

中性束注入产生的非麦氏分布对 D-T 聚变反应率的影响

王少杰 邱励俭

(中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

(1995 年 3 月 17 日收到)

通过求解二维含时非线性 Fokker-Planck 方程, 计算反应堆规模下氘的 NBI(平行注入) 加热时等离子体各组分分布函数及反应率随时间的演化, 讨论非麦氏分布对反应率的影响.

结果表明: 分析非麦氏分布对反应率的影响时, 定义 $T^{\text{eff}} = \frac{2}{3} \int \frac{1}{2} m v^2 f(\bar{v}) d\bar{v}$, $\eta = \frac{\langle \sigma v \rangle_N}{\langle \sigma v \rangle_M(T_D, T_T^{\text{eff}})}$ 是比较方便而恰当的. 加热初期, η 从 1 增加到最大值, 然后逐渐下降. 加热功率较大或者束能较高都会使 η 下降得小于 1. 当 η 下降到 1 时, T_T^{eff} 升至约 10 keV.

PACC: 5240M; 5250

1 引 言

Tokamak 研究的主要目标是使得约束于其中的 D-T 等离子体能够产生足够的聚变功率以达到点火条件. 为达到这一目标, 必须将等离子体的温度加热到约 10 keV. 由于等离子体电阻随温度升高而降低, 单纯的欧姆加热仅能将等离子体温度提高到约 1 keV, 因而必须使用辅助加热手段. 目前 Tokamak 上辅助加热手段主要是 ICRH 和 NBI^[1]. 这两种加热手段都能够产生高能离子, 使得离子分布呈非麦氏分布^[2-5]. 因而考察这种非麦氏分布对 D-T 聚变反应率的影响就是聚变研究中一个极为重要的问题. Yamagiwa 等^[2] 求解稳态线性 Fokker-Planck 方程得到 NBI 产生的离子分布函数并计算了非麦氏分布引起反应率的提高. Wolle 等^[4] 求解含时线性 Fokker-Planck 方程研究 NBI 产生的非麦氏分布, 将非麦氏分布离子人为地划分成热化部分和非热化部分, 计算了不同部分离子对反应率的贡献. Budny^[5] 利用基于含时线性 Fokker-Planck 方程与蒙特卡罗方法的 Transp 程序计算 NBI 产生的非热化离子的时间演化, 由此计算出热化离子及非热化离子对反应率的贡献.

上述工作在不同程度上都有一定的局限性, 本文在此基础上, 利用 Fppac 程序^[6], 求解严格的非线性 Fokker-Planck 方程, 计算反应堆规模下氘的 NBI 加热时等离子体各组分分布函数及反应率随时间的演化, 探讨非麦氏分布对反应率的影响.

2 D-T 聚变反应率

D-T 聚变反应率为

$$\langle \sigma v \rangle = \iint d\mathbf{v} d\mathbf{w} f_T(\mathbf{v}) f_D(\mathbf{w}) \sigma(\mathbf{u}) u, \quad (1)$$

式中 $\sigma(\mathbf{u})$ 为 D-T 聚变截面^[7], $\mathbf{u} = |\mathbf{v} - \mathbf{w}|$ 为 D-T 相对速度, $f_T(\mathbf{v})$ 和 $f_D(\mathbf{w})$ 分别为 T 和 D 的归一化分布函数.

在 $f_D(\mathbf{w})$ 为各向同性分布时, (1) 式可化为^[2]

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty 4\pi v^2 dv f_T(v) G(v), \quad (2)$$

式中 $v = |\mathbf{v}|$, $w = |\mathbf{w}|$,

$$G(v) = \int d\mathbf{w} f_D(\mathbf{w}) \sigma(\mathbf{u}) u. \quad (3)$$

如果 D 和 T 均为麦氏分布, 则 $\langle \sigma v \rangle$ 仅依赖于二者的温度 T_D 和 T_T , 即

$$\langle \sigma v \rangle_M = \langle \sigma v \rangle_M(T_D, T_T). \quad (4)$$

在 T 的 NBI 加热情形下, D 为麦氏分布但 T 为非麦氏分布, 故反应率 $\langle \sigma v \rangle_N$ 应由 (2) 式计算.

考虑非麦氏分布对反应率的影响时, 通常将非麦氏分布反应率与“相应”的麦氏分布反应率相比, 求出比值 $\eta = \langle \sigma v \rangle_N / \langle \sigma v \rangle_M$ ^[2,3]. 计算 $\langle \sigma v \rangle_N$ 时, (2) 式中的 $f_T(v)$ 可由 Fokker-Planck 方程求得, 但计算 $\langle \sigma v \rangle_M$ 时, (4) 式中如何确定“相应”的麦氏分布的 T 的温度 T_T^{eff} , 不同的作者有不同的做法. 文献[2]将非麦氏分布的离子划分为热化(麦氏分布)部分和高能部分, 其 T_T^{eff} 定义为麦氏分布的热化部分的温度; 文献[3]认为加热的能量首先传给被加热离子组分, 被加热离子组分然后再通过库仑碰撞将能量传给等离子体其他组分. 其 T_T^{eff} 定义为使得处于该等效温度的麦氏粒子单位时间内通过库仑碰撞传给等离子体其他组分的能量等于加热功率. 这两种定义的 η 的物理意义是不同的.

我们认为讨论非麦氏分布对反应率的影响时应定义

$$T_T^{\text{eff}} = \frac{2}{3} \int \frac{1}{2} m v^2 f(v) d\mathbf{v}, \quad (5)$$

$$\eta = \frac{\langle \sigma v \rangle_N}{\langle \sigma v \rangle_M(T_D, T_T^{\text{eff}})}. \quad (6)$$

理由如下: 1) 由于 $\langle \sigma v \rangle_M(T_D, T_T^{\text{eff}})$ 作为一个二元函数不依赖具体的装置, 可以预先编制成函数表, 而按 (5) 式定义的 T_T^{eff} 表征粒子的能量, 对于一定的加热功率由能量平衡方程容易计算出 (5) 式定义的 T_T^{eff} , 因此容易确定 $\langle \sigma v \rangle_M(T_D, T_T^{\text{eff}})$. 这样, 如果我们对 (6) 式定义的 η 有一个一般的认识, 就可以对实际的非麦氏分布反应率 $\langle \sigma v \rangle_N$ 作出预见. 2) 若被加热离子保持麦氏分布, 则从能量平衡角度来看, 其温度应达到 (5) 式定义的 T_T^{eff} . 因而 (6) 式定义的 η 确实表征了由于被加热离子偏离麦氏分布造成的反应率变化.

3 分布函数随时间的演化

T 的 NBI 加热时分布函数随时间的演化由如下方程组描述,

$$\frac{\partial f_T}{\partial t} = \left(\frac{\partial f_T}{\partial t} \right)_c + \frac{1}{2v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v^3 f_T}{\tau_E} \right) + S_0 \delta(v - v_b) \delta(\cos \theta - \cos \theta_b), \quad (7a)$$

$$\frac{\partial f_D}{\partial t} = \left(\frac{\partial f_D}{\partial t} \right)_C + \frac{1}{2v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v^3 f_D}{\tau_E^D} \right), \quad (7b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_e T_e \right) = - \frac{1}{\tau_E^e} \left(\frac{3}{2} n_e T_e \right) + Q_{eD} + Q_{eT}, \quad (7c)$$

式中 $f_T = f_T(v, \theta)$, $f_D = f_D(v, \theta)$ 为离子的分布函数, $\left(\frac{\partial f_T}{\partial t} \right)_C$, $\left(\frac{\partial f_D}{\partial t} \right)_C$ 为 Fokker-Planck 碰撞项^[6], τ_E^T , τ_E^D , τ_E^e 为能量约束时间(离子的能量约束时间由新经典理论给出, 电子的能量约束时间由 Goldston L 模定标给出), Q_{eD} , Q_{eT} 分别为氘和氚通过库仑碰撞在单位时间单位体积内传递给电子的能量, $S_0 = P/(V_p E_b)$, P 为加热功率, V_p 为等离子体体积, $E_b = 0.5 m_T v_b^2$ 为束的能量, θ_b 为束的入射角.

上述计算模型中电子被近似视为温度随时间变化的麦氏粒子. 由于电子的弛豫时间很短, 这种近似是合理的.

4 计算结果与分析

根据前述方法, 对于不同的加热功率和不同的束能, 我们计算了如表 1 所示的参考堆在氘的 NBI(平行注入)加热情形下, 离子分布函数和电子温度随时间的演化以及 NBI 加热引起的反应率变化. 计算结果如图 1—图 8 所示. 图中

$$T_T^{\parallel} = \int m v_{\parallel}^2 f(v) d v, \quad (8)$$

$$T_T^{\perp} = \int \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 f(v) d v, \quad (9)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\text{tt}} = \langle \sigma v \rangle_{\text{M}}(T_D, T_T^{\perp}). \quad (10)$$

(10) 式定义的 $\langle \sigma v \rangle_{\text{tt}}$ 用以估计非麦氏分布离子中热化部分对反应率的贡献.

表 1 参考堆的主要参数

等离子体体积 V_p/m^3	134.0
电子平均密度 N_e/m^{-3}	1.1×10^{20}
离子平均密度 $N_D, N_T/m^{-3}$	0.55×10^{20}
初始平均温度 T_0/keV	1.5

从图 1 和图 5 可以看出随着加热时间的增加, 氘的分布函数由初始的麦氏分布变为非麦氏分布, 非麦氏分布由高能平台部分和低能热化(麦氏分布)部分组成. 从图 2 和图 6 可以看出随着加热时间的增加, 氘表现出明显的各向异性, 等离子体各组分温度逐渐达到饱和. 从图 2, 图 3 和图 6, 图 7 可以看出随着加热时间的增加, 反应率 $\langle \sigma v \rangle_N$ 和 $\langle \sigma v \rangle_M$ 都逐渐增大, 但加热初期 $\langle \sigma v \rangle_N$ 增加得较快, 而加热后期 $\langle \sigma v \rangle_M$ 增加得较快. 因而加热初期 η 值逐渐增加并达到最大值然后在加热后期逐渐减小, 在加热功率大或束能高的情形下, η 值还会减至小于 1.

为了考察不同加热功率对反应率的影响, 我们分析了束能 $E_b = 900 \text{keV}$, 加热功率分别为 $P = 25, 50, 100 \text{MW}$ 三种情形(图 1—图 4). 从图 2, 图 3 可以看出随着加热功率的增

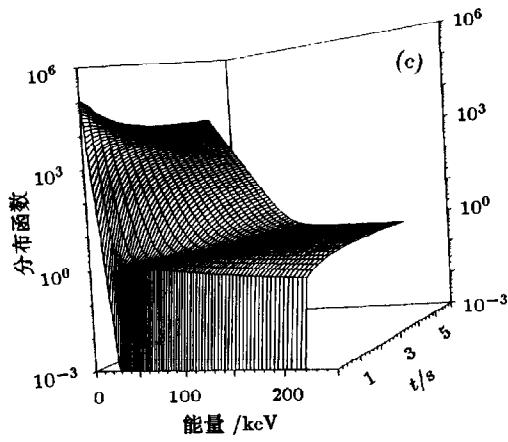
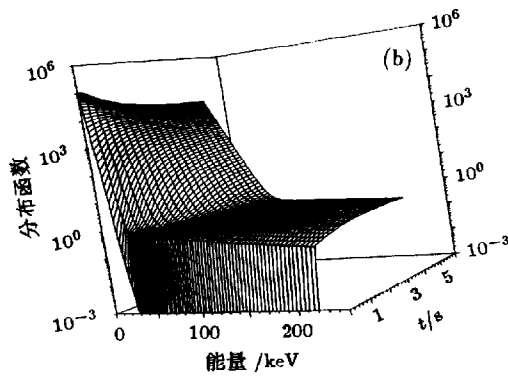
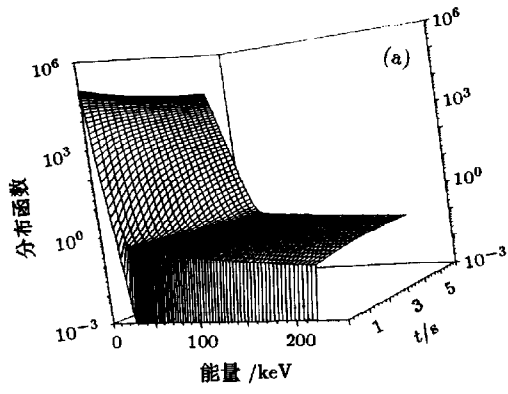


图1 氘的分布函数随时间演化 (a) $P=25$ MW, $E_b=900$ keV; (b) $P=50$ MW, $E_b=900$ keV; (c) $P=100$ MW, $E_b=900$ keV

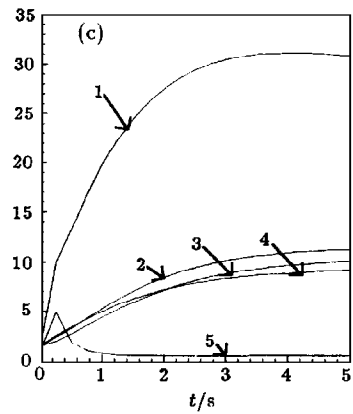
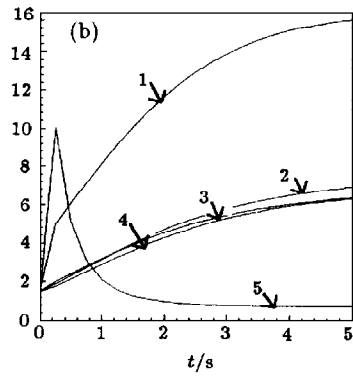
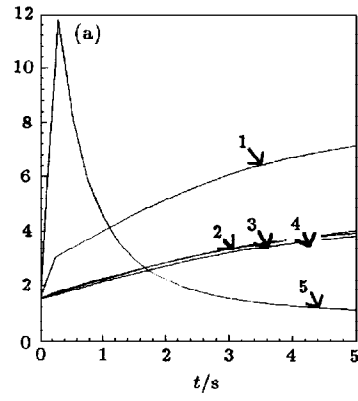


图2 温度及 η 随时间演化 1: $T_T^{||}$; 2: T_T^{\perp} ; 3: T_D ; 4: T_e ; 5: η ; (a) $P=25$ MW, $E_b=900$ keV; (b) $P=50$ MW, $E_b=900$ keV; (c) $P=100$ MW, $E_b=900$ keV

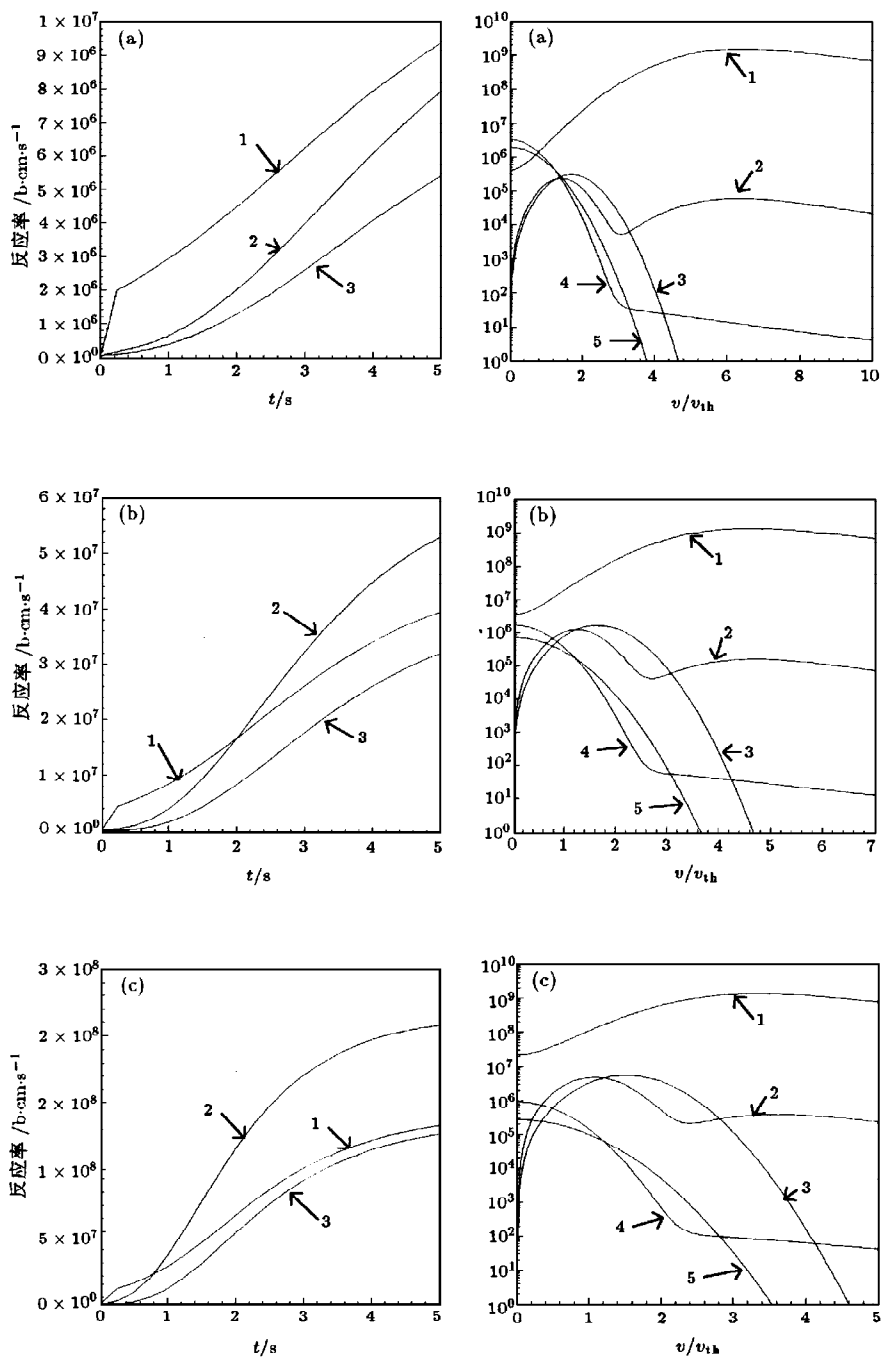


图3 反应率随时间演化 1: $\langle \sigma v \rangle_N$, 2: $\langle \sigma v \rangle_M$, 3: $\langle \sigma v \rangle_{it}$; (a) $P=25\text{ MW}, E_b=900\text{ keV}$; (b) $P=50\text{ MW}, E_b=900\text{ keV}$; (c) $P=100\text{ MW}, E_b=900\text{ keV}$

图4 $t=4\text{ s}$ 的反应率分析 1: $G(v)$, 2: $v^2 f_N^i(v) G(v)$, 3: $v^2 f_M^i(v) G(v)$, 4: f_N^i , 5: f_M^i ; (a) $P=25\text{ MW}, E_b=900\text{ keV}$ ($t=4\text{ s}$); (b) $P=50\text{ MW}, E_b=900\text{ keV}$ ($t=4\text{ s}$); (c) $P=100\text{ MW}, E_b=900\text{ keV}$ ($t=4\text{ s}$)

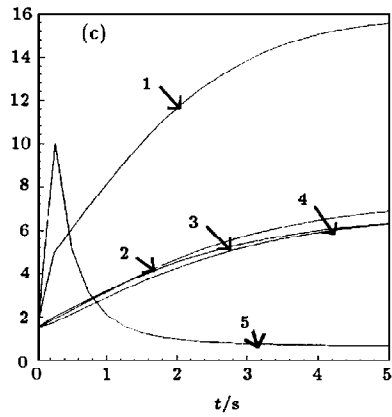
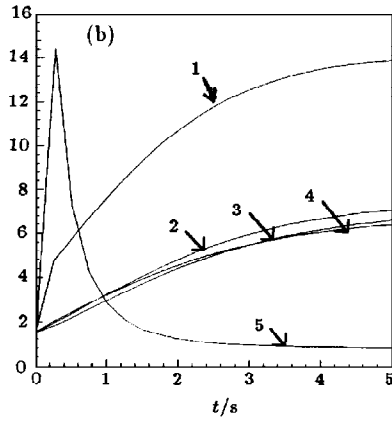
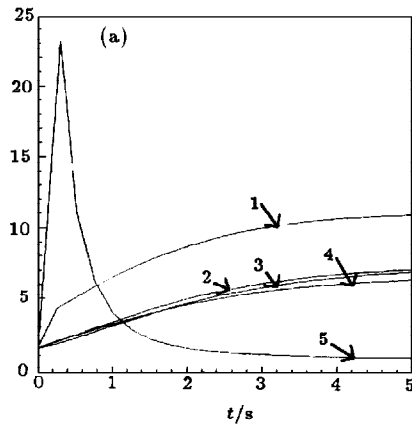
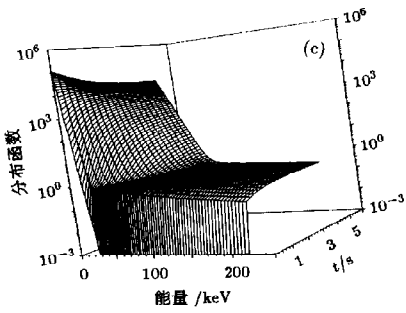
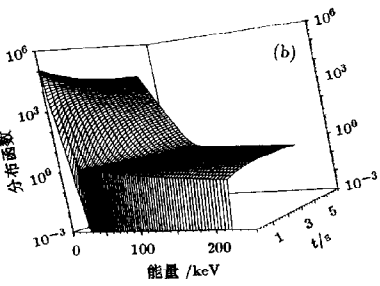
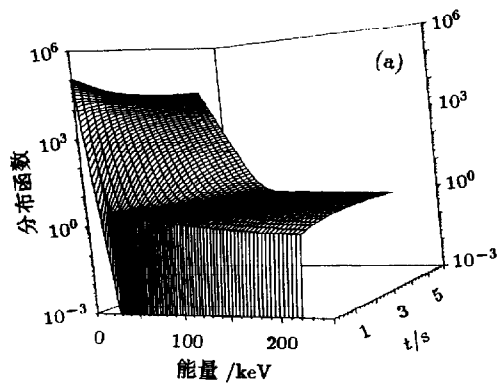


图 5 氦的分布函数随时间演化 (a) $P = 50 \text{ MW}$, $E_b = 300 \text{ keV}$; (b) $P = 50 \text{ MW}$, $E_b = 600 \text{ keV}$; (c) $P = 50 \text{ MW}$, $E_b = 900 \text{ keV}$

图 6 温度及 η 随时间演化 1: T_I^{\parallel} , 2: T_I^{\perp} , 3: T_D , 4: T_e , 5: η ; (a) $P = 50 \text{ MW}$, $E_b = 300 \text{ keV}$; (b) $P = 50 \text{ MW}$, $E_b = 600 \text{ keV}$; (c) $P = 50 \text{ MW}$, $E_b = 900 \text{ keV}$

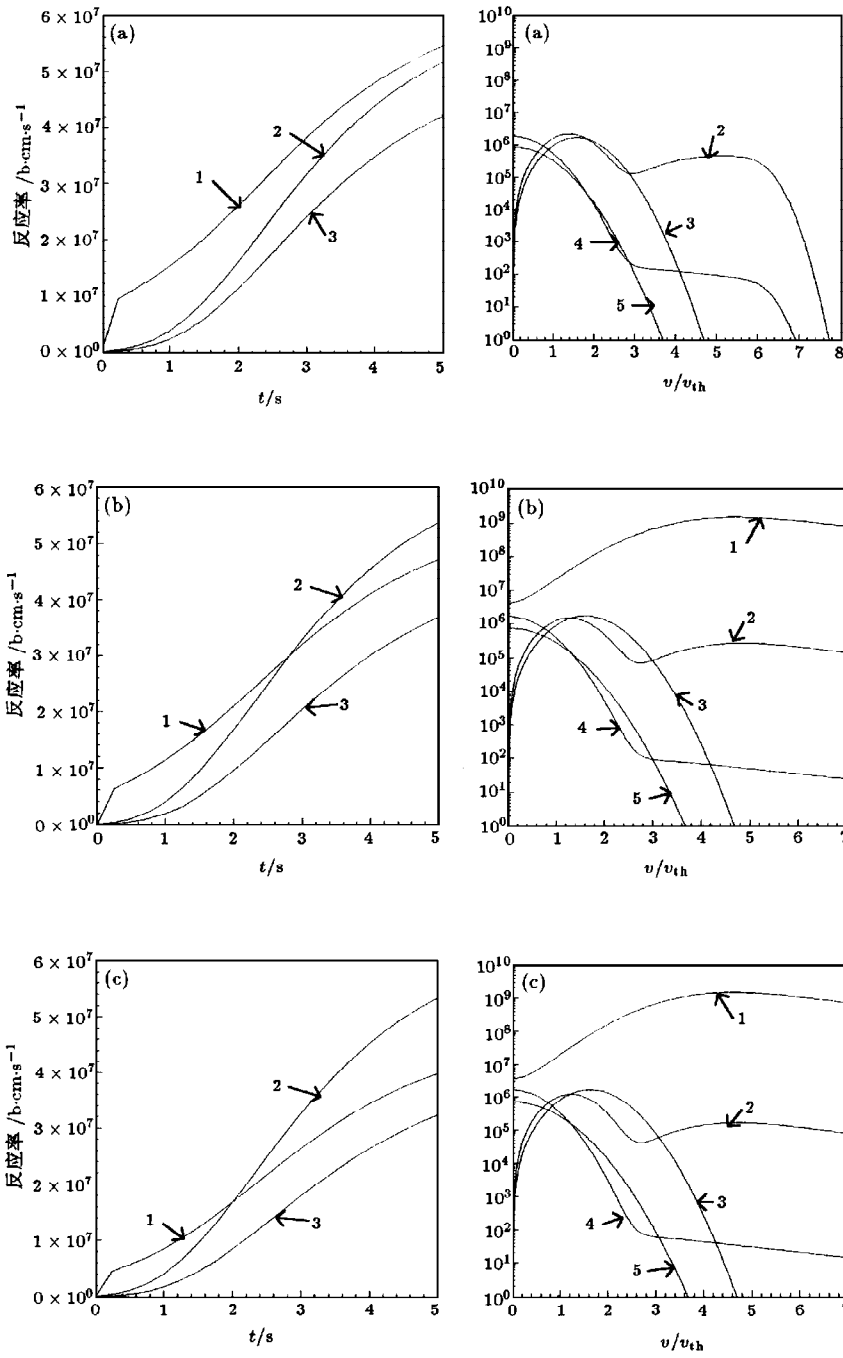


图 7 反应率随时间演化 1: $\langle \sigma v \rangle_N$, 2: $\langle \sigma v \rangle_M$, 3: $\langle \sigma v \rangle_{tt}$; (a) $P = 50$ MW, $E_b = 300$ keV; (b) $P = 50$ MW, $E_b = 600$ keV; (c) $P = 50$ MW, $E_b = 900$ keV

图 8 $t = 4$ s 的反应率分析 1: $G(v)$, 2: $v^2 f_N^r(v) G(v)$, 3: $v^2 f_M^r(v) G(v)$, 4: f_N^r , 5: f_M^r ; (a) $P = 50$ MW, $E_b = 300$ keV ($t = 4$ s); (b) $P = 50$ MW, $E_b = 600$ keV ($t = 4$ s); (c) $P = 50$ MW, $E_b = 900$ keV ($t = 4$ s)

加, 不仅加热初期 η 所能达到的最大值变小, 而且加热后期 η 逐渐降低到小于 1 (即 $\langle \sigma v \rangle_N$ 小于 $\langle \sigma v \rangle_M$), 但是 $\langle \sigma v \rangle_{\text{eff}}$ 始终明显小于 $\langle \sigma v \rangle_N$ (这意味着非麦氏分布离子中的高能平台部分总是对反应率有明显的贡献). 从图 3 可以看出, 在同样的束能下随着加热功率的增加, 反应率也随着增加.

为了考察不同的束能对反应率的影响, 我们分析了加热功率为 $P = 50 \text{ MW}$, 束能分别为 $E_b = 300, 600$ 和 900 keV 三种情形 (图 5—图 8). 从图 6, 图 7 可以看出随着束能的增加, 不仅加热初期 η 所能达到的最大值变小, 而且加热后期 η 逐渐降低到小于 1 (即 $\langle \sigma v \rangle_N$ 小于 $\langle \sigma v \rangle_M$), 但是 $\langle \sigma v \rangle_{\text{eff}}$ 始终明显小于 $\langle \sigma v \rangle_N$ (这意味着非麦氏分布离子中的高能平台部分总是对反应率有明显的贡献). 从图 7 可以看出, 在同样的加热功率下随着束能的增加, 反应率降低.

从图 2, 图 3 和图 6, 图 7 可以看出随着加热时间的增加当 $T_{\text{T}}^{\text{eff}}$ 升高到约 10 keV 时, η 下降到 1.

分析图 4 和图 8 可以揭示 η 小于 1 的原因. 由 (2) 式可知 $v^2 f(v) G(v)$ 曲线下的面积表示反应率. 从图中可以看出, 非麦氏分布和具有相同等效温度的麦氏分布相比必然具有如下特征: 对于低能粒子和高能粒子来说, 非麦氏分布的粒子数比麦氏分布多; 而对于能量中等的超热粒子来说, 非麦氏分布的粒子数比麦氏分布少. 如果将低能粒子和超热粒子近似视为热化的麦氏分布部分, 那么我们也可以说非麦氏分布由高能平台部分和热化麦氏部分构成, 该热化麦氏部分的温度必然要比非麦氏分布的等效温度小. 因而对应于非麦氏分布和具有相同等效温度的麦氏分布的 $v^2 f(v) G(v)$ 值也必然具有如下特征: 对于低能区和高能区, 非麦氏分布的 $v^2 f(v) G(v)$ 值比麦氏分布的大; 而对于中等能量区, 非麦氏分布的 $v^2 f(v) G(v)$ 值比麦氏分布的小. 至于究竟是非麦氏分布的反应率大还是麦氏分布的反应率大, 则要看这两种效应的综合结果. 分析图 4 不难发现: 对于同样的束能, 随着加热功率的增加, 非麦氏分布的热化麦氏部分对等效麦氏分布的偏离越来越大, 从而超热粒子对反应率的贡献比等效麦氏分布中相应能区粒子对反应率的贡献小得越来越明显. 因此非麦氏分布的反应率就会小于麦氏分布的反应率. 分析图 8 还可看出: 对于同样的加热功率, 随着束能的增加, 非麦氏分布的热化麦氏部分对等效麦氏分布的偏离越来越大, 从而超热粒子对反应率的贡献比等效麦氏分布中相应能区粒子对反应率的贡献小得越来越明显. 因此非麦氏分布的反应率就会小于麦氏分布的反应率.

5 主要结论

通过数值求解二维含时非线性 Fokker-Planck 方程, 计算反应堆规模下氘的 NBI (平行注入) 加热时等离子体各组分分布函数及反应率随时间的演化, 研究非麦氏分布对反应率的影响, 我们得到如下几点主要结论:

1) 讨论非麦氏分布对反应率的影响时, 应定义

$$T^{\text{eff}} = \frac{2}{3} \int \frac{1}{2} m v^2 f(v) dv, \quad \eta = \frac{\langle \sigma v \rangle_N}{\langle \sigma v \rangle_M(T_D, T_T^{\text{eff}})}$$

2) 加热初期, η 从 1 增加到最大值.

3) 加热后期, η 逐渐下降. 加热功率较大或者束能较高都会使 η 下降至小于 1.

4) $T_{\text{T}}^{\text{eff}}$ 升高到约 10 keV 时, η 下降到 1.

5) 氙的 NBI(平行注入)加热过程中, 氙的分布函数呈明显的各向异性分布并出现明显的高能平台.

6) 未来的反应堆 NBI 设计中应考虑选择尽可能低的束能.

- [1] John Wesson, Tokamaks, Clarendon Press, Oxford, 1987.
 [2] M. Yamagiwa *et al.*, *Nuclear Fusion*, **27**(1987), 1773.
 [3] R. W. Harvey *et al.*, *Nuclear Fusion*, **26**(1986), 43.
 [4] B. Wolle *et al.*, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **33**(1991), 1863.
 [5] R. V. Budny, *Nuclear Fusion*, **34**(1994), 1247.
 [6] M. G. McCoy *et al.*, *Computer Physics Communications*, **24**(1981), 37.
 [7] G. H. Miley *et al.*, Fusion Cross Section and Reactivities, Rept. COO-2218-17 (University of Illinois, Urbana, Ill., 1974).

D-T FUSION REACTIVITY VARIATION INDUCED BY NBI-PRODUCED NON-MAXWELLIAN DISTRIBUTION

WANG SHAO-JIE QIU LI-JIAN

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei 230031)

(Received 17 March 1995)

ABSTRACT

By numerically solving the tow-dimensional time-dependent non-linear Fokker-Planck equations, the distribution functions are calculated and the D-T fusion reactivity are evaluated. For the tritium parallel injection case, the reactivity variation induced by the non-Maxwellian distribution is analyzed. It is pointed out that it is appropriate to define $T^{\text{eff}} = \frac{2}{3} \int \frac{1}{2} m v^2 f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$, $\eta = \frac{\langle \sigma v \rangle_{\text{N}}}{\langle \sigma v \rangle_{\text{M}}(T_{\text{D}}, T_{\text{T}}^{\text{eff}})}$. The calculation results show that η increases from 1 to maximum and then decreases during NBI heating. Either high input power or high beam energy can make η to decrease to a value less than 1. When η decreases to 1, $T_{\text{T}}^{\text{eff}}$ is raised to about 10 keV.

PACC: 5240M; 5250