

射频远红外波导自由电子激光器的新特性

胡素兴 傅恩生 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(1995 年 3 月 10 日收到; 1995 年 6 月 23 日收到修改稿)

将射频调制的超短脉冲电子束理想化为一系列 δ 时间函数, 提出了用波导本征模展开的方法计算波导自由电子激光器中超短脉冲电子束的相干同步辐射. 结果发现当谐振频率等于直线加速器射频的整数倍时, 辐射模式表现为“纯”的波导本征模. 另外分析了超短脉冲在矩形波导中相干发射的频率特性和滑移问题, 最后推导了有一定脉宽的矩形脉冲对辐射波的增益解析式.

PACC: 4255T

1 引 言

远红外波导自由电子激光器(FIR-WFEL)正开拓着 FEL 应用的新领域^[1-3]. 这是由于: 首先, FIR-WFEL 不需要庞大而昂贵的加速器系统; 其次在远红外区域, 至今还没有高功率可大范围调谐的辐射源. 因而, 目前世界各地正在积极兴建远红外波导自由电子激光器^[4,5]. 在这类激光器中, 通常用射频直线加速器(RF-Linac)提供皮秒数量级的微脉冲电子束. 通过电子束脉冲压缩技术可以使脉宽短到几百个飞秒. 而对于波长较长的远红外波段, 这样的超短脉冲电子束的长度将短于一个波长.

因此本文把这种超短微脉冲理想化为点电荷, 即时间上的 δ 函数. 利用波导本征模展开的方法计算了短脉冲电子束在矩形波导中的相干同步辐射. 讨论了辐射的频率特性、滑移的限制问题和横模数目. 推导了有一定宽度的矩形脉冲电子束对辐射波功率增益的解析式.

2 δ 脉冲在矩形波导中的相干辐射

考虑短脉冲电子束沿 z 轴穿过一线极化的 wiggler 磁场 $B_w = B_0 \cos k_w z$, $k_w = 2\pi/\lambda_w$, λ_w 为磁场周期. 电子在 x 方向作摇摆运动, 其横向速度矢量为

$$\beta_{\perp} = \frac{\sqrt{2}K}{\gamma} \sin(k_w z) x \quad 0 < z < L, \quad (1)$$

其中 $K = eB_0 \lambda_w / 2\sqrt{2}\pi mc^2$ 为 wiggler 的无维场强, γ 为电子的相对论因子.

RF-Linac 中出来的电子束经过了射频的调制, 一个宏脉冲内包含一系列的微脉冲串. 射频电子束的这种时间行为如图 1 所示. 其中 T_{RF} 为射频加速器的电子束调制周期,

即两微脉冲之间的时间间隔,微脉冲宽度为 $\tau_b \ll T_{RF}$.

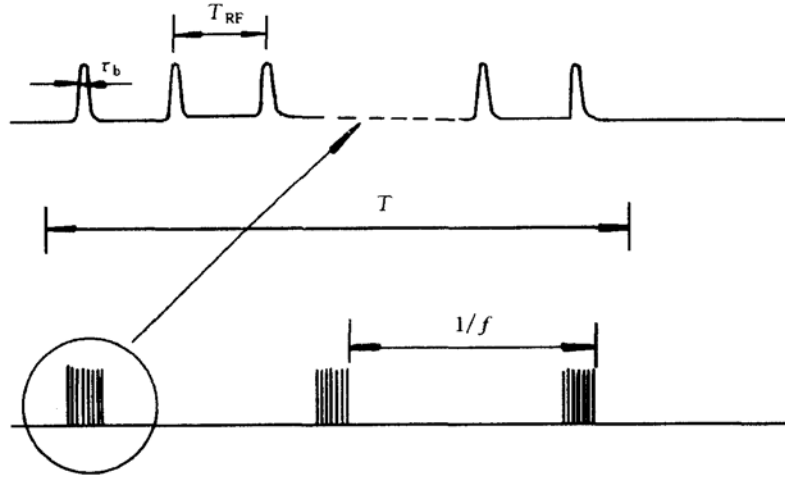


图 1 射频调制电子束的时间结构 τ_b 为微脉冲持续时间; T_{RF} 为两个微脉冲之间的时间间隔; T 为宏脉冲的持续时间; f 为宏脉冲的重复频率

这样将超短微脉冲序列理想化为 δ 时间函数. 于是在相互作用区, 电荷密度的时间行为可表示为

$$\rho(t) = \delta\left(\frac{z}{\beta_z c} - t + pT_{RF}\right) \quad 0 < z < L, \quad 0 \leq p \leq p_{\max}, \quad (2)$$

其中 t 为宏脉冲持续时间内的变量, $\beta_z \approx 1 - (1 + K^2)/2\gamma^2$ 为电子束轴向相对论速度, p 为一系列整数, 其最大值即是一个宏脉冲中所含的微脉冲数.

在横向空间行为上, 假设电子束具有归一化的半余弦形, 则电荷密度的空间行为可写为

$$\rho(x, y) = \frac{\pi^2}{4\sigma_x\sigma_y} \cos\frac{\pi}{\sigma_x}(x - a/2) \cos\frac{\pi}{\sigma_y}(y - b/2),$$

其中 σ_x, σ_y 分别为电子束在 x, y 方向上的最大宽度; a, b 为矩形波导的尺寸. 假设电子束从 $(a/2, b/2, 0)$ 处注入, 从而包括时间和空间行为的电荷密度为 $\rho(x, y, t) = -(I_p/\beta c) \times \rho(x, y)\rho(t)$. 于是得到电子束的横向电流密度为 $J_{\perp}(x, y, t)$,

$$\begin{aligned} J_{\perp}(x, t) &= -\rho(x, t)\beta_{\perp}c \\ &= -I_p \frac{\sqrt{2}K}{\beta\gamma} \frac{\pi^2}{4\sigma_x\sigma_y} \cos\frac{\pi}{\sigma_x}(x - a/2) \cos\frac{\pi}{\sigma_y}(y - b/2) \\ &\quad \times \sin(k_w z) \delta\left(\frac{z}{\beta_z c} - t + pT_{RF}\right) \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 I_p 为微脉冲峰值电流.

众所周知, 在矩形波导中横向电流密度 $J_{\perp}(x, y, t)$ 的 ω 谱量 $J_{\perp\omega}$ 将作为频率为 ω 的辐射波的电流源. 展开 $J_{\perp}(x, y, t)$ 为

$$J_{\perp}(x, t) = \int J_{\perp\omega}(x) e^{+i\omega t} d\omega,$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\perp\omega}(\mathbf{x}) = & -I_p \frac{\sqrt{2}K}{\beta\gamma} \frac{\pi^2}{4\sigma_x\sigma_y} \cos\frac{\pi}{\sigma_x}(x-a/2) \cos\frac{\pi}{\sigma_y}(y-b/2) \\ & \times \sin(k_w z) \exp\left[-i\omega\left(\frac{z}{\beta_z c} + pT_{\text{RF}}\right)\right] \mathbf{x}. \end{aligned} \quad (4)$$

此电流密度谱量产生的辐射可以用矩形波导的本征模 E_λ 来展开. 我们知道由于 TE_{0n} 模的低损耗和横场特性, 它将在矩形波导中优先被激发. 根据文献[6], TE_{0n} 本征模可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{x,0n}^{(\pm)} = & -\sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\pm ik_{0n}z} \mathbf{x}, \\ \mathbf{H}_{z,0n}^{(\pm)} = & -\frac{2ik_c\beta_g}{Z_0 k_{0n} \sqrt{ab}} \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\pm ik_{0n}z} \mathbf{z}, \end{aligned}$$

其中自由空间阻抗 $Z_0 = 377 \Omega$. 对于 TE_{0n} 模, 有参量

$$k_c^2 = n^2\pi^2/b^2, \quad k_{0n}^2 = \omega^2/c^2 - k_c^2, \quad \beta_g = ck_{0n}/\omega,$$

其中 k_c 为 TE_{0n} 模的截止波数, k_{0n} 为 TE_{0n} 模的径向波数, β_g 为 TE_{0n} 模的相对论群速.

超短脉冲电子束在矩形波导中的相干辐射可以用波导本征模展开, 即

$$\mathbf{E}^{(\pm)} = \sum_n A_{0n}^{\pm} \mathbf{E}_{0n}^{(\pm)}.$$

假设波导壁是良导体, 应用 Poyting 定理, 展开系数可按式求得:

$$A_{x,0n}^{(+)} = -\frac{Z_0}{2} \frac{1}{\beta_g} \int_V \mathbf{J}_{\perp\omega} \cdot \mathbf{E}_{0n}^{(+)} dV.$$

在相互作用体积内积分得到

$$\begin{aligned} A_{0n}^+ = & -\frac{Z_0 I_p K}{2\beta_g \beta\gamma \sqrt{ab}} \mathcal{F}_{0n}(\sigma_y) e^{i\frac{\omega}{\omega_{\text{RF}}} 2\rho\pi} \\ & \times \int_0^L \left[\exp\left(i\left(\frac{\omega}{\beta_z c} - k_w - k_{0n}\right)z\right) - \exp\left(i\left(\frac{\omega}{\beta_z c} + k_w - k_{0n}\right)z\right) \right] dz, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathcal{F}_{0n} 是电子束与 TE_{0n} 模的横向填充因子.

在方程(5)中, 积分沿 wiggler 长度进行, 被积函数为两个迅速振荡的指数项, 只有当指数因子接近 0 时才对积分结果有贡献. 令第一式的指数为 0 很明显得到了 TE_{0n} 模与电子束的谐振条件 $\omega/\beta_z c - k_w - k_{0n} = 0$. 同时发现第二式从不为 0, 因此它对积分结果无贡献. 同理, 在 wiggler 入口处的展开系数 A_{0n}^- 也消失. 也即无反向辐射波. 因而得到在 wiggler 出口处的展开系数为

$$A_{0n}^{(+)} = \frac{Z_0 I_p K L}{2\beta_g \beta\gamma \sqrt{ab}} \mathcal{F}_{0n}(\sigma_y) e^{i\frac{\omega}{\omega_{\text{RF}}} 2\rho\pi} e^{i\theta/2} \frac{\sin\theta/2}{\theta/2}, \quad (6)$$

其中 $\theta = (\omega/\beta_z c - k_w - k_{0n})L$; L 为通常的 FEL 位相漂移参数. 从(6)式中, 我们惊奇地发现, 当谐振发生且谐振频率 ω_s 正好等于射频 ω_{RF} 的整数倍时, $A_{0n}^{(+)}$ 将是实数. 这意味着辐射场表现为“纯”的波导本征模, 此时辐射功率最强.

根据 Poyting 定理, 对波导横截面 Σ 积分, 立即计算出辐射进入 TE_{0n} 模的功率为

$$P_{0n}(\omega) = \frac{1}{2} \text{Re} \int_{\Sigma} (\mathbf{E}^{(+)} \times \mathbf{H}^{*(+)}) \cdot \mathbf{z} d\Sigma = \frac{\beta_g}{2Z_0} |A_{0n}^{(+)}|^2, \quad (7)$$

也即

$$P_{0n}(\omega) = \frac{Z_0 K^2}{8\beta_g \beta^2 \gamma^2} I_p^2 \frac{L^2}{ab} \mathcal{F}_{0n}^2(\sigma_y) \left(\frac{\sin\theta/2}{\theta/2} \right)^2. \quad (8)$$

图 2 绘出了辐射功率随频率变化的关系. 从中可见低谐振频率处的辐射功率高于高谐振频率的.

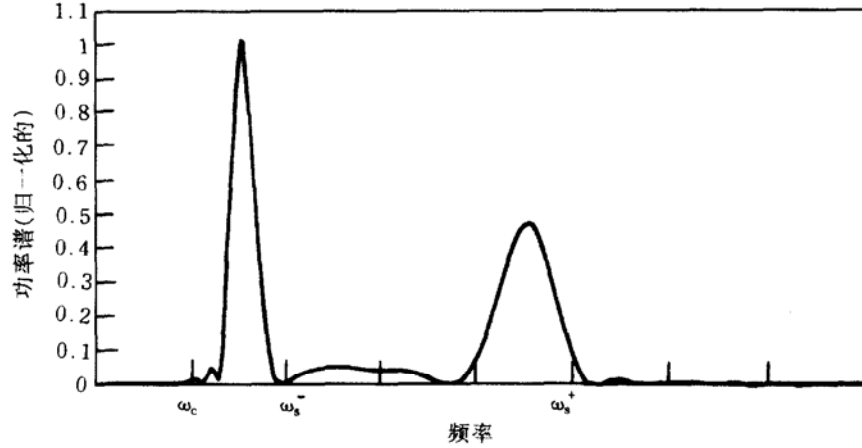


图 2 超短电子束微脉冲在矩形波导中的相干同步辐射功率谱(归一化的) ω_c 为 TE_{0n} 模的截止频率; ω_s^+ 和 ω_s^- 分别为两谐振频率

3 谐振频率、滑移和模数

在上一部分, 已经得到了射频远红外波导自由电子激光器的谐振条件为

$$\frac{\omega}{\beta_z c} k_w - k_{0n} = 0.$$

联立矩形波导的色散关系式

$$k_{0n}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_c^2, \quad (9)$$

即可解出其谐振频率为

$$\omega_s^\pm = \gamma_z^2 \beta_z k_w c (1 + \delta),$$

其中定义 δ 为 TE_{0n} 模的波导效应参数, δ 等于

$$\delta = \sqrt{1 - 1/\gamma_z^2 - n^2 \pi^2 / \gamma_z^2 k_w^2 b^2}, \quad (10)$$

其中 $\gamma_z = \gamma / \sqrt{1 + K^2}$ 为电子的轴上相对论能量因子, n 为 TE_{0n} 模的角标.

根据文献[7]在整个 wiggler 长度上束波的滑移定义为

$$\Delta = (\beta_g - \beta_z) N \lambda_w / \beta_z = \delta N \lambda_s,$$

其中 λ_s 为辐射波的波长. 由此可见, 当波导效应参数 $\delta = 0$ 时, 束波将严格同步, 即无滑移. 这只需要使波导间隙 $b = n \lambda_w / 2 \sqrt{\gamma_z^2 - 1}$ 就行. 因而本文前面的讨论均是在假定波导间隙 b 正好使滑移为 0 的情况下进行的.

另外,在等式(10)中,由于根式下非负的要求,对 TE_{0n} 模数目有限制条件

$$n < 2\sqrt{\gamma_z^2 - 1}b/\lambda_w. \quad (11)$$

从(11)式可以看到,当电子束能量和 wiggler 周期一定时,波导中激发的 TE_{0n} 模数是确定的.换言之,通过改变波导间隙 b 或 wiggler 周期 λ_w 可以使 RF-FIR-WFEL 单横模运行.这也是使用波导的优越性.

4 矩形电子束脉冲对辐射波的增益

现在,让我们来推导矩形电子束脉冲对辐射波功率增益的解析式.有一定脉宽的电子束才能对辐射波有增益,因为增益来源于电子束的群聚.对于超短的 δ 脉冲它不能再群聚,因而它将发生相干同步辐射^[8].

设一半宽度为 l 的矩形电子束脉冲具有如下的归一化时间行为:

$$\rho(t) = \begin{cases} 0 & -\infty < t < -l/\beta_z c; \\ 1 & -l/\beta_z c < t < l/\beta_z c; \\ 0 & l/\beta_z c < t < +\infty, \end{cases}$$

其横向空间行为仍为前述的归一化半余弦型.则按前面的方法我们可以得到该矩形电子束脉冲摇摆穿过 wiggler 时,其产生的横向电流的 ω 分量为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\perp\omega}(\mathbf{x}) = & -I_p \frac{\sqrt{2}K}{\beta\gamma} \frac{\pi^2}{4\sigma_x\sigma_y} \cos\frac{\pi}{\sigma_x}(x-a/2)\cos\frac{\pi}{\sigma_y}(y-b/2) \\ & \times \text{sinc}k_w z \frac{2\sin(\omega l/\beta_z c)}{\omega} \mathbf{x}. \end{aligned} \quad (12)$$

在 wiggler 入口处,设输入一横模 TE_{0n} 波

$$\mathbf{E} = E_0 \sin\frac{n\pi y}{b} \exp[i(k_{0n}z - \omega t + \phi)] \mathbf{x}, \quad (13)$$

其中 ϕ 是入射场的初相位.

很显然,射频频调制的矩形脉冲电子束将与入射场相互作用.如果场和电流源均以相同的频率 ω 振荡的话,电子将把自己的能量传给入射场,从而使入射场功率增长,增加的功率为

$$\Delta P_{0n}(\omega) = -\frac{1}{2} \int_V \text{Re}(\mathbf{J}_{\perp\omega} \cdot \mathbf{E}) dV. \quad (14)$$

将等式(12)和(13)代入上式,在相互作用体积 V 内积分,则按通常的功率增益定义式

$$G_p = \frac{\Delta P_{0n}(\omega)}{P_{in}},$$

其中 $P_{in} = E_0^2 \Sigma_{0n} \beta_g / 2Z_0$ 为入射场的起始功率,式中 Σ_{0n} 为 TE_{0n} 模的横截面积, $\Sigma_{0n} = ab/2$. 这样我们得到了矩形电子束脉冲对辐射波的功率增益为

$$G_p = -2\sqrt{2}Z_0 \frac{I_p K}{\beta\gamma E_0} \frac{L}{ab} \mathcal{F}_{0n}(\sigma_y) \frac{\sin(\omega l/\beta_z c)}{k_{0n}c} \frac{\sin\theta/2}{\theta/2} \sin(\theta/2 - \phi). \quad (15)$$

显然,当入射场的初相位 $\phi = \theta/2 - \pi/2$ 时,将得到最大的功率增益. G_p 在两个谐振频率

处对相移参数 θ 的依赖关系如图 3 所示.

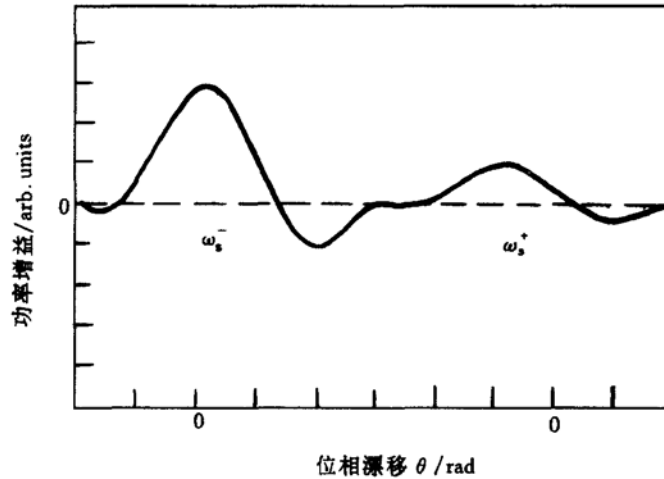


图 3 在束波滑移的情况下,辐射波功率增益与位相漂移 θ 的关系 在两个频率处出现峰值增益,此时 $\phi = (\pi/3)\text{rad}$

由此可见,当存在一定的滑移时,波导的作用使电子束与波在两个频率处谐振,会出现高频支的功率增益小于低频支的.

5 结 语

本文在射频远红外波导自由电子激光器中,把射频调制的超短脉冲电子束理想化为时间上的 δ 函数,然后用波导本征模展开的方法计算了它在矩形波导中的相干同步辐射.结果发现当谐振频率等于调制电子束微脉冲间隔的射频频率的整数倍时,辐射模将表现为“纯”的波导本征模.此时辐射功率最强.

我们也分析了波导中超短脉冲电子束辐射的频率特性,并强调了滑移可以通过调节波导间隙来消除.而且波导间隙的适当调节可使 FIR-FEL 单横模运行.最后我们推导了矩形脉冲电子束对辐射波的增益解析式.结果发现当波导间隙没有严格限制滑移为 0 时,辐射波与电子束在两个频率处谐振相互作用,而且低频相干辐射功率及其增益均高于高频支的.另外,通过改变波导间隙 b 和 wiggler 周期 λ_w ,可以使远红外波导自由电子激光器单横模运行.

作者非常感谢贵州新华激光照排印刷公司的陈丽珊小姐打印原稿.同时感谢谢元营硕士在计算机绘图方面给予的帮助.

- [1] L. R. Elias., *IEEE. J.*, **QE-23**(9)(1987), 1470.
- [2] K. J. Kim and Andrew Sessler, *Science*, **250**(1991), 88.
- [3] R. Coisson and Fu Ensheng, *Acta Optica Sinica*, **11**(1991), 708.
- [4] Y. C. Huang, J. Schmerge *et al.*, *Nucl. Instr. & Meth. Phys. Res.*, **A318**(1992), 765.

- [5] E. D. Shaw and R. J. Chichester, *Nucl. Instr. & Meth. Phys. Res.*, **A318**(1992), 47.
[6] D. Jackson. *Classical Electrodynamics*, **VIII** (New York, Wiley, 1975).
[7] A. Doria, G. P. Gallerano and A. Renieri, *Opt. Commun.*, **80** (1991), 417.
[8] A. Gover, F. V. Hartemann *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 1192.

NEW PERFORMANCE OF RADIO - FREQUENCY FAR INFRARED WAVEGUIDE FREE ELECTRON LASER

HU SU-XING FU EN-SHENG XU ZHI-ZHAN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 10 March 1995; revised manuscript received 23 June 1995)

ABSTRACT

Idealizing the ultrashort pulse electron beam modulated by radio-frequency as a delta function on time scale, we calculate the coherent synchrotron radiation emitted by the electron micropulse in a rectangular waveguide with the method of eigenmode expansion. We find that when the frequency of radiation is the integral times of the radio frequency ω_{rf} , the radiation field pattern will appear as "pure" eigenmodes of waveguide. In addition, we analyse the frequency performance of the coherent synchrotron radiation and the slippage effect. And finally, the gain of a rectangular electron pulse amplifying the radiation is deduced.

PACC: 4255T