

二能级系统中光场压缩与 原子偶极压缩间的对称特性

谢瑞华

(南京大学物理系, 南京 210008)

(1995 年 6 月 28 日收到; 1995 年 10 月 17 日收到修改稿)

揭示了共振 Jaynes-Cummings 模型中光场压缩与原子偶极压缩间的对称特性, 并探讨了各种非线性作用包括非共振作用, 虚光子过程, 任意强度耦合及类 Kerr 介质与腔作用对光场压缩与原子偶极压缩间的对称特性的影响, 还讨论了 $(2m+1)$ 量子共振下两种压缩间的内在关系.

PACC: 4250; 0545

1 引 言

压缩光在光通讯和弱信号探测等方面具有潜在而重要的应用前景^[1], 因而, 作为量子光学中活跃的课题之一, 人们对压缩光场的获得做了许多理论^[2]和实验^[3]研究. 与此同时, 也探讨了原子的偶极压缩特性, 并提出许多产生原子偶极压缩的方案^[4]. 进而, 人们还深入地研究了光场压缩和原子偶极压缩间的内在关系^[5]. 另外, 一种新的压缩态即叠加压缩态, 一直受到人们的关注^[4-6].

在量子光学和激光领域中, Jaynes-Cummings 模型(JCM)^[7]是理论工作者作为探测 QED 系统特性的模型之一. 近年来, 在高 Q 微波腔实验中所取得的辉煌成就, 使人们能够在实验中探讨场与原子作用所导致的动力特征, 因而也使 JCM 在实验中得以实现^[8]. 随着 JCM 预言的一些非经典特征相继在实验中观察到^[9], 理论工作者对 JCM 兴趣与日俱增. 目前, 大家希望能揭示 JCM 和推广的 JCM 中隐藏更深的特性^[10].

本文将探讨二能级系统中光场和原子的压缩特性. 主要目的是揭示在共振 JCM 中光场压缩与原子偶极压缩间的对称特性(SFAS), 并讨论各种非线性作用包括非共振作用, 虚光子过程, 强度耦合及类 Kerr 介质与腔作用对 SFAS 的影响. 最后, 还讨论了 $(2m+1)$ 量子共振下两种压缩间的关系.

2 理论模型及其极限

考虑一个二能级原子与一单模腔场作用, 不计及热库作用, 其哈密顿量可表示为

$$H = \Omega a^\dagger a + \omega S_z + G(a^\dagger + a)(S_- + S_+), \quad (1)$$

其中 S_z 和 $S_{\pm}$ 分别为原子反转和跃迁算符, ω 为原子跃迁频率, a^+ 和 a 分别为场膜产生与湮没算符, Ω 为场膜频率, G 为场-原子作用常数. 全文使用单位 $\hbar = c = 1$. 上述哈密顿量存在如下极限, 即

(a) 旋转波近似(RWA): $G \ll \omega$, 且 $|\Omega - \omega| \ll \omega$.

$$H^{(a)} = \Omega a^+ a + \omega S_z + G(a S_+ + a^+ S_-). \quad (2)$$

这即为 JCM^[7].

(b) $(2m+1)$ 量子共振: $G \ll \omega$, 且 $|(2m+1)\Omega - \omega| \ll \omega$.

$$H^{(b)} = \Omega a^+ a + \omega S_z + \frac{G^{2m+1}}{\Omega^{2m} 2^m (m!)^2} (a^{2m+1} S_+ + (a^+)^{2m+1} S_-). \quad (3)$$

这是在 $(2m+1)$ 量子跃迁下^[11,12], 旋转波近似的推广. 因宇称守恒, 激发或吸收的光子数仅限于奇数.

(c) 准简并近似: $G \gg \omega$, 且 $\omega \ll \Omega$.

$$H^{(c)} = \Omega a^+ a + G(S_+ + S_-)(a^+ + a). \quad (4)$$

这种情况相当于两个振子的叠加.

(d) 强场近似: $\langle a^+ a \rangle \gg 1$.

$$H^{(d)} = \omega S_z + 2G(a^+ a)^{\frac{1}{2}} \cos(\Omega t)(S_+ + S_-). \quad (5)$$

Autler 等^[11]已对它作了较为详细的研究.

3 光场压缩与原子压缩间的关系

为了探讨光场和原子的压缩特性, 分别定义光场和原子的两个缓变的正交算符如下^[2,4]:

$$a_1 = \frac{1}{2}(ae^{i\Omega t} + a^+e^{-i\Omega t}), \quad a_2 = \frac{1}{2i}(ae^{i\Omega t} - a^+e^{-i\Omega t}), \quad (6)$$

$$S_x = \frac{1}{2}(S_+e^{-i\omega t} + S_-e^{i\omega t}), \quad S_y = \frac{1}{2i}(S_+e^{-i\omega t} - S_-e^{i\omega t}), \quad (7)$$

其中 S_x 和 S_y 对应原子偶极矩的失散和吸收部分^[13]. 上述算符服从如下对易关系:

$$[a_1, a_2] = i\frac{1}{2}, \quad [S_x, S_y] = iS_z. \quad (8)$$

显然, Heisenberg 测不准关系为

$$(\Delta a_1)^2 (\Delta a_2)^2 \geq \frac{1}{16}, \quad (\Delta S_x)^2 (\Delta S_y)^2 \geq \frac{1}{4} \langle S_z \rangle^2. \quad (9)$$

为了方便, 定义如下的函数:

$$h_1 = (\Delta a_1)^2 - \frac{1}{4}, \quad h_2 = (\Delta a_2)^2 - \frac{1}{4}, \quad (10)$$

$$F_1 = (\Delta S_x)^2 - \frac{1}{2} |\langle S_z \rangle|, \quad F_2 = (\Delta S_y)^2 - \frac{1}{2} |\langle S_z \rangle|. \quad (11)$$

如果 $h_i < 0$ ($i=1$ 或 2), 则定义为光场压缩^[2]. 同样, $F_i < 0$ ($i=1$ 或 2), 则定义为原子偶极压缩^[4].

3.1 JCM 中的 SFAS

这里研究 JCM 中的压缩特性. 如果系统初时置于原子的相干叠加态和光场的光子数叠加态, 即

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\frac{\phi}{2}} f_n |-\frac{1}{2}, n\rangle + \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\phi}{2}} f_n |\frac{1}{2}, n\rangle, \quad (12)$$

其中 $\sum_{n=0}^{\infty} |f_n|^2 = 1$, $0 \leq \theta \leq \pi$ 表征原子的初始分布, $0 \leq \phi < 2\pi$ 则为其基态和激发态的相对位相角, 求得系统随时间的演化为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\Omega - \frac{\phi}{2}\right]} \left\{ \cos(\Omega_n t) + i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(\Omega_n t)}{\Omega_n} \right\} |\frac{1}{2}, n\rangle \\ & - iG \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{1}{2}\right)\Omega + \frac{\phi}{2}\right]} \sqrt{n} \frac{\sin(\omega_n t)}{\omega_n} |\frac{1}{2}, n-1\rangle \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{1}{2}\right)\Omega + \frac{\phi}{2}\right]} \left\{ \cos(\omega_n t) - i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(\omega_n t)}{\omega_n} \right\} |-\frac{1}{2}, n\rangle \\ & - iG \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\Omega - \frac{\phi}{2}\right]} \sqrt{n+1} \frac{\sin(\Omega_n t)}{\Omega_n} |-\frac{1}{2}, n+1\rangle, \quad (13) \end{aligned}$$

其中 $\Omega_n = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + G^2(n+1)}$, $\omega_n = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + G^2 n}$ 和 $\Delta = \Omega - \omega$.

1) 原子置于叠加态而光场处于真空态

这里假设原子初始置于基态和激发态的相干叠加态而光场处于真空态^[5]

$$|\psi(0)\rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\frac{\phi}{2}} |-\frac{1}{2}, 0\rangle + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\phi}{2}} |\frac{1}{2}, 0\rangle. \quad (14)$$

(i) 共振下的 SFAS

光场的压缩特性 共振作用下, 利用(13)式 ($f_0=1, f_n=0, n \geq 1$), 求得 h_1 和 h_2 ,

$$h_1(t) = \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(Gt) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(Gt) \sin^2(\phi), \quad (15)$$

$$h_2(t) = \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(Gt) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(Gt) \cos^2(\phi). \quad (16)$$

以 a_2 为例, 我们证明, 在 $-1 < \tan(\phi) < 1$ 和 $-1 < \cos(\theta) < -\tan^2(\phi)$ 参数条件下, a_2 中的量子涨落, 除在时间 $Gt = k\pi$ 外 (k 为非负整数), 在其他时间均被压缩. 这时, 压缩时间量 GT_S 及压缩周期 GT_P 为常数 π (贯穿全文, 使用标度时间), 而在时间

$Gt_{\max} = (k + \frac{1}{2})\pi$ 观察到最大压缩幅度

$$A_{\max} = |h_2 < 0|_{\max} = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\phi) - \frac{1}{2} \right). \quad (17)$$

原子的压缩特性 共振作用下, 利用(13)式 ($f_0=1, f_n=0, n \geq 1$), 求得 F_1 和 F_2 ,

$$F_1(t) = \frac{1}{4} - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(Gt) \cos^2(\phi) - \frac{1}{2} \left| \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(Gt) - \frac{1}{2} \right|, \quad (18)$$

$$F_2(t) = \frac{1}{4} - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(Gt) \sin^2(\phi) - \frac{1}{2} \left| \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(Gt) - \frac{1}{2} \right|. \quad (19)$$

以 S_x 为例, 我们证明, 原子的偶极压缩效应可在如下的参数条件下观察到:

在参数条件 $-1 < \cos(\theta) < -\tan^2(\phi)$ 和 $-1 < \tan(\phi) < 1$ 下, S_x 中的量子涨落除在时间 $Gt = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$ 外, 在其他时间均被压缩. 这时, 压缩时间量 GT_S 和压缩周期 GT_P 也为常数 π . 最大压缩幅度 $A_{\max} = |F_1 < 0|_{\max}$, 与(17)式相同但在时间 $Gt_{\max} = k\pi$ 处出现.

在参数条件 $0 < \cos(\theta) < 1$ 下, S_x 中的量子涨落在如下时间内被压缩:

$$k\pi - \frac{B}{2} < Gt < k\pi + \frac{B}{2}, \quad (20)$$

其中

$$B = \arccos \left[\frac{2 - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)(1 + 2\cos^2(\phi)) + 2\cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^2(\phi)}{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)(1 + 2\cos^2(\phi)) - 2\cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^2(\phi)} \right]. \quad (21)$$

(20)式表明, 压缩时间量 GT_S 等于 B , 而压缩周期仍然为常数 π . 可证明, 在时间 $Gt_{\max} = k\pi$ 处可观察到最大压缩幅度

$$A_{\max} = |F_1 < 0|_{\max} = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(\phi) - \frac{1}{2} \right). \quad (22)$$

光场压缩与原子偶极压缩的关系 上述结果表明, 当 $0 < \cos(\theta) < 1$ 时, S_x 中的量子涨落可压缩, 而 a_2 中的量子涨落则不能. 显然, 在这种情况下, 压缩态原子不能激发压缩光.

然而, 当 $-1 < \cos(\theta) < -\tan^2(\phi)$ 和 $-1 < \tan(\phi) < 1$ 时, S_x 和 a_2 中的量子涨落几乎在所有时间内被压缩. 除了 $\frac{\pi}{2}$ 的位相差外, 它们有共同的压缩时间量(π), 压缩周期(π)和最大压缩幅度(见(17)式). 显然, 光场压缩和原子压缩间有着惊人的对称结构. 在这种情况下, 压缩态原子激发压缩光(在 $Gt = k\pi + \frac{\pi}{2}$, 可观察到最大的光压缩效应而无原子压缩).

以 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 和 $\phi = 0$ 为例, 有

$$F_1(t) = -\frac{1}{16} \cos^2(Gt), \quad (23)$$

$$h_2(t) = -\frac{1}{16} \sin^2(Gt). \quad (24)$$

图 1(a)为其时间演化关系. 从图可见两种压缩间的动力对称关系, 其中 $A_{\max} = \frac{1}{16}$ 而 $GT_S = GT_P = \pi$.

(ii) 非共振作用对 SFAS 的影响

非共振作用对 SFAS 的影响如何? 下面以 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 和 $\phi = 0$ 为例分析说明. 利用(13)式, 求得 F_1 和 h_2 ,

$$F_1(t) = -\frac{1}{16} + \frac{G^2 + \frac{3\Delta^2}{4}}{16\left(G^2 + \frac{\Delta^2}{4}\right)} \sin^2\left(\sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + G^2} t\right), \quad (25)$$

$$h_2(t) = -\frac{G^2}{16\left(G^2 + \frac{\Delta^2}{4}\right)} \sin^2\left(\sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + G^2} t\right), \quad (26)$$

(25)式表明, S_x 中的量子涨落在下述时间内被压缩;

$$\frac{2k\pi - \arccos\left(\frac{\Delta^2 - 4G^2}{3\Delta^2 + 4G^2}\right)}{2\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}} < Gt < \frac{2k\pi + \arccos\left(\frac{\Delta^2 - 4G^2}{3\Delta^2 + 4G^2}\right)}{2\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}}, \quad (27)$$

其中压缩时间量为

$$GT_S = \frac{\arccos\left(\frac{\Delta^2 - 4G^2}{3\Delta^2 + 4G^2}\right)}{\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}}, \quad (28)$$

压缩周期为

$$GT_P = \frac{\pi}{\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}}, \quad (29)$$

而最大压缩幅度仍为 $\frac{1}{16}$, 但出现在如下时间:

$$Gt_{\max} = \frac{k\pi}{\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}}. \quad (30)$$

(26)式表明, a_2 中的量子涨落, 除在(30)式给定的时间外, 在其他时间均被压缩. 这时, 压缩时间量和压缩周期也由(29)式给出, 而在如下时间:

$$Gt_{\max} = \frac{k\pi + \frac{\pi}{2}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}}, \quad (31)$$

可观察到最大压缩幅度

$$A_{\max} | h_2 < 0 |_{\max} = \frac{1}{16\left(1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}\right)}. \quad (32)$$

(28)和(29)式表明, 非共振作用导致压缩时间量和压缩周期减小. 另外, 仅光场压缩的最大压缩幅度受到此作用的影响且小于 $\frac{1}{16}$. 我们还注意到, 在下述时间:

$$\frac{2k\pi + \arccos\left(\frac{\Delta^2 - 4G^2}{3\Delta^2 + 4G^2}\right)}{2\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}} < Gt < \frac{2k\pi + 2\pi - \arccos\left(\frac{\Delta^2 - 4G^2}{3\Delta^2 + 4G^2}\right)}{2\sqrt{1 + \frac{\Delta^2}{4G^2}}}, \quad (33)$$

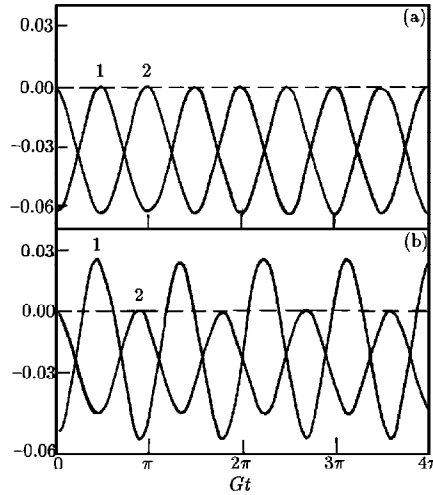


图1 (2)式中 h_2 (标号2)和 F_1 (标号1)随时间的演化关系 $\theta = \frac{2\pi}{3}$; $\phi = 0$; $\Delta = 0$ (a); $\Delta = G$ (b)

a_2 中的量子涨落可压缩, 而 S_x 中的则不可. 显然, 非共振作用破坏了 SFAS. 尽管如此, 在 (27) 式给定的时间内, 压缩态原子仍可激发压缩光.

上述分析可从图 1(b) 清楚看出.

2) 原子置于基态而光场处于叠加态

假如初始时刻, 原子置于基态而光场处于真空态和单光子态的叠加态^[5]

$$|\psi(0)\rangle = |f_0| e^{-i\frac{\delta}{2}} |-\frac{1}{2}, 0\rangle + |f_1| e^{i\frac{\delta}{2}} |-\frac{1}{2}, 1\rangle, \quad (34)$$

其中 $|f_0|^2 + |f_1|^2 = 1$, $0 \leq \delta < 2\pi$ 为真空态和单光子态间的相对位相角.

(i) 共振作用下的 SFAS

光场的压缩特性 共振作用下, 利用 (13) 式 ($\theta = \pi$, $\phi = 0$), 求得 h_1 和 h_2 ,

$$h_1(t) = \frac{1}{2} |f_1|^2 \cos^2(Gt) - |f_1|^2 |f_0|^2 \cos^2(Gt) \cos^2(\delta), \quad (35)$$

$$h_2(t) = \frac{1}{2} |f_1|^2 \cos^2(Gt) - |f_1|^2 |f_0|^2 \cos^2(Gt) \sin^2(\delta). \quad (36)$$

以 a_1 为例, 我们证明, 在 $-1 < \tan(\delta) < 1$ 和 $0 < |f_1|^2 < \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan^2(\delta)$, a_1 中的量子涨落, 除在时间 $Gt = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$ 外, 在其他时间均被压缩. 这时, 压缩时间量 GT_S 和压缩周期 GT_P 也为常数 π , 而在 $Gt_{\max} = k\pi$ 处观察到最大压缩幅度

$$A_{\max} = |h_1 < 0|_{\max} = |f_1|^2 \left(|f_0|^2 \cos^2(\delta) - \frac{1}{2} \right). \quad (37)$$

原子的压缩特性 共振作用下, 利用 (13) 式, 求得 F_1 和 F_2 ,

$$F_1(t) = \frac{1}{4} - |f_1|^2 |f_0|^2 \sin^2(Gt) \sin^2(\delta) - \frac{1}{2} \left[|f_1|^2 \sin^2(Gt) - \frac{1}{2} \right], \quad (38)$$

$$F_2(t) = \frac{1}{4} - |f_1|^2 |f_0|^2 \sin^2(Gt) \cos^2(\delta) - \frac{1}{2} \left[|f_1|^2 \sin^2(Gt) - \frac{1}{2} \right]. \quad (39)$$

以 S_y 为例, 我们证明, 原子的偶极压缩效应可在如下的参数条件下观察到.

当 $-1 < \tan(\delta) < 1$ 和 $0 < |f_1|^2 < \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan^2(\delta)$ 时, S_y 中的量子涨落, 除在时间 $Gt = k\pi$ 外, 在其他时间均被压缩. 这时, 压缩时间量 GT_S 和压缩周期 GT_P 为常数 π . 最大压缩幅度 $A_{\max} = |F_2 < 0|_{\max}$ 与 (37) 式相同, 但在时间 $Gt_{\max} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$ 处出现.

当 $\frac{1}{2} < |f_1|^2 < 1$ 时, S_y 中的量子涨落在如下时间内被压缩:

$$k\pi + \frac{C}{2} < Gt < (k+1)\pi - \frac{C}{2}, \quad (40)$$

其中

$$C = \arccos \left[1 - \frac{1}{|f_1|^2 \left(\frac{1}{2} + |f_0|^2 \cos^2(\delta) \right)} \right]. \quad (41)$$

(40) 式表明, 压缩时间量 $GT_S = \pi - C$, 而压缩周期仍为常数 π . 可证明, 在 $Gt_{\max} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$ 处可观察到最大压缩幅度

$$A_{\max} = |F_2 < 0|_{\max} = |f_0|^2 \left(|f_1|^2 \cos^2(\delta) - \frac{1}{2} \right). \quad (42)$$

光场压缩与原子压缩的关系 上述结果表明, 当 $\frac{1}{2} < |f_1|^2 < 1$, S_y 中的量子涨落可压缩, a_1 中的量子涨落则不可. 显然, 在此情况, 压缩态原子不能激发压缩光.

当 $-1 < \tan(\delta) < 1$ 和 $0 < |f_1|^2 < \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan^2(\delta)$ 时, S_y 和 a_1 中的量子涨落几乎在所有时间内被压缩. 除 $\frac{\pi}{2}$ 的位相差外, 它们有相同的压缩时间量(π), 压缩周期(π)和最大压缩幅度(见(37)式). 故光场压缩和原子压缩间存在着惊人的对称性. 在这种情况下, 压缩态原子激发压缩光(在 $Gt = k\pi$, 可观察到最大的光场压缩而无原子压缩).

以 $|f_1|^2 = \frac{1}{4}$ 和 $\delta = 0$ 为例, 有

$$h_1(t) = -\frac{1}{16} \cos^2(Gt), \quad (43)$$

$$F_2(t) = -\frac{1}{16} \sin^2(Gt). \quad (44)$$

图 2(a) 为其时间演化关系, 可见光场压缩和原子压缩间对称性, 其中 $A_{\max} = \frac{1}{16}$ 和 $GT_S = GT_P = \pi$. 比较图 1(a) 与图 2(a), 发现它们有相同的结构. 其原因见下述讨论.

(ii) 非共振作用对 SFAS 的影响

非共振作用对 SFAS 的影响如何? 下面以 $|f_1|^2 = \frac{1}{4}$ 和 $\delta = 0$ 为例分析说明. 利用(13)式, 求得 F_2 和 h_1 ,

$$h_1(t) = \frac{\Delta^2 + 4G^2 \cos^2(Dt)}{32D^2} - \frac{3}{16} \left\{ \cos(Dt) \cos\left(\frac{\Delta}{2}t\right) + \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(Dt)}{D} \sin\left(\frac{\Delta}{2}t\right) \right\}^2, \quad (45)$$

$$F_2(t) = \frac{G^2 \sin^2(Dt)}{32D^2} (1 - 3\cos(\Delta t)), \quad (46)$$

其中 $D = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + G^2}$.

由(46)式可见, S_y 中的量子涨落可在下述时间内压缩(除满足 $\sin(Dt_0) = 0$ 的时间 t_0 外):

$$\left(2k\pi - \arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right) \frac{G}{\Delta} < Gt < \left(2k\pi + \arccos\left(\frac{1}{3}\right)\right) \frac{G}{\Delta}, \quad (47)$$

其中压缩时间量 $GT_S = 2G \arccos\left(\frac{1}{3}\right) / \Delta$ (这里含 t_0), 而压缩周期 $GT_P = 2G\pi / \Delta$. 显然, 由于非共振作用, 共振下的压缩效应被抑制.

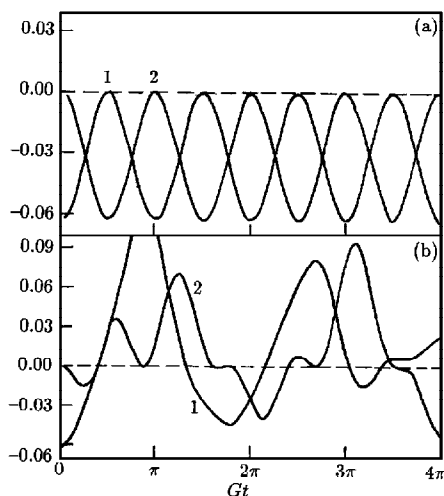


图 2 (2)式中 h_1 (标号 1)和 F_2 (标号 2)随时间的演化关系 $|f_1|^2 = \frac{1}{4}$; $\delta = 0$; $\Delta = 0$ (a); $\Delta = G$ (b)

比较(45)和(43)式可发现,非共振作用导致函数 h_1 更复杂的动力结构.因非共振作用, a_1 中的量子涨落不再是如共振下所示,即几乎在所有时间内被压缩.

由上述分析可知,共振作用下的 SFAS 因非共振作用而被破坏,此结论可从图 2(b) 清楚看出.

3) 讨论

由上面的分析可见, $a_1(a_2)$ 中的量子涨落与 $S_y(S_x)$ 中的而非 $S_x(S_y)$ 中的量子涨落有关.其原因在于(1)式中相互作用的形式,即

$$H_I = G(aS_+ + a^\dagger S_-). \quad (48)$$

如果它为

$$H_I = iG(aS_+ - a^\dagger S_-), \quad (49)$$

这时 $a_1(a_2)$ 中的量子涨落便与 $S_x(S_y)$ 中的量子涨落有关.更详细的情况参看 Wodkiewicz 等近期的工作^[5].

在初始条件(14)式且经共振作用,系统如下演化:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\left(\frac{\delta}{2}-\frac{\theta}{2}t\right)} \left|-\frac{1}{2}, 0\right\rangle + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\left(\frac{\delta}{2}-\frac{\theta}{2}t\right)} \cos(Gt) \left|\frac{1}{2}, 0\right\rangle \\ & + i \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\left(\frac{\delta}{2}-\frac{\theta}{2}t\right)} \cos\left(Gt + \frac{\pi}{2}\right) \left|-\frac{1}{2}, 1\right\rangle. \end{aligned} \quad (50)$$

显然,在标度时间 $Gt = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi$, 原子处于基态而光场处于真空态和单光子态的叠加态.因而初始条件(34)式是可以实现的.

在初始条件(34)式且经共振作用,系统如下演化:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & |f_0| e^{-i\left(\frac{\delta}{2}-\frac{\theta}{2}t\right)} \left|-\frac{1}{2}, 0\right\rangle + i |f_1| e^{i\left(\frac{\delta}{2}-\frac{\theta}{2}t\right)} \cos\left(Gt + \frac{\pi}{2}\right) \left|\frac{1}{2}, 0\right\rangle \\ & + |f_1| e^{i\left(\frac{\delta}{2}-\frac{\theta}{2}t\right)} \cos(Gt) \left|-\frac{1}{2}, 1\right\rangle. \end{aligned} \quad (51)$$

将其与(50)式比较,我们注意到,两种状态以极为相似的方式演化.进而,使得在初始条件(14)式下的 $F_1(h_2)$ 与在初始条件(34)式下的 $F_2(h_1)$ 有着完整的对称结构(详见(18)和(39)式,或(16)和(35)式).这就是图 1(a)和图 2(a)所示相同 SFAS 的原因.然而,在非共振作用下,如上面分析,两态间的演化关系很复杂.在初始条件(14)式,结构特别规则且光场压缩效应几乎在所有时间内呈现,而在初始条件(34)式,并非如此.

在实际的 QED 系统,耦合强度 G 达到 10^{-6} 量级^[14].由图 1(b)和图 2(b)所展示的结果可见,即使失谐量(如 $\Delta = G = 10^{-6}$)非常小,共振下的 SFAS 仍被彻底破坏,即 SFAS 对非共振作用非常敏感.因失谐量 Δ 在实验中可调,故非共振作用导致 SFAS 的破坏可在实验中检验.

最后分析存在上述对称性的物理原因.由(50)和(51)式可见,在初始条件(14)或(34)式下,随着时间的演化,经共振作用,光场处于 Fock 态 $|0\rangle, |1\rangle$, 而原子在基态 $|-\frac{1}{2}\rangle$, 激发态 $|\frac{1}{2}\rangle$.显然,在这两种情况下,整个动力系统相当于两个二能级系统的耦合.而这样的耦合系统,具有 $SU(2) \times SU(2)$ 对称性(详见文献[29]).这些说明,在初始条件(14)或

(34)式下,共振 JCM 具有 $SU(2) \times SU(2)$ 对称性. 也因此我们能在初始条件(14)或(34)式下,观察到共振 JCM 中场压缩与原子偶极压缩的对称性.

3.2 虚光子过程对 SFAS 的影响

(1)式因含非旋波项而未能精确求解. 尽管如此,近年来人们对它的兴趣一直未减. Graham 等^[15]首先对此模型作了数值探讨. 研究表明,非旋波项确保原子与场作用系统的因果性^[16]及使光场频率发生漂移^[17]. 研究结果还表明,即使在 RWA 条件有效情况下,虚光场效应对原子反转^[18],场 Q 函数^[19]和光子统计^[20]的影响不可忽视. 最近, Lais 等^[21]研究了虚光子过程对单光子 JCM 中光场压缩的影响,其数值结果显示,虚光场效应抑制压缩;彭金生等^[22]研究了虚光子过程对双光子 JCM 中光场压缩的影响. 他们证明,虚光场可导致加强的压缩效应. 简言之,研究非旋波近似下 JCM 有其一定理论和实际意义. 此处目的是探讨(1)式中光场压缩和原子偶极压缩间的内在关系.

(i) 数值方法

在下面的数值计算过程中,取 $|m, n\rangle$ 为基,其中 $S_z|m, n\rangle = m|m, n\rangle$, $m = \pm \frac{1}{2}$ 和 $a^+a|m, n\rangle = n|m, n\rangle$ ($n=0, 1, 2, \dots$), 然后利用数值对角化方法^[15], 将无限维矩阵在有限维处截断,便可获得(1)式的本征态 $|\phi_i\rangle$ 及其本征能量 E_i ($i=1, 2, \dots$). 给定系统初态 $|\psi(0)\rangle$, 由下式则可算得力学量 η 的期待值:

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle &= \langle \psi(t) | \eta | \psi(t) \rangle = \langle \psi(0) | e^{iHt} \eta e^{-iHt} | \psi(0) \rangle \\ &= \sum_i \sum_j \langle \psi(0) | \phi_i \rangle \langle \phi_j | \psi(0) \rangle \langle \phi_i | \eta | \phi_j \rangle e^{-i(E_j - E_i)t}. \end{aligned} \quad (52)$$

下面限于分析初始条件(14)式和共振作用下的情形.

(ii) $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 和 $\phi = 0$

在 JCM 中,已证明当 $-1 < \cos(\theta) < -\tan^2(\phi)$ 和 $-1 < \tan(\phi) < 1$ 时, S_x 或 a_2 中的量子涨落几乎在所有时间内被压缩. 以 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 和 $\phi = 0$ 为例,其压缩时间量及压缩周期为常数 π , 而最大压缩幅度为 $\frac{1}{16}$, 且存在 SFAS. 那么,虚光子过程对 SFAS 影响如何?

耦合强度非常弱的情形 图 3 是 F_1 和 h_2 随时间的演化关系. 比较图 3(a) 和图 1(a) 可见,在长时间区 ($Gt > \pi$ 或 $t > 10^6$) 内最大压缩幅度 $A_{\max}$ 小于 $\frac{1}{16}$. 由此说明,虚光子过程与实光子过程的干涉作用削弱长时间区的压缩行为. 第三节已证明压缩与 Ω 无关. 然而,将图 3(b) 与图 3(a) 比较可见,随着 Ω 的增加,长时间区的压缩行为因虚光场效应而遭到大范围的破坏. 显然,在长时间区,如果要获得加强的压缩效应,应考虑场膜频率 Ω 较小的情形. 进而,在长时间区 JCM 所预言的 SFAS 因虚光场效应而被破坏.

弱耦合情形 那么,短时间区的压缩行为何时受到虚光场效应? 我们发现,当耦合强度达到约 10^{-2} 量级,如图 4(a) 所示,虚光场效应开始出现,且短时间区内的 SFAS 开始遭到此效应的破坏.

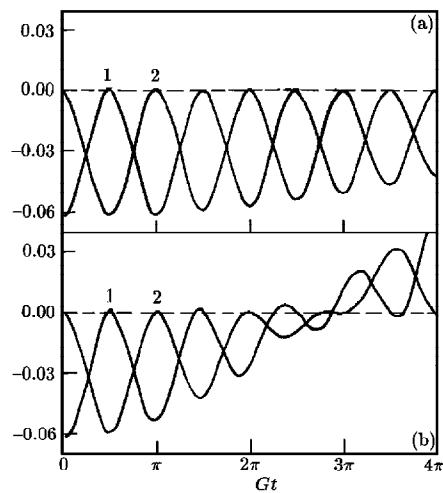


图3 (1)式中 h_2 (标号2)和 F_1 (标号1)随时间的演化关系 $\theta = \frac{2\pi}{3}$; $\phi = 0$; $\Omega = \omega$; $G = 5 \times 10^{-6}$, $\Omega = 1$ (a); $G = 5 \times 10^{-6}$, $\Omega = 3$ (b)

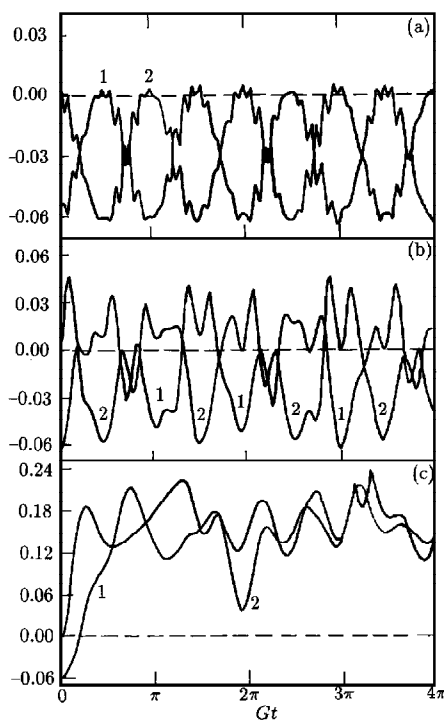


图4 (1)式中 h_2 (标号2)和 F_1 (标号1)随时间的演化关系 $\theta = \frac{2\pi}{3}$; $\phi = 0$; $\Omega = \omega = 1$; $G = 0.05$ (a); $G = 0.3$ (b); $G = 1.0$ (c)

强耦合情形 当 G 达到 10^{-1} 量级, 我们注意到压缩时间量及压缩周期较常数 π 小, 且最大压缩幅度也较 $\frac{1}{16}$ 小. 可见, 在 G 达到 10^{-1} 量级, 短时间区内的压缩效应遭到虚光场效应的剧烈破坏. 尤其当耦合强度很强时, 如图 4(c) 所示, S_x 和 a_2 中的量子涨落很大, 不能被压缩(仅在较早时间, 可观察到原子的压缩效应), 故在强耦合情形 SFAS 已被剧烈破坏.

(iii) 任意 θ 和 ϕ

固定 $Gt = \pi, 4\pi$ 和 $\phi = 0$, 图 5 给出函数 F_1 和 θ 的关系, 实线是 JCM 的解析结果. 从图 5 可见, 长时间区内的压缩行为被抑制, 且 θ 越接近 $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$, 虚光场效应越明显.

固定 $Gt = \pi, 4\pi$ 和 $\theta = \frac{2\pi}{3}$, 图 6 给出函数 F_1 和 ϕ 的关系. 实线是 JCM 的解析结果.

从图 6 可见, 在 $Gt = 4\pi$ 或 π 处出现的最大压缩幅度 $A_{\max} = \frac{1}{16}$ 因虚光场效应而位移了, 及在 $\frac{4\pi}{6} \leq \phi \leq \frac{5\pi}{6}$ 或 $\frac{10\pi}{6} \leq \phi \leq \frac{11\pi}{6}$, 可获得加强的压缩效应(尤其在长时间区内的压缩效应).

(iv) $\theta = \frac{\pi}{2}$ 和 $\phi = 0$

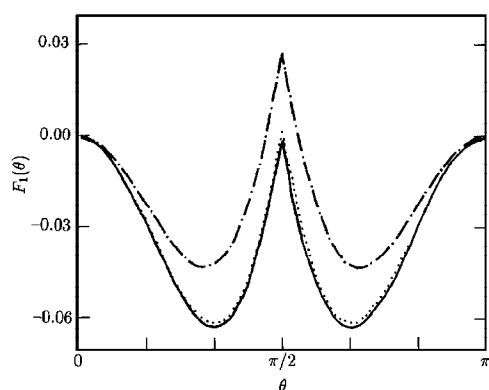


图5 (1)式中 F_1 和 θ 的关系 $\phi=0$; $\Omega=\omega=1$; $G=5 \times 10^{-6}$; 点线为 $Gt=\pi$; 点划线为 $Gt=4\pi$; 实线为 $Gt=k\pi$ JCM 的结果

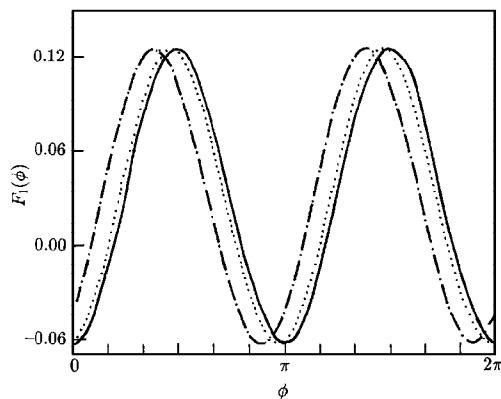


图6 (1)式中 F_1 和 ϕ 的关系 $\theta=\frac{2\pi}{3}$; $\Omega=\omega=1$; $G=5 \times 10^{-6}$; 点线为 $Gt=\pi$; 点划线为 $Gt=4\pi$; 实线为 $Gt=k\pi$ JCM 的结果

在 JCM 中, 当 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 和 $\phi=0$ 时, 见(16)和(18)式, h_2 和 F_1 等于零, 即 S_x 和 a_2 中的量子涨落未能压缩, 那么, 当考虑了非旋波项, 又将如何?

当耦合强度非常弱, 比如约为 10^{-6} , 在长时间区内无压缩效应(见图5), 在短时间区内有压缩但幅度很小.

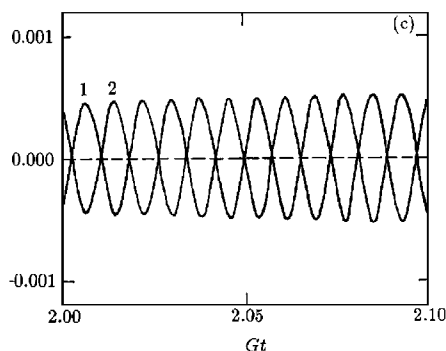
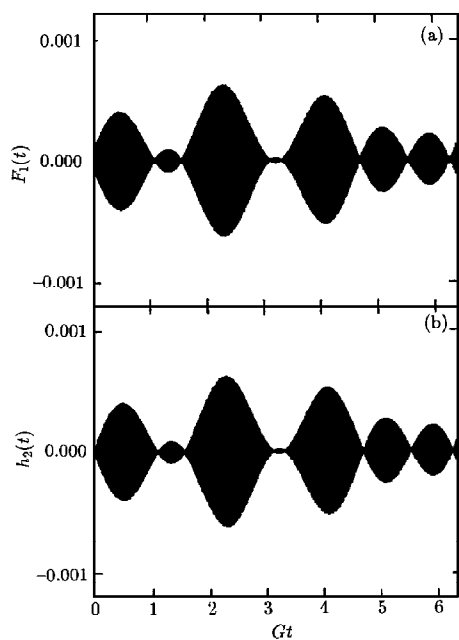


图7 (1)式中 F_1 (a)和 h_2 (b)随时间的演化关系($\phi=0$; $\theta=\frac{\pi}{2}$; $\Omega=\omega=1$; $G=0.005$), 及 F_1 (标号1)和 h_2 (标号2)在 $2.0 < Gt < 2.1$ 时的演化关系(c)

当耦合强度达到 10^{-3} 量级, 如图7所示, 观察到量子塌崩与回复效应, 在其塌崩区, S_x 或 a_2 中的量子涨落可压缩. 这些结果表明, 虚光子过程和实光子过程的相互干涉是导

致这些现象的根源. 另外, 还注意到, F_1 和 h_2 存在对称结构(见图 7(c)), 其中 S_x 的量子涨落可压缩, 而 a_2 中的不能. 反过来 a_1 的量子涨落可压缩, 而 S_x 中的不能.

我们检验了 h_1 的时间演化关系, 发现其结构和图 7(a) 中 F_1 的结构一样. 这意味着 S_x 和 a_1 中的量子涨落同时压缩. 由此表明, 在(1)式中存在个别情况, 比如, $\theta = \frac{\pi}{2}$ 和 $\phi = 0$, S_x (S_y) 中的量子涨落与 a_1 (a_2) 中的而非 a_2 (a_1) 中的量子涨落有关.

(v) 讨论

上述结果总结如下:

耦合强度在实验范围内(约为 10^{-6}): 长时间区($Gt > \pi$ 或 $t > 10^6$) 压缩效应被虚光场效应抑制, 同时, SFAS 也被破坏, 如果要在长时间区获得加强的压缩效应, 场膜频率要小. θ 越接近 $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$, 虚光场效应越明显. 虚光场效应使最大压缩幅度发生位移, 选定适当的 ϕ , 如 $\frac{4\pi}{6} \leq \phi \leq \frac{5\pi}{6}$ 或 $\frac{10\pi}{6} \leq \phi \leq \frac{11\pi}{6}$, 长时间区的压缩效应可显著加强.

当耦合强度达到约 10^{-2} 量级, 短时间区内的压缩效应开始受到虚光场效应的影响, 同时 SFAS 也开始被破坏.

当耦合强度很强, 短时间区内的压缩效应近乎消失, 同时 SFAS 完全被破坏.

存在个别情况, 如 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 和 $\phi = 0$, 虚光场效应导致 JCM 未能观察到的压缩效应和塌崩与回复现象.

在上面的数值计算过程中, G 的取值(5×10^{-6}) 近于实验所能达到的范围内, 故此处的数值结果有其实际意义. 而在 $G \approx 10^{-3}$, 10^{-2} 范围, 与实际的 QED 系统有很大差异, 即在实验中不能实现.

理论上这些数值($10^{-6} - 10^{-2}$) 满足 RWA 条件, 但我们的结果表明, 虚光场效应对压缩效应仍有一定的影响, 且可导致 RWA 下没有的丰富的动力特征.

对强耦合情况($G = 0.3, 1$), 二能级近似破坏而不再成立. 其他能级参与作用所造成的影响不亚于非旋波项的校正. 就此而言, 在量子光学和激光领域, 其意义不大. 然而, 因固体物理中耦合常数较量子光学中的大得多, 故强耦合的一些结论对其会有一定的物理影响. 另外值得指出的是, 此处的研究对探讨二能级系统中量子混沌^[15,23]和经典混沌^[24]的一些特性有一定的理论参考价值.

3.3 任意强度耦合对 SFAS 的影响

强度耦合 JCM 是由 Buck 等^[25]引入. 最近, Rosenhouse 等^[26]将其作了如下推广:

$$H = \Omega a^\dagger a + \omega S_z + G(V(a^\dagger a) a^\dagger S_- + a V(a^\dagger a) S_+), \quad (53)$$

其中 $V(a^\dagger a)$ 为粒子数算符 $a^\dagger a$ 的任意函数. 在初始条件(12)式和共振作用下, 系统状态 $|\psi(t)\rangle$ 如下演化:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\Omega - \frac{\omega}{2}\right]t} \cos(\Omega_n t) \left|\frac{1}{2}, n\right\rangle \\ & - i \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{1}{2}\right)\Omega + \frac{\omega}{2}\right]t} \sin(\omega_n t) \left|\frac{1}{2}, n-1\right\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{1}{2}\right)\Omega_n t + \frac{\phi}{2}\right]} \cos(\omega_n t) \left|-\frac{1}{2}, n\right\rangle \\
& - i \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\Omega_n t + \frac{\phi}{2}\right]} \sin(\Omega_n t) \left|-\frac{1}{2}, n+1\right\rangle,
\end{aligned} \quad (54)$$

其中 $\Omega_n = GV(n+1)\sqrt{n+1}$, $\omega_n = GV(n)\sqrt{n}$ 而 $V(n)$ 为光子数 n 的任意函数.

在初始条件(14)式下,以 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 和 $\phi = 0$ 为例,求得 h_2 和 F_1 ,

$$F_1(t) = -\frac{1}{16} \cos^2(V(q=1)Gt), \quad (55)$$

$$h_2(t) = -\frac{1}{16} \sin^2(V(q=1)Gt). \quad (56)$$

在初始条件(34)式下,以 $|f_1|^2 = \frac{1}{4}$ 和 $\delta = 0$ 为例,求得 h_1 和 F_2 ,

$$h_1(t) = -\frac{1}{16} \cos^2(V(q=1)Gt), \quad (57)$$

$$F_2(t) = -\frac{1}{16} \sin^2(V(q=1)Gt). \quad (58)$$

将其与 JCM 的结果(即(23),(24)式和(43),(44)式)比较可见, SFAS 存在但 GT_S , GT_P 和 $Gt_{\max}$ 与函数 $V(q=1)$ 成反比关系.应当指出, $A_{\max}$ 仍为 $\frac{1}{16}$, 它并不因强度耦合而改变.

如 V 取 Buck 等定义的形式^[25], 显然 $V(q=1) = 1$, 因此, JCM 预言的 SFAS 不受此强度耦合的影响.

3.4 类 Kerr 介质与腔作用对 SFAS 的影响

引入非线性类 Kerr 介质到腔中, JCM 可表述如下^[27]:

$$H = \Omega a^\dagger a + \omega S_z + \chi a^{+2} a^2 + G(a^\dagger S_- + a S_+), \quad (59)$$

其中 χ 为类 Kerr 介质的三级非线性系数的失散部分^[28]. 在初始条件(12)式下, 系统状态 $|\psi(t)\rangle$ 如下演化:

$$\begin{aligned}
|\psi(t)\rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\Omega_n t + \frac{\phi}{2}\right]} \left\{ \cos(\Omega_n t) + i\left(\frac{\Delta}{2} + \chi n\right) \frac{\sin(\Omega_n t)}{\Omega_n} \right\} \left| \frac{1}{2}, n \right\rangle \\
& - i G \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{1}{2}\right)\Omega_n t + \frac{\phi}{2}\right]} \sqrt{n} \frac{\sin(\omega_n t)}{\omega_n} \left| \frac{1}{2}, n-1 \right\rangle \\
& + \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{1}{2}\right)\Omega_n t + \frac{\phi}{2}\right]} \left\{ \cos(\omega_n t) + i\left(\chi n - \frac{\Delta}{2}\right) \frac{\sin(\omega_n t)}{\omega_n} \right\} \left| -\frac{1}{2}, n \right\rangle \\
& - i G \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\Omega_n t + \frac{\phi}{2}\right]} \sqrt{n+1} \frac{\sin(\Omega_n t)}{\Omega_n} \left| -\frac{1}{2}, n+1 \right\rangle,
\end{aligned} \quad (60)$$

其中 $\Omega_n = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2} + \chi n\right)^2 + G^2(n+1)}$, $\omega_n = \sqrt{\left(\chi n - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + G^2 n}$.

在初始条件(14)式下, 我们发现, 系统状态 $|\psi(t)\rangle$ 如(51)式演化, 和 χ 无关. 由此表

明,在此初始条件下,类 Kerr 介质与腔作用并不影响 SFAS.

在初始条件(34)式下,以 $|f_1|^2 = \frac{1}{4}$ 和 $\delta=0$ 为例,求得 h_1 和 F_2 ,

$$h_1 = -\frac{3}{16} \left\{ \cos(Et) \cos\left(\left(\chi - \frac{\Delta}{2}\right)t\right) + \left(\chi - \frac{\Delta}{2}\right) \frac{\sin(Et)}{E} \sin\left(\left(\chi - \frac{\Delta}{2}\right)t\right) \right\}^2 + \frac{\left(\chi - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + G^2 \cos^2(Et)}{8E^2}, \quad (61)$$

$$F_2 = G^2 \frac{\sin^2(Et)}{32E^2} \left(1 - 3\cos\left(2\left(\chi - \frac{\Delta}{2}\right)t\right)\right), \quad (62)$$

其中 $E = \sqrt{\left(\chi - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + G^2}$. 将上式与(45),(46)式比较可见,在共振作用下,类 Kerr 介质与腔作用对 SFAS 的影响与 3.3 节中所讨论的非共振作用对 SFAS 的影响类似,即 SFAS 对类 Kerr 介质的引入非常敏感且受到破坏.然而,如果 $\chi = \frac{\Delta}{2}$,上述两式与(43),(44)式一样,即类 Kerr 介质与腔作用和(或)非共振作用对 SFAS 的影响被取消,进而 SFAS 仍完整地存在着.

3.5 结论

本节主要结论如下:(a)选择适当的参数,在共振 JCM 中存在 SFAS;(b)非共振作用破坏 SFAS;(c)考虑强度耦合,仍有 SFAS 但 T_S , T_P 和 $t_{\max}$ 与强度耦合形式 V 成反比;(d)在初始条件(14)式, SFAS 不受类 Kerr 介质与腔作用的影响;在初始条件(34)式,类 Kerr 介质与腔作用破坏 SFAS,但如果 $\chi = \frac{\Delta}{2}$,此影响被取消而 SFAS 恢复;(e)在耦合强度非常弱的情况下,虚光子过程和实光子过程的相互干涉破坏长时间区 ($Gt > \pi$) 的 SFAS;当耦合强度达到约 10^{-2} 量级,短时间区 ($Gt > \pi$) 的 SFAS 开始受到此干涉作用的破坏;在耦合强度非常强的情况下, SFAS 完全被破坏;存在个别情形,(1)式可产生压缩效应和量子塌崩与回复现象,而(2)式则不能.

4 $(2m+1)$ 量子共振下光场压缩和原子压缩

讨论(3)式中的压缩特性.在初始条件(12)式下,系统状态 $|\psi(t)\rangle$ 如下演化:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{P}{2}\right)\Omega-\frac{\Delta}{2}\right]} \left\{ \cos(\Omega_n t) + i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(\Omega_n t)}{\Omega_n} \right\} \left| \frac{1}{2}, n \right\rangle \\ & - i g \sum_{n=P}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{P}{2}\right)\Omega+\frac{\Delta}{2}\right]} \sqrt{\frac{n!}{(n-P)!}} \frac{\sin(\omega_n t)}{\omega_n} \left| \frac{1}{2}, n-P \right\rangle \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n-\frac{P}{2}\right)\Omega+\frac{\Delta}{2}\right]} \left\{ \cos(\omega_n t) - i \frac{\Delta}{2} \frac{\sin(\omega_n t)}{\omega_n} \right\} \left| -\frac{1}{2}, n \right\rangle \\ & - i g \sum_{n=0}^{\infty} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) f_n e^{-i\left[\left(n+\frac{P}{2}\right)\Omega-\frac{\Delta}{2}\right]} \sqrt{\frac{(n+P)!}{n!}} \frac{\sin(\Omega_n t)}{\Omega_n} \left| -\frac{1}{2}, n+P \right\rangle, \quad (63) \end{aligned}$$

其中 $\Omega_n = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + g^2 \frac{(n+P)!}{n!}}$, $\omega_n = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + g^2 \frac{n!}{(n-P)!}}$, $g = \frac{G^{2m+1}}{\Omega^{2m} 2^m (m!)^2}$, $\Delta = P\Omega - \omega$ ($P=2m+1$). 下面仅分析条件(14)式和(2m+1)共振作用下的情形.

光场压缩特性 利用(63)式($f_0=1, f_n=0, n \geq 1$), 求得 h_1 和 h_2 ,

$$h_1(t) = \frac{P}{2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(g\sqrt{P!}t) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(Gt) \sin^2(\phi) \delta_{P,1}, \quad (64)$$

$$h_2(t) = \frac{P}{2} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(g\sqrt{P!}t) - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin^2(Gt) \cos^2(\phi) \delta_{P,1}. \quad (65)$$

表明 a_1 或 a_2 中的量子涨落在(2m+1)量子共振下不能压缩. 至于特例 $P=1$ (即 $m=0$), 已在第三节讨论了.

原子的压缩特性 利用(63)式($f_0=1, f_n=0, n \geq 1$), 求得 F_1 和 F_2 ,

$$F_1(t) = \frac{1}{4} - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(g\sqrt{P!}t) \cos^2(\phi) - \frac{1}{2} \left| \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(g\sqrt{P!}t) - \frac{1}{2} \right|, \quad (66)$$

$$F_2(t) = \frac{1}{4} - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(g\sqrt{P!}t) \sin^2(\phi) - \frac{1}{2} \left| \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2(g\sqrt{P!}t) - \frac{1}{2} \right|. \quad (67)$$

显然, 将(18)和(19)式中的 G 换成 $g\sqrt{P!}$ 便给出上面诸式, 因而此处的结果与第三节的一样, 但需指出, 在(2m+1)量子共振下, T_S , T_P 和 $t_{\max}$ 还与场膜频率 Ω 有关.

结论 在初始条件(14)式和(2m+1)量子共振下, 原子压缩效应在参数条件 $-\cos(\theta) < -\tan^2(\phi)$ 和 $-1 < \tan(\phi) < 1$ (或 $0 < \cos(\theta) < 1$) 下可出现, 但光场压缩则不可. 显然, 在此情况, 压缩态原子不激发压缩光.

- [1] E. Giacobino, C. Fabre, *Appl. Phys.*, **B55**(1992), 189.
- [2] R. Loudon, P. L. Knigh, *J. Mod. Opt.*, **34**(1987), 703.
- [3] A. M. Fox *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995), 1728.
- [4] P. Zhou, J. S. Peng, *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 3331; R. H. Xie, D. H. Liu, G. O. Xu, *Z. Phys.*, **B99**(1996), 253.
- [5] K. Wodkiewicz *et al.*, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 2567.
- [6] P. L. Knight, *Phys. Scr.*, **T12**(1986), 51.
- [7] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, *Proc. IEEE*, **51**(1963), 126.
- [8] P. Filipowicz *et al.*, *Opt. Acta*, **32**(1985), 1105.
- [9] B. W. Shore, P. L. Knight, *J. Mod. Opt.*, **40**(1993), 1195; Topic Review on the JCM.
- [10] J. C. Retamal, C. Saavedra, *Phys. Rev.*, **A50**(1994), 1867.
- [11] S. H. Autler, C. H. Townes, *Phys. Rev.*, **100**(1955), 703.
- [12] S. Stenholm, *Phys. Rep.*, **6**(1973), 1.
- [13] N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, J. H. Eberly, *Phys. Rev.*, **A23**(1981), 236.
- [14] G. Rempe, H. Walther, in: *Methods in Laser Spectroscopy*, eds. by Y. Prior, A. Ben-Reuven, M. Rosenbluh (Plenum, 1986), p. 11.
- [15] R. Graham, M. Höhnerbach, *Z. Phys.*, **B57**(1984), 233.
- [16] G. Compagno *et al.*, *Euro. Phys. Lett.*, **9**(1989), 215.
- [17] 李高翔、彭金生, *物理学报*, **41**(1992), 766.
- [18] 彭金生、李高翔, *物理学报*, **40**(1991), 1042.

- [19] S.J.D.Phoenix, *J. Mod. Opt.*, **38**(1991), 695.
- [20] R.H.Xie, G.O.Xu, D.H.Liu, *Phys. Lett.*, **A202**(1995), 58.
- [21] P.Lais, T.Steimle, *Opt. Commun.*, **78**(1990), 346.
- [22] 彭金生、李高翔, 物理学报, **42**(1993), 568.
- [23] R.H.Xie, D.H.Liu, G.O.Xu, *Z. Phys.*, **B99**(1996), 605; J.B.Gong, G.O.Xu, R.H.Xie, *Phys. Rev.*, **E52**(1995), 57.
- [24] 张纪岳、徐 明, 物理学报, **42**(1993), 1204.
- [25] B.Buck, C.V.Sukumar, *Phys. Lett.*, **A81**(1981), 132.
- [26] A.Rosenhouse, *J. Mod. Opt.*, **38**(1991), 269.
- [27] V.Buzek, I.Jex, *Opt. Commun.*, **78**(1990), 425.
- [28] G.S.Agarwal, R.R.Puri, *Phys. Rev.*, **A39**(1989), 2969.
- [29] U.Fano, *Rev. Mod. Phys.*, **55**(1983), 855.

STUDY OF DYNAMICAL SYMMETRY BETWEEN THE FIELD AND ATOMIC DIPOLE SQUEEZING IN A TWO-LEVEL SYSTEM

XIE RUI-HUA

(*Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008*)

(Received 28 June 1995; revised manuscript received 17 October 1995)

ABSTRACT

The symmetry between the field and atomic dipole squeezing (SFAS) has been exposed in the resonant JCM. The influence of some nonlinear interactions, including the nonresonant interaction, the virtual-photon processes, the intensity-dependent coupling and the interaction of a Kerr-like medium with the cavity on the SFAS has been discussed. At $(2m + 1)$ -quantum resonance, the relationship between the field and atomic squeezing has been examined.

PACC: 4250; 0545