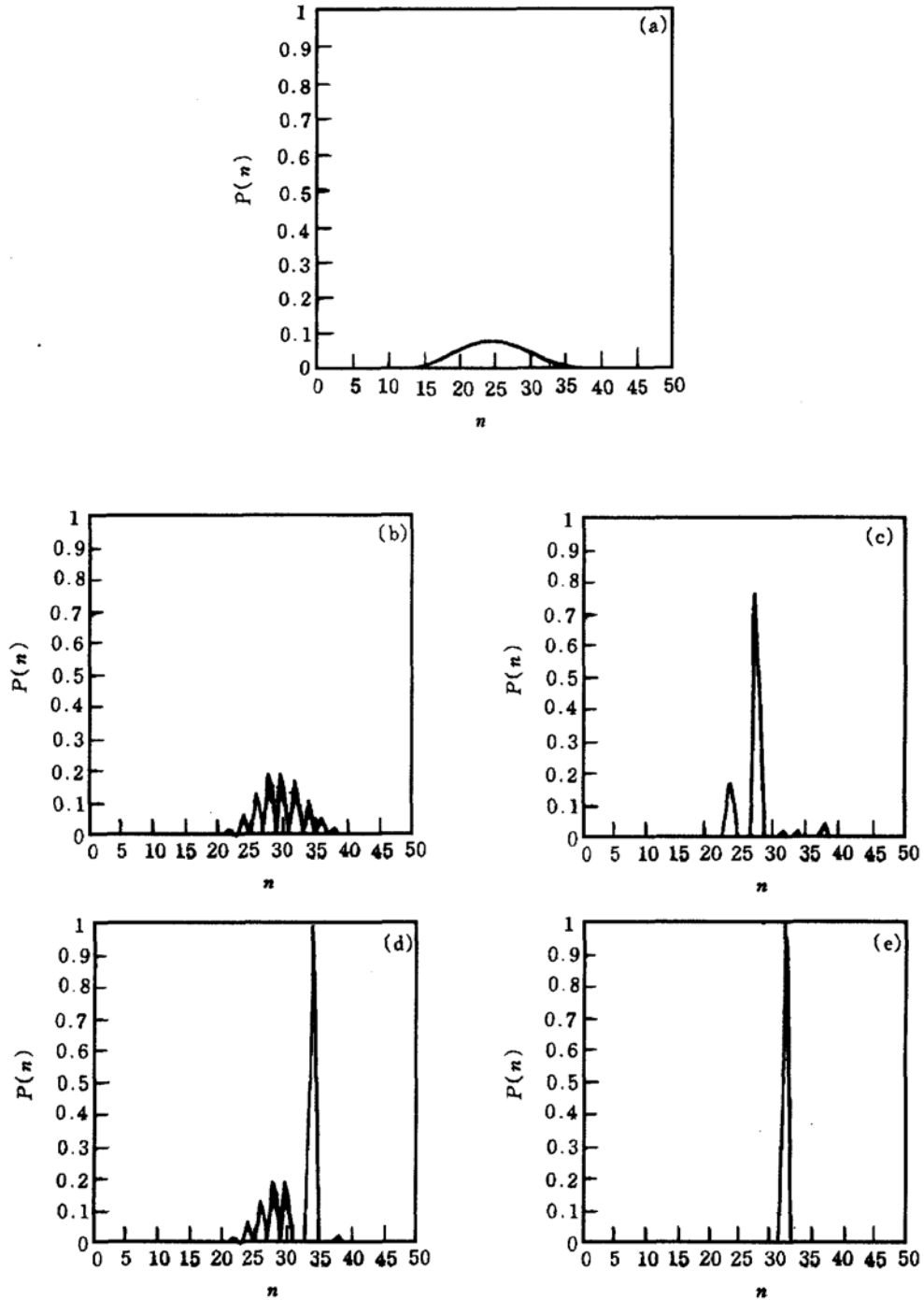


图 2 $g_p\tau = 0.01\chi\tau$ 时, 在测量过程中信号光场光子数分布的 P_{n_s} 的演化 (a) 平均光子数 $\bar{n} = 25$ 的初态相干态; (b)–(e) 经过第一次 ($x = 3, \chi\tau = 3.21$)、第二次 ($x = 3, \chi\tau = 4.94$)、第三次 ($x = 5, \chi\tau = 0.39$)、第四次测量 ($x = 4, \chi\tau = 1.54$) 后信号场光子数分布; 第四次测量后信号光场成为一个光子数为 32 的 Fock 态

增大自相位调制系数,即令 $g_p\tau = 0.1\chi\tau$,这时需要较多的测量步数才能使信号光达到一个纯的 Fock 态,在图 3 中,选取了其中的几个步骤来表明这一过程.

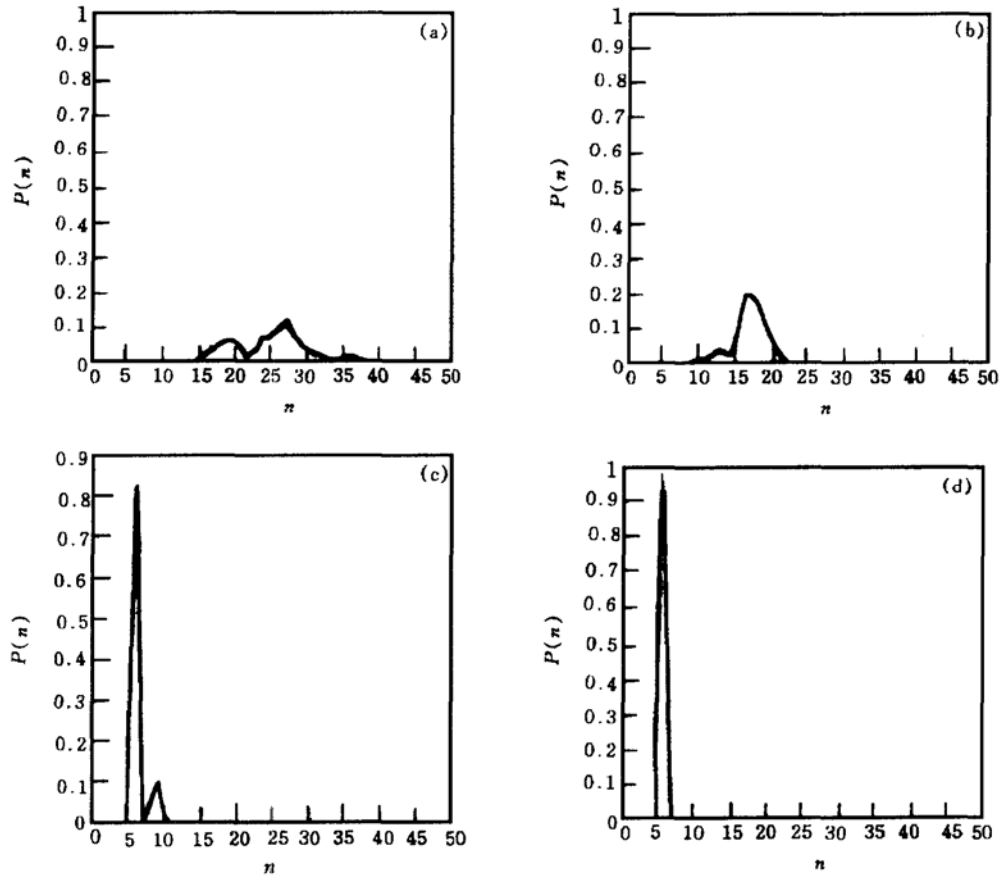


图 3 $g_p\tau = 0.1\chi\tau$ 时的演化过程 (a)第一次($x = 4, \chi\tau = 2.36$);(b)第三次($x = 5, \chi\tau = 5.25$);(c)第六次($x = 4, \chi\tau = 3.00$)和(d)第九次($x = 4, \chi\tau = 0.19$);经过九次测量后,最终得到了 Fock 态

当 $g_p\tau = \chi\tau$ 时发现这时要制备一个 Fock 态已经相当的困难,图 4 为第 40 次和第 50 次测量后信号光场的光子数的分布.从图 4 中已看不到向 Fock 态逼近的趋势.

为了分析相互作用常数对态制备的影响,仍令 $g_p\tau = 0.01\chi\tau$,并假定在各次测量中相互作用常数是相同的.通过数值模拟可以发现,这种情况下制备光子数态是非常困难.在测量过程中,信号光场很容易地就落到了一个“陷阱”态(trapping state)中,一个典型的陷阱态如图 5 所示,这种陷阱态的光子数分布虽然也有几个峰值,但经过多次测量后各峰值的相对高度几乎保持不变.因此在实验中,各次测量中的相互作用常数应该取不同的值.

在前述的模拟计算中,假定每次测量的输入探测光处于相同的初态.事实上,若输入探测光处于不同相干态, Fock 态依然可以得到.

从以上的分析可以看出,自相位调制对 Fock 态制备带来不利的影响.基于量子测量

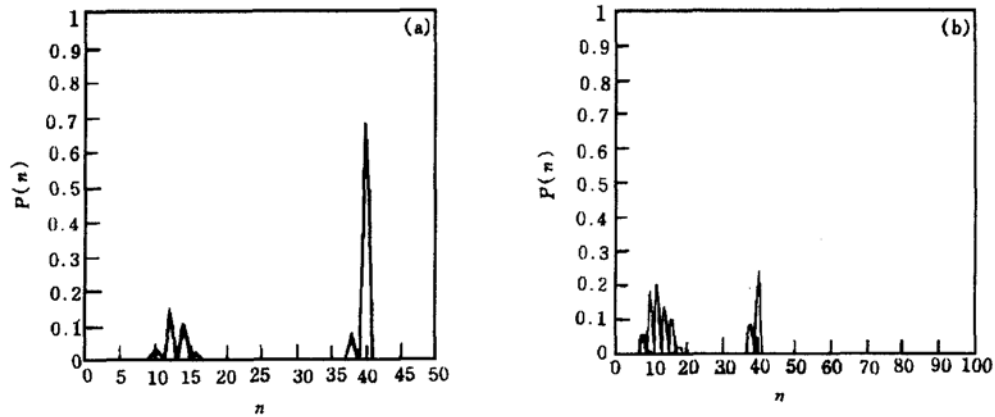


图 4 $g_p \tau = X\tau$ 时经过 40 次(a)和 50 次(b)测量后的结果

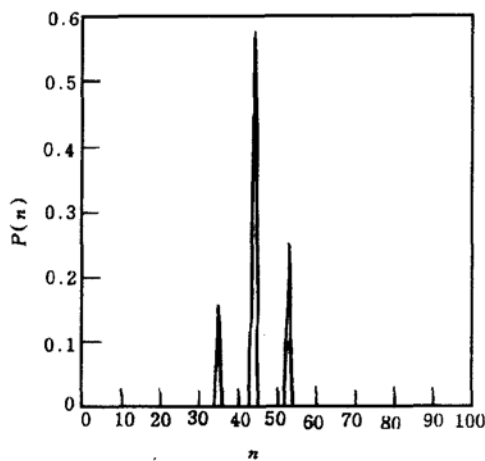


图 5 一个典型的陷阱态

的这种态制备依赖于两光束之间的互相位耦合,系统间的耦合越强,态制备的效果就越好,当自相位调制远大于系统间的互相位耦合时,两个光场可以近似地看作是两个相互独立的系统,测量某个光场对另一个光场也就不会有太大的影响,很难通过这方法来实现态的制备.

在不存在自相位调制的场合,(5)式有极为简单的形式,即

$$|\psi(\tau)\rangle = \sum_n C_n \exp(-i\omega_s n \tau) |n\rangle_s \otimes |\beta_n\rangle_p.$$

在这种情况下,可以不难地制备一个 Fock 态,这正是文献[13]的结果.

4 结 论

从以上的讨论可以得出结论,利用光场在 Kerr 介质中的互相位调制并对探测光的正交相进行量子测量,很容易把信号光场制备到 Fock 态上.因为测量是非选择性的,即测出的正交位相分量的任意值对态制备都有效,所以任意一个态制备过程,经过若干次测量之后,必然会达到某一光子数本征态.一旦达到某个 Fock 态,再次的测量将不会改变这个态,所以在这个过程中,Fock 态是稳定的陷阱态.如果对正交位相分量的测量是理想第一类测量,则 Fock 态的光子数由每次测量中信号光和探测光的初态、相互作用常数及 X_1 的测量结果来决定.

在这个 Fock 态制备方案中,我们对 X_1 的测量、相互作用常数、信号光及探测光初态均没有严格要求.对正交位相分量的测量可以存在误差、相互作用常数可以取任意值、输入信号光可以是任意态、输入探测光可以是不相同的相干态,只要互相位调制占优势,经过足够多次的测量,最终都能产生 Fock 态.

- [1] G. Rempe, F. Schmidt-Kaler and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 2783.
- [2] G. Rempe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 1727.
- [3] P. Filipowicz, J. Javanainen and P. Meystre, *J. Opt. Soc. Am.*, **B3**(1986), 906.
- [4] Y. Yamamoto, S. Machida, N. Imoto, M. Kitagawa and G. Bjork, *J. Opt. Soc. Am.*, **B4**(1987), 1645.
- [5] Brune *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 976.
- [6] Brune *et al.*, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 5193.
- [7] G. M. D'Ariano, *Phys. Rev.*, **A43**(1991), 2550.
- [8] Chai Jin-hua and Guo Guang-can, *Science in China*, **A36**(1993), 209.
- [9] Guo Guang-can and Chai Jin-hua, *Acta Physica Sinica*, **40**(1991), 912(in Chinese).
- [10] D. Ivanov and T. A. B. Kennedy, *Phys. Rev.*, **A47**(1993), 566.
- [11] A. S. Parkins, P. Marte, P. Zoller, H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 3095.
- [12] K. Vogel, V. M. Akullin and W. P. Schleich, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 1816.
- [13] Xue Qiu-han, Zhou Wei and Guo Guang-can, *Phys. Lett.*, **A211**(1996), 134.

THE PREPARATION OF FOCK STATES BY QUANTUM MEASUREMENTS IN A KERR MEDIA AND THE INFLUENCE OF SELF-PHASE MODULATION

ZHOU WEI XUE QIU-HAN GUO GUANG-CAN

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(Received 29 May 1995)

ABSTRACT

A scheme for the preparation of a Fock state is proposed. We study two lights interacting in a Kerr media with self-phase modulation. The signal light and the probe light whose initial states are both coherent states will be entangled via interaction, then when a quadrature component of the probe light is measured, the photon number distribution of the signal light is modulated. Repeating the process, we find the signal will collapse into a Fock state finally, and the physical principle of this evolution is based on the cross-phase modulation, the self-phase modulation may hinder the preparation of a Fock state.

PACC: 4250