

大尺度螺旋孤子实验^{*}

赵松年 熊小芸 朱 江

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

(1995 年 9 月 22 日收到; 1995 年 10 月 26 日收到修改稿)

通过大型流体动力学转盘实验, 证实了自然界中以台风为代表的大尺度涡旋运动形态具有孤子特性, 建议用“螺旋孤子”来刻画这类运动形态.

PACC: 4730; 0340K; 4790; 9260

孤子在碰撞后具有保持其波形与行进速度不变的特性. 除当前已深入研究的浅水波孤子, 等离子体中的孤子, 引力波孤子之外, 在自然界和其他物理系统中是否还存在具有这种性质的其他类型的孤子? 这是一个值得探讨的, 也是具有重要研究价值的问题. 我们研究了自然界中广泛存在的一类具有大尺度涡旋结构的运动形态, 其中以台风(typhoon)为典型代表.

台风是三维的热带暖中心气旋性低压涡旋, 从天气学角度已作过长期的观测与研究^[1], 由于运动形态极为复杂, 目前数学模型和数值计算还难以实现其动力学的模拟^[2-5]. 我们采用大型流体动力学转盘(rotating annulus)实验方法, 在动力相似、几何相似和边界条件相似的条件下^[6], 根据 Anthes^[7], Yamasaki^[8]等建立的数学模型, 在文献[5]的实验设备的基础上设计了新的实验方法, 准确地模拟了自然界的台风, 实现了双台风沿不同方向相互作用的动力学实验, 结果具有可重复性和可比性¹⁾.

在 Kruskal 和 Zabusky 研究 KdV 方程的数值实验^[9]的启发下, 我们进行的大尺度涡旋运动形态的相互作用实验, 得到了相互碰撞之后重新分离, 各自又恢复原有形态的结果, 如图 1(a)~(l)所示. 值得指出的是, Moiseev 曾认为^[10], 哈密顿系统相关函数中出现螺旋分量时就会形成大尺度拟序结构. 本实验结果支持这种观点, 实际上台风就是这种大尺度螺旋结构的一种运动形态.

Moffatt 等^[11]提出的螺旋度概念是描述这类涡旋运动的重要的拓扑不变量, 即

$$\mathcal{H}(t) \triangleq \int_{\mathcal{D}} \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\omega} dV, \quad (1)$$

式中

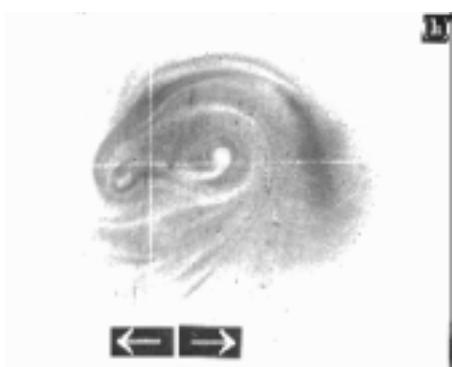
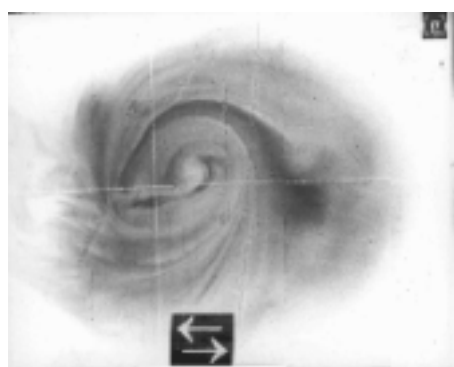
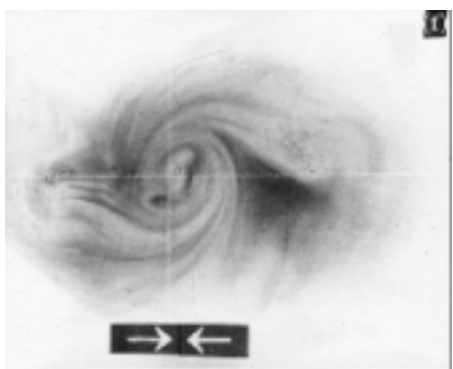
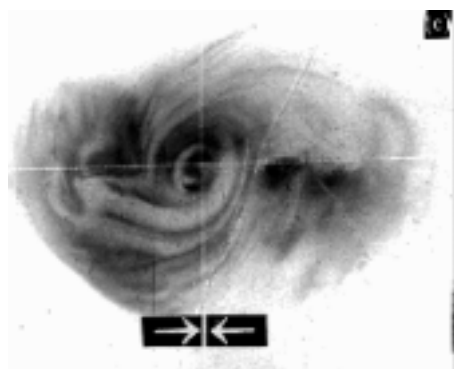
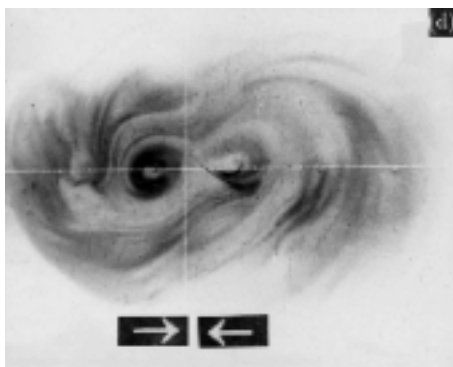
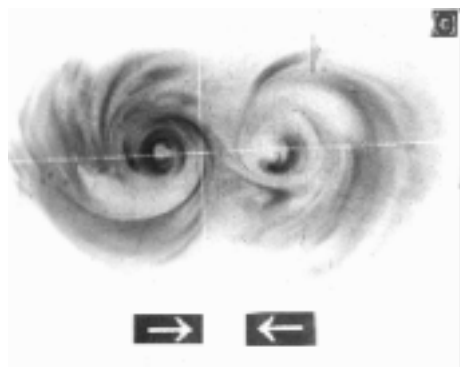
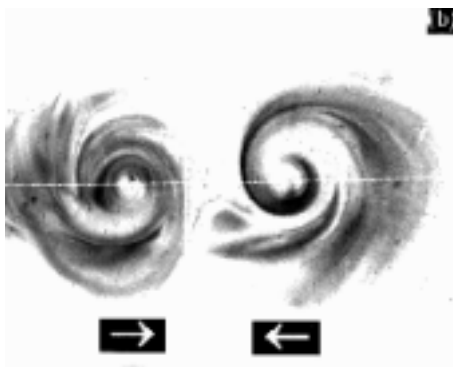
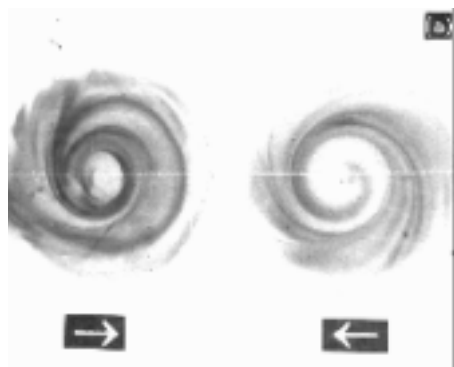
$$h = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\omega}, \quad (2)$$

h 是螺旋密度, 若涡量 $\boldsymbol{\omega}$ 用小尺度湍流速度场 $\mathbf{U}$ 表示: $\boldsymbol{\omega} \equiv \nabla \times \mathbf{U}$, 则有

$$\boldsymbol{\omega} = \left(\frac{\partial U_z}{\partial y} - \frac{\partial U_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial U_y}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial y} \right) \mathbf{k}$$

^{*} 国家自然科学基金及中国科学院自然与社会协调发展局经费资助的课题.

¹⁾ 刘俊清、黄中华参加了实验工作.



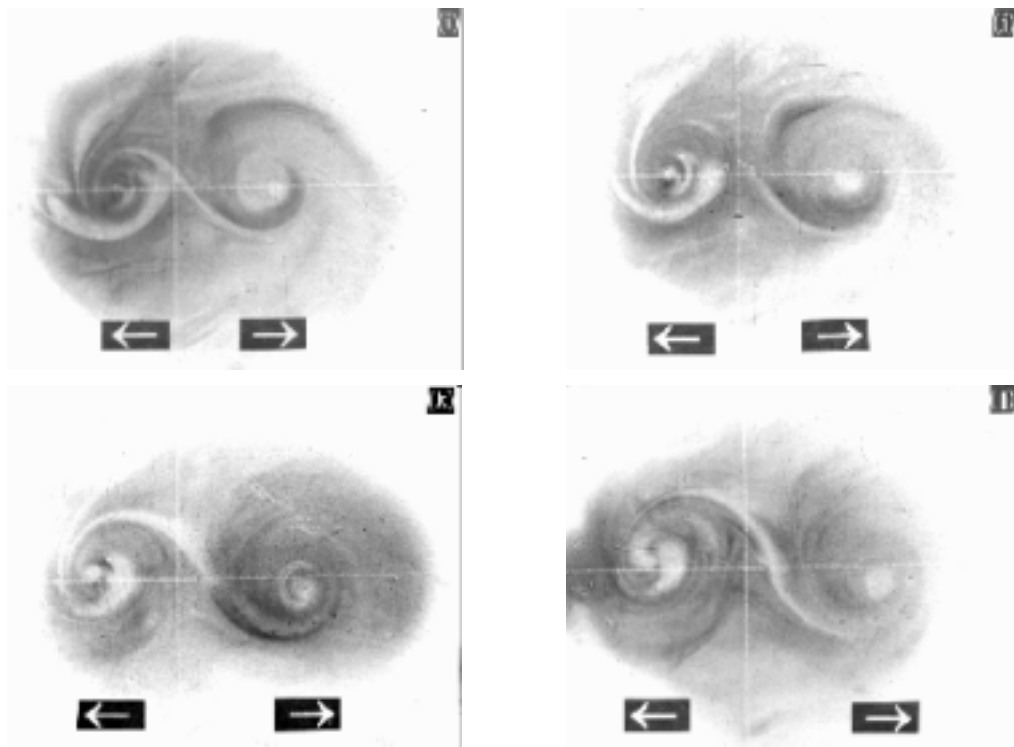


图1 大尺度螺旋运动形态相互作用过程图

$$= \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}. \quad (3)$$

由 $h \triangleq \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\omega}$, 即

$$h \triangleq u_x \omega_x + u_y \omega_y + u_z \omega_z = h_x + h_y + h_z, \quad (4)$$

可见 h 的各分量 h_x , h_y 和 h_z 均属于同阶小量(三阶小量 $\mathcal{O}(\epsilon^3)$), 同时包含了流场 $\mathbf{U}$ 与涡旋 $\boldsymbol{\omega}$ 两种运动模态之间的耦合^[12]; 当 $\langle \mathbf{U} \times \mathbf{U} \rangle \neq 0$ 时, 螺旋型小尺度速度场 $\mathbf{U}$ 便形成大尺度流场 $\langle \mathbf{U} \rangle$, 它具有 $\langle \mathbf{U} \rangle \times \langle \mathbf{U} \rangle \neq 0$ 的性质, 实际上是湍流场在低螺旋密度值下对流在水平方向发展的螺旋形态, 地球的自转特性是其激发因素之一, 而湍流内禀的随机性——混沌也是形成大尺度空间拟序结构的原因之一。

本实验准确模拟了自然界中台风这类大尺度螺旋结构的动力学宏观特性, 即以垂直方向为轴强烈的螺旋云带形成的气旋, 环绕中心的眼区和径向-垂直环流, 其剖面流场如图2所示^[5], 流线为 Benard 对流元胞, 中间部分是台风的眼区, 有圆形抽气云贴近眼壁旋转, 由于台风行进方向的左侧是气旋性环流, 右侧是反气旋性环流, 因而造成水平流场的不对称性。碰撞前和分离后的温度场与风速场的径向分布分别如图3和图4所示^[5]。最



图2 垂直剖面流场

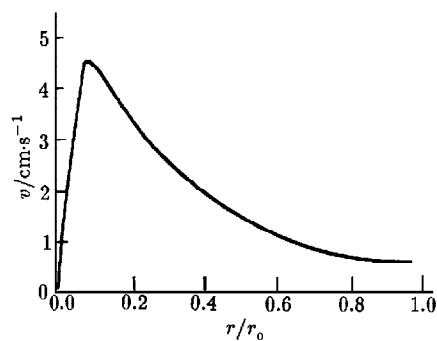


图3 风速径向分布

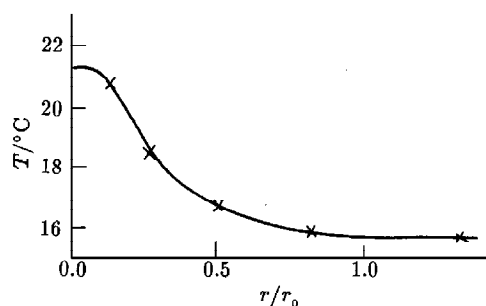


图4 温度场分布

大风速出现在 $r/r_0 = 0.1—0.2$ 之间 (r/r_0 为归一化的径向尺度), 实验值为 $v_{me} = 4.5$ cm/s, 相当于实际值 $v_{mn} = 43$ m/s, 流场径向分布可以用 $vr^x = \text{const}$ 近似拟合. 大尺度涡旋相互作用起始距离 L 符合下列公式:

$$L = \frac{l}{R_0}, \quad (5)$$

式中 l 为双台风眼间距离, R_0 为台风的最大半径, L 的平均值为 $1.1^{[13]}$. 当两个台风相互作用时形成互旋, 继而并合^[13], 然后沿各自行进的方向分离, 各自恢复原有的螺旋结构与运动形态, 双台风的互旋、并合和长时间维持 (一般为 10 天, 个别可达一个月的寿命) 等特征均被气象卫星和世界气象台网所大量观测到, 从而支持了本实验的结果. 为了刻画和表征这种具有孤子特性的以螺旋结构为其特点的运动形态, 本文作者建议将其定名为“螺旋孤子 (Heliton)”.

作者预言, 此项实验研究的类似结果和螺旋孤子可以在天体螺旋星云^[14]与地震孕育过程中分别观测到.

工作中得到中国科学院大气物理研究所魏鼎文、吕达仁研究员, 张四滨高级工程师, 袁孝明副研究员, 顾讯实验师; 中国科学技术大学基础物理中心阎沐霖、汪克林教授; 国家自然科学基金委员会陈思育研究员等人的支持, 特此表示衷心感谢.

附 录

1. 实验的基本数学模型

台风是三维的气旋性低压涡旋, 垂直尺度与水平尺度的比值约为 1:50, 气压、温度和风场的分布近似为圆对称, 涡旋半径一般为 500—1000 km, 外区是螺旋云带, 中区是最大环状风速区, 有强烈的对流与降水, 内区是环形云墙形成的眼区, 范围约为 10—70 km, 此处风弱, 干暖 and 少云. 以垂直方向为轴而强烈地螺旋, 气流从底层流入, 到达中层时形成强大的垂直气流, 径向风分量很小, 主要为切向风分量. 顶层气流流出继而与周围空气混合后下沉, 形成径向-垂直环流圈. 垂直高度在 10 km 以上, 在这个高度上离眼区中心 100—150 km 以外是反气旋环流将气流抽吸出去, 造成台风中出现很低的气压.

Anthes^[7]和 Yamasaki^[8]等给出描述这种运动形态的数学模型, 在圆柱坐标系内的原始方程实际上是计入 Coriolis 力的 Navier-Stokes 方程, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\lambda}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\lambda}{\partial r} + \frac{v_\lambda}{r} \frac{\partial v_\lambda}{\partial \lambda} + w \frac{\partial v_\lambda}{\partial z} + f v_r + \frac{v_\lambda v_r}{r} = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{z\lambda}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{r\lambda}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\lambda\lambda}}{r \partial \lambda} + \frac{\tau_{r\lambda} - \tau_{\lambda\lambda}}{r} \right), \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\lambda}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \lambda} + w \frac{\partial v_r}{\partial z} - f v_\lambda - \frac{v_\lambda^2}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\lambda r}}{\partial \lambda} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{r\lambda}}{r} \right), \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

式中 v_r , v_λ 分别为径向和切向速度, τ 为涡旋应力, 作数值计算时尚需加入以下方程:

静力学方程

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \rho g, \quad (\text{A3})$$

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_\lambda}{r \partial \lambda} + \frac{\partial \rho r v_r}{r \partial r} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0, \quad (\text{A4})$$

状态方程

$$p = \rho R T, \quad (\text{A5})$$

热力学方程

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{C_p T} \dot{Q} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_H \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(K_H \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} \right), \quad (\text{A6})$$

水分平衡方程

$$\frac{dq}{dt} + P - E + S = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_H \frac{\partial q}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial q}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(K_H \frac{\partial q}{\partial \lambda} \right), \quad (\text{A7})$$

位温表示式

$$\theta = T \left(\frac{P_0}{P} \right)^{R/C_p}, \quad (\text{A8})$$

式中 θ 为位温, ρ 为密度, K_H 和 K_z 分别为水平与垂直涡粘系数, P 为气压, E 为蒸气, S 为入气中的液态水, $\dot{Q}$ 为非绝热加热率.

在具体计算时, 对原始方程需进行尺度分析和无量纲化^[6], 根据研究的重点对方程作某些简化.

2. 模拟实验的相似判据

大型流体动力学转盘是按地球自转运动的方式设计的, 为了准确地模拟由原始方程(1)~(8)描述的自然界的大尺度涡旋运动, 实验设备必须满足动力相似、几何相似和边界条件相似等约束条件, 由此得出如下 9 个独立的相似判据^[13], 其中用下角标 e 表示实验装置之值, n 表示实际之值.

(1) Rossby 数 $R = \frac{V}{lf}$; $R_e = 1.8$, $R_n = 0.9$,

(2) Ekman 数 $E = \frac{v}{f l^2}$; $E_e = 5.2 \times 10^{-4}$, $E_n = 3.0 \times 10^{-4}$,

(3) Prandtl 数 $P = \frac{v}{K}$; $P_e \approx P_n \approx 1$,

(4) Froude 数 $Fr = \frac{v^2}{g l}$; $Fr_e = 3.0 \times 10^{-4}$, $Fr_n = 1.6 \times 10^{-4}$,

(5) 气体判据 $AS = \frac{P}{\rho R T}$, 实验中采用气体介质, 这一判据能自动满足,

(6) 谐时判据 $Ho = \frac{tv}{l}$; $Ho_e = 1.5 \times 10^4$, $Ho_n = 1.0 \times 10^4$,

(7) 风暴发展判据 $D = \frac{\dot{Q} l}{C_p T v}$; $D_e = 1.0 \times 10^{-1}$, $D_n = 1.7 \times 10^{-1}$,

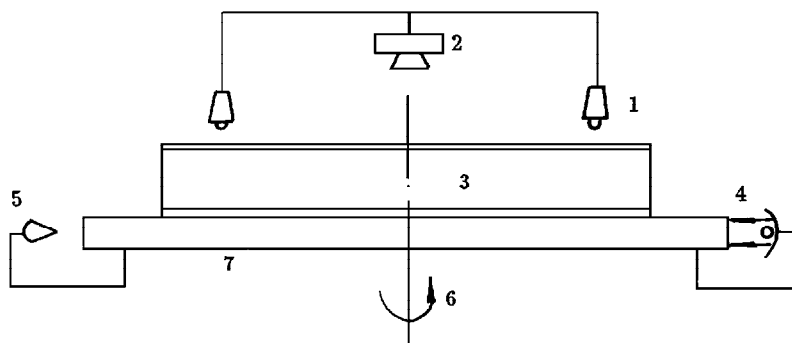
(8) 几何判据 $G = \frac{H}{l}$; $G_e = 0.03$, $G_n \approx 0.02 - 0.03$,

(9) Euler 数 $Eu = \frac{\Delta P}{\rho v^2}$; ΔP 为由大尺度涡旋运动系统决定的量, 因而 Eu 为一个辅助判据, 由系统本身决定,

式中 ΔP 为热带气旋的中心压力与外围压力差, H 为高度, l 为水平尺度. 模拟实验是建立在严格的相似理论基础上, 满足动力学与热力学的约束条件, 因此本实验不仅模拟出了热带风暴的一般特征, 也模拟出了温度场、流场、眼区等重要结构, 并与实际观测资料以及天气学事实相符合, 双台风相互作用的动力学过程的模拟因而具有可靠的数理基础.

3. 实验装置

本实验装置采用气体介质, 用可以移动式双红外热源加热, 从转盘上方拍摄实际结果, 为了有足够的空间完成双台风的相互作用的全过程, 容器尺寸比文献[5]所用设备在径向增大了 10 cm, 气体容器的直径为 130 cm, 高度为 4 cm, 转盘座直径为 350 cm, 转盘转动周期在 20—180 s 内连续可调, 一个周期对应的实际时间为 24 h. 实验中转动周期约为 45 s, 相当于转速约为 0.14 rad/s, 整个设备的结构示意图见附图 1.



附图 1 地球模拟转盘结构示意图 1 为红外光源; 2 为照相机; 3 为气体容器; 4 为垂直光源; 5 为水平光源; 6 为速控转轴; 7 为转盘座

- [1] 陈联寿、丁一汇, 西太平洋台风概论(科学出版社, 北京, 1979), 第 174—204 页.
- [2] 孔 军、魏鼎文, 大气科学, **15**(3)(1991), 105.
- [3] 李崇银、张 铭, 气象学报, **42**(4)(1984), 446.
- [4] 张捷迁、魏鼎文、何阜华, 中国科学, (3)(1975), 302.
- [5] 魏鼎文、叶笃正, 气象学报, **37**(2)(1979), 16.
- [6] Wei Dingwen, Wang Yunkuan, *Collected Oceanic Works*, **5**(1)(1982), 23.
- [7] R. A. Anthes, *Rev. of Geophys. and Space Phys.*, **12**(3)(1974), 495.
- [8] M. Yamasaki, *J. Meteor. Soc. Jap., Ser. II*, **55**(1977), 11.
- [9] M. D. Kruskal and N. J. Zabusky, *J. Math. Phys.*, **5**(1964), 231.
- [10] S. S. Moiseev, *IWNTTP-4*(1992), Moscow.
- [11] H. K. Moffatt and A. Tsinober, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **24**(1992), 281.
- [12] 邱孝明, 力学进展, **20**(1990), 499.
- [13] Wei Dingwen and C. C. Chang, *Scientia Sinica (Series B)*, **25**(1982), 881.
- [14] A. Toomre and J. Toomre, *The Astrophysical Journal*, **178**(1972), 623.

AN EXPERIMENTAL SIMULATION ON LARGE-SCALE HELITON

ZHAO SONG-NIAN XIONG XIAO-YUN ZHU JIANG

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica, Beijing 100029*)

(Received 22 September 1995; revised manuscript received 26 October 1995)

ABSTRACT

Large-scale vortex motion, the typical example of which is typhoon in nature, has behaviour of soliton. This is proved by large-scale dynamical simulation experiment in the rotating annulus. Thus we suggest that one can adopt scientific term “Heliton” (i. e., helical soliton) to characterize this motion pattern.

PACC: 4730; 0340K; 4790; 9260