

多通道共振能级模型的费密与非费密液体行为^{*}

袁青山 陈 鸿 章豫梅

(同济大学波耳固体物理研究所, 上海 200092)

(1996 年 2 月 7 日收到)

首先通过 s 波散射近似将三维多通道共振能级模型转换成一维问题, 然后利用玻色变换在算符水平上将其进一步转化为单通道 Kondo 模型, 并在此基础上导出多通道共振能级模型的两个不动点哈密顿量. 同时计算了模型的比热, 讨论了系统的费密与非费密液体行为.

PACC: 7210; 7128; 7520H

1 引 言

唯象边缘费密液体模型成功地解释了高温超导体正常态的行为^[1], 因此, 如何从某些电子强关联模型中严格导出非费密液体行为引起人们广泛兴趣. 理论模型主要包括两类: 一类是格点模型, 另一类是杂质模型. 从目前的研究水平来看, 除了一维格点模型外, 对二维和三维格点模型中的非费密液体行为至今不存在相应的严格解. 相比较而言, 人们对杂质模型的了解更加深入. 比如, 已有的严格结果表明, Anderson 模型和单通道共振能级 (single-channel resonant-level) 模型的低能元激发为费密液体型^[2,3], 而 X 射线吸收边模型和多通道 Kondo 模型显示出非费密液体行为^[4-6]. 最近的研究工作表明, 推广的 Anderson 模型^[7,8] 和多通道共振能级 (multichannel resonant-level, 以下简称 MCRL) 模型^[9,10] 随着模型参量的变化会呈现费密—非费密液体转变. 文献[10]指出 MCRL 模型的配分函数在形式上与单通道 Kondo 模型相类似, 这说明 MCRL 模型的物理特性可从简单的单通道 Kondo 模型得到.

本文利用玻色化技术证明 MCRL 模型可在算符水平上转化为单通道 Kondo 模型, 并在此基础上通过比热计算, 研究了系统的费密与非费密液体行为以及它们之间的转变条件.

^{*} 国家科学技术委员会“攀登计划”及上海市科学技术委员会“启明星”计划资助的课题.

2 三维费密场转化为一维费密场

三维 MCRL 模型的哈密顿量用场算符表示如下^[9,10]:

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \quad (1)$$

其中

$$H_0 = \sum_l \int d^3x \Psi_l^\dagger(\mathbf{x}) \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \right) \Psi_l(\mathbf{x}), \quad (2a)$$

$$H_1 = j^{(0)} [\Psi_0^\dagger(0) d + d^\dagger \Psi_0(0)], \quad (2b)$$

$$H_2 = \sum_l V_l^{(0)} \Psi_l^\dagger(0) \Psi_l(0) \left(d^\dagger d - \frac{1}{2} \right), \quad (2c)$$

其中 $\Psi_l(\mathbf{x})$, $\Psi_l^\dagger(\mathbf{x})$ 为无自旋的传导电子的场算符 (l 为通道数), d , $d^\dagger$ 为局域电子的湮没、产生算符, 哈密顿量 H_1 描述传导电子与局域电子的杂化效应, 它仅仅发生在 $l=0$ 通道, H_2 描述传导电子对局域电子的屏蔽相互作用, 场量 $\Psi_l(\mathbf{x})$ 傅里叶展开为

$$\Psi_l(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \Psi_l(\mathbf{k}). \quad (3)$$

由于 MCRL 模型为单杂质问题, 传导电子与局域电子的相互作用仅与波矢 $\mathbf{k}$ 的模有关, 与方向无关. 因此可用 s 波散射来描述传导电子与局域电子的相互作用^[11]. 这时场量 $\Psi_l(\mathbf{k})$ 可近似展开成

$$\Psi_l(\mathbf{k}) \approx \frac{1}{4\pi} \int d\Omega \Psi_l(k) = \frac{1}{\sqrt{4\pi k}} \Psi_l(k), \quad (4)$$

其中 k 为矢量 $\mathbf{k}$ 的模, $\Psi_l(k)$ 定义为 $\Psi_l(k) \equiv \frac{k}{\sqrt{4\pi}} \int d\Omega \Psi_l(\mathbf{k})$, 可证明其满足反对易关系, 将(4)式代入(3)式, 得

$$\Psi_l(\mathbf{x}) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \int_0^\infty dk \sin(kr) \Psi_l(k). \quad (5)$$

将上式的积分区间只取为 $(k_F - \Lambda, k_F + \Lambda)$, 可得

$$\begin{aligned} \Psi_l(\mathbf{x}) &\approx \Psi_l(r) \\ &= \frac{-i}{2\sqrt{\pi r}} [e^{ik_F r} \Psi_{l,L}(r) - e^{-ik_F r} \Psi_{l,R}(r)]. \end{aligned} \quad (6)$$

$\Psi_{l,L(R)}$ 的定义如下:

$$\Psi_{l,L(R)}(r) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} dk e^{\mp ikr} \Psi_l(k + k_F), \quad (7)$$

则

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{\hbar^2}{2m} \sum_l \int_0^\infty 4\pi r^2 dr \Psi_l^\dagger(r) \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \Psi_l(r) \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} \sum_l \int_0^\infty dr \left[\Psi_{l,L}^\dagger(r) \frac{d^2}{dr^2} \Psi_{l,L}(r) + \Psi_{l,R}^\dagger(r) \frac{d^2}{dr^2} \Psi_{l,R}(r) - 2ik_F \Psi_{l,L}^\dagger(r) \frac{d}{dr} \Psi_{l,L}(r) \right] \end{aligned}$$

$$+ 2i k_F \Psi_{l,R}^+(r) \frac{d}{dr} \Psi_{l,R}(r) - k_F^2 \Psi_{l,L}^+(r) \Psi_{l,L}(r) - k_F^2 \Psi_{l,R}^+(r) \Psi_{l,R}(r) \Big]. \quad (8)$$

上式忽略了含 $e^{\pm 2ik_F x}$ 的振荡项. 如果拓展定义算符 $\Psi_{l,L}(r)$, 令 $\Psi_{l,L}(r) = \Psi_{l,R}(-r)$ ($r < 0$), 则

$$H_0 = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\Psi_{l,L}^+(x) \frac{d^2}{dx^2} \Psi_{l,L}(x) - 2i k_F \Psi_{l,L}^+(x) \frac{d}{dx} \Psi_{l,L}(x) - k_F^2 \Psi_{l,L}^+(x) \Psi_{l,L}(x) \right]. \quad (9)$$

将 $\Psi_{l,L}(x)$ 的定义代入, 得

$$H_0 = \sum_l \int_{k_F - \Lambda}^{k_F + \Lambda} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Psi_l^+(k) \Psi_l(k) dk. \quad (10)$$

将色散关系在费密波矢 k_F 附近线性化, 即 $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \rightarrow \hbar v_F (k - k_F)$, 可得

$$H_0 = i \hbar v_F \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dx \Psi_{l,L}^+(x) \frac{d}{dx} \Psi_{l,L}(x). \quad (11)$$

另外, 由(6)式可得

$$\begin{aligned} \Psi_l(0) &= \lim_{r \rightarrow 0} \frac{-i}{2\sqrt{\pi}r} [e^{ik_F r} \Psi_{l,L}(r) - e^{-ik_F r} \Psi_{l,R}(r)] \\ &= \frac{k_F}{\sqrt{\pi}} \Psi_{l,L}(0), \end{aligned} \quad (12)$$

于是

$$H_1 = \frac{j^{(0)} k_F}{\sqrt{\pi}} [\Psi_{0,L}(0) d + d^+ \Psi_{0,L}(0)], \quad (13)$$

$$H_2 = \sum_l \frac{V_l^{(0)} k_F^2}{\pi} \Psi_{l,L}^+(0) \Psi_{l,L}(0) \left(d^+ d - \frac{1}{2} \right). \quad (14)$$

如果重新定义 $j = \frac{k_F}{\sqrt{\pi}} j^{(0)}$ 与 $V_l = \frac{k_F^2}{\pi} V_l^{(0)}$, 则 MCRL 哈密顿量可写为

$$\begin{aligned} H &= i \hbar v_F \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dx \Psi_{l,L}^+(x) \frac{d}{dx} \Psi_{l,L}(x) + j [\Psi_{0,L}(0) d + d^+ \Psi_{0,L}(0)] \\ &\quad + \sum_l V_l \Psi_{l,L}^+(0) \Psi_{l,L}(0) \left(d^+ d - \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

至此已将三维场转化为一维场.

3 费密场玻色化

定义玻色场量 $\Phi_{l,L(R)}(x)$ 为

$$\Phi_{l,L(R)}(x) = \frac{1}{2} \left[\phi_l(x) \pm \int_{-\infty}^x \Pi_l(x') dx' \right],$$

其中场算符 $\phi_l(x)$ 及其动量算符 $\Pi_l(x)$ 满足标准的玻色对易关系, 则费密算符可表示为^[12]

$$\Psi_{l, L(R)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{\mp i\sqrt{4\pi}\Phi_{l, L(R)}(x)}. \quad (16)$$

另外, 定义^[12,13]

$$\begin{aligned} \Psi_{l, L(R)}^+(x) \Psi_{l, L(R)}(x) &= \lim_{x' \rightarrow x} \Psi_{l, L(R)}^+(x') \Psi_{l, L(R)}(x) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\partial \Phi_{l, L(R)}(x)}{\partial x}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{l, L(R)}^+(x) \frac{d}{dx} \Psi_{l, L(R)}(x) &= \frac{1}{2} \lim_{x' \rightarrow x} \left[\frac{\partial}{\partial x} \Psi_{l, L(R)}^+(x) \Psi_{l, L(R)}(x') \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{l, L(R)}(x) \Psi_{l, L(R)}^+(x') \right] \\ &= \mp i \left[\frac{\partial \Phi_{l, L(R)}(x)}{\partial x} \right]^2, \end{aligned} \quad (18)$$

则 MCRL 哈密顿量可表示为

$$\begin{aligned} H_b &= (4\pi\rho)^{-1} \sum_l \int [\Pi_l^2(x) + (\nabla\phi_l)^2] dx \\ &\quad + \frac{i}{\sqrt{2\pi a}} [e^{i\sqrt{4\pi}\Phi_{0, L}(0)} d + d^\dagger e^{-i\sqrt{4\pi}\Phi_{0, L}(0)}] \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_l V_l \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{l, L}(0) \left(d^\dagger d - \frac{1}{2} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\rho = (2\pi\hbar v_F)^{-1}$ 为费密能级处的态密度, $a^{-1} = \Lambda$ 为动量上限. 为了方便起见, 在等号右端第一项中加入了向右运动的电子, 因为这并不影响 d 电子的动力学行为. 采用如下的么正变换:

$$U_1 = \exp \left[i \sqrt{4\pi\rho} \sum_l V_l \Phi_{l, L}(0) \left(d^\dagger d - \frac{1}{2} \right) \right], \quad (20)$$

以及将玻色场算符旋转到它们的主轴上, 即利用下面的变换:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{0, L} \\ \tilde{\Phi}_{1, L} \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = \bar{\bar{W}} \begin{pmatrix} \Phi_{0, L} \\ \Phi_{1, L} \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad (21)$$

其中么正变换 $\bar{\bar{W}}$ 的第一行元素取值如下:

$$\begin{aligned} W_{00} &= (1 - \delta_0/\pi)(1 + \gamma)^{-1/2}, \\ W_{0l} &= -(\delta_l/\pi)(1 + \gamma)^{-1/2} \quad (l > 0), \end{aligned} \quad (22)$$

以及

$$\gamma = -2 \frac{\delta_0}{\pi} + \sum_l \left(\frac{\delta_l}{\pi} \right)^2. \quad (23)$$

我们发现玻色场 $\tilde{\Phi}_{l, L}(0) (l > 0)$ 可从局域态中分离出来. 这里 $\delta_l = \pi\rho V_l$ 为第 l 通道的电子相移, 则哈密顿量(19)式变为

$$\begin{aligned}
\tilde{H}_b &= U_1 H_b U_1^\dagger \\
&= (4\pi\rho)^{-1} \int [\tilde{\Pi}_0^2(x) + (\nabla \tilde{\Phi}_0(x))^2] dx \\
&\quad + \frac{j}{\sqrt{2\pi a}} (e^{i\sqrt{4\pi}(1+\gamma)^{1/2}\tilde{\Phi}_{0,L}(0)} d + d^\dagger e^{-i\sqrt{4\pi}(1+\gamma)^{1/2}\tilde{\Phi}_{0,L}(0)}), \quad (24)
\end{aligned}$$

其中自由场 $\tilde{\Phi}_l(l>0)$ 已被省略掉. 更进一步利用下面么正变换:

$$U_2 = \exp \left[-i \sqrt{4\pi} \left[\sqrt{2} - (1+\gamma)^{1/2} \right] \tilde{\Phi}_{0,L}(0) \left(d^\dagger d - \frac{1}{2} \right) \right], \quad (25)$$

得到

$$\begin{aligned}
\tilde{\tilde{H}}_b &= U_2 \tilde{H}_b U_2^\dagger \\
&= (4\pi\rho)^{-1} \int [\tilde{\Pi}_0^2 + (\nabla \tilde{\Phi}_0)^2] dx \\
&\quad + \frac{j}{\sqrt{2\pi a}} [e^{i\sqrt{8\pi}\tilde{\Phi}_{0,L}(0)} d + d^\dagger e^{-i\sqrt{8\pi}\tilde{\Phi}_{0,L}(0)}] \\
&\quad + \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \rho^{-1} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}} (1+\gamma)^{1/2} \right] \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\Phi}_{0,L}(0) \left(d^\dagger d - \frac{1}{2} \right), \quad (26)
\end{aligned}$$

其中无自旋的费密算符 $d, d^\dagger$ 可被写成泡利矩阵的形式 $\sigma^z = 2d^\dagger d - 1, \sigma^+ = d^\dagger, \sigma^- = d$. 我们发现哈密顿量(26)式事实上描述了一个单通道 Kondo 问题. 如果定义

$$\begin{aligned}
\tilde{\Phi}_0(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_\sigma(x) - \phi_{-\sigma}(x)], \\
\tilde{\Phi}'_0(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_\sigma(x) + \phi_{-\sigma}(x)], \quad (27)
\end{aligned}$$

其中 ϕ_σ 与 $\phi_{-\sigma}$ 为两个独立的玻色场, 则 $\tilde{\Phi}_{0,L}(x)$ 可表示成

$$\begin{aligned}
\tilde{\Phi}_{0,L}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\Phi_\sigma(x) - \Phi_{-\sigma}(x)], \\
\Phi_\sigma(x) &= \frac{1}{2} \left[\phi_\sigma(x) + \int_{-\infty}^x \Pi_\sigma(x') dx' \right].
\end{aligned}$$

在(26)式中加入自由场 $\tilde{\Phi}'_0$ 的动能 $(4\pi\rho)^{-1} \int [\tilde{\Pi}_0'^2 + (\nabla \tilde{\Phi}'_0)^2] dx$, 并实施逆玻色化步骤, 可得到单通道 Kondo 问题哈密顿量

$$H_k = \sum_{\sigma, k} \hbar v_F k a_{k,\sigma}^\dagger a_{k,\sigma} + J_{//} S^z s^z(0) + \frac{1}{2} J_\perp [S^+ s^-(0) + s^+(0) S^-], \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned}
s^z(0) &= \frac{1}{2} \sum_\sigma \sigma a_\sigma^\dagger(0) a_\sigma(0), \\
a_\sigma^\dagger(0) &= L^{-1/2} \sum_k a_{k,\sigma}^\dagger \\
&= (2\pi a)^{-1/2} \exp[i\sqrt{4\pi}\Phi_\sigma(0)],
\end{aligned}$$

交换常数定义为

$$J_{//} = 2\rho^{-1} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}} (1+\gamma)^{1/2} \right], \quad J_\perp = 2(2\pi a)^{1/2} j. \quad (29)$$

必须注意:算符 $S^{\pm, z}$ 和 $s^{\pm, z}$ 并非分别表示局域电子和自由电子真正的自旋自由度,而是描述了它们的电荷自由度.至此我们已通过玻色化方法将 MCRL 模型转化为单通道 Kondo 模型.下面讨论两点:

1. 在(28)式的推导中,首先采用了文献中的通常处理方法,在 s 波散射的框架下,将一个三维杂质模型转化为一维杂质模型^[8-11,14],然后利用玻色化技术将 MCRL 模型与单通道 Kondo 模型联系起来.文献报道中一个熟知的事实是:玻色化给出的结果当 $V_l \ll 1$ 时是精确的,对于一般情形,则只是定性正确的.事实上,我们得到的相移表达式为 $\delta_l = \pi \rho V_l$,而精确结果为^[15] $\delta_l^{\text{ex}} = 2 \arctan \left(\frac{\pi}{2} \rho V_l \right)$,对弱耦合 $V_l \ll 1$ 有 $\delta_l \simeq \delta_l^{\text{ex}}$,为了使(28)式扩展到强耦合情形,一个简单的方法就是将相移 δ_l 修正成严格结果 δ_l^{ex} ^[8,10].

2. 利用(28)式,可以很方便地研究 MCRL 模型的元激发行为.从 $J_{\parallel}$ 的定义可以看出,当 $\gamma < 1$ 时, $J_{\parallel} > 0$,即 MCRL 模型对应一个反铁磁的单通道 Kondo 问题.这时电子的关联函数为短程序,系统呈现费密液体行为^[16].当 $\gamma = 0$ 时,利用逆玻色化变换,(24)式可以写成

$$H_T = \sum_k \hbar v_F k a_k^{\dagger} a_k + j [a^{\dagger}(0) d + d^{\dagger} a(0)], \quad (30)$$

其中费密算符 $a^{\dagger}(0)$ 的定义为

$$\begin{aligned} a^{\dagger}(0) &= L^{-1/2} \sum_k a_k^{\dagger} \\ &= (2\pi a)^{-1/2} \exp[i \sqrt{4\pi} \tilde{\Phi}_{0,L}(0)], \end{aligned}$$

H_T 为反铁磁单通道 Kondo 问题的强耦合不动点哈密顿量^[16],可以严格求解^[15].而 $\gamma > 1$ 时,有 $J_{\parallel} < 0$,即 MCRL 模型对应一个铁磁的单通道 Kondo 问题,系统的低温性质由弱耦合不动线 $J_{\perp} = 0$ (即(15)式中 $j = 0$) 控制.这时电子的关联函数为准长程序,呈现非费密液体行为.下一节中将通过比热计算来研究系统的费密与非费密液体行为.

4 比热计算

利用玻色化的一些结果,讨论 MCRL 模型中局域电子对比热的贡献,分两种情况讨论.

1. 当 $\gamma < 1$ 时, $J_{\parallel} > 0$,即 MCRL 模型对应一个反铁磁的单通道 Kondo 问题.特别当 $\gamma = 0$ 时,可将哈密顿量 H_T 严格对角化为^[15]

$$H_T = \sum_E E C_E^{\dagger} C_E, \quad (31)$$

其中 $C_E^{\dagger}$, C_E 为费密算符, E 为单粒子能量满足如下自洽方程:

$$E - \frac{j^2}{L} \sum_k \frac{1}{E - \hbar v_F k} = 0. \quad (32)$$

对于(31)式,可方便地求出配分函数

$$\ln Z = \sum_E \ln(1 + e^{-\beta E}) \quad (\beta = 1/k_B T). \quad (33)$$

上面需对所有满足(32)式的 E 求和. 根据留数定理, 将求和化为积分, 得

$$\ln Z = \frac{1}{2\pi i} \oint \ln(1 + e^{-\beta \epsilon}) d \ln \left(z - \frac{j^2}{L} \sum_k \frac{1}{z - \hbar v_F k} \right). \quad (34)$$

如果将 $\sum_k \rightarrow \int dk$, 得

$$z - \frac{j^2}{L} \sum_k \frac{1}{z - \hbar v_F k} = \begin{cases} z - i \frac{j^2}{2 \hbar v_F} & \text{Im } z < 0, \\ z + i \frac{j^2}{2 \hbar v_F} & \text{Im } z > 0, \end{cases}$$

进而求得

$$\ln Z = \frac{\beta}{\pi} \int_0^{\epsilon_0} dx \tanh \frac{\beta x}{2} \arctan \frac{j^2}{2 \hbar v_F x}, \quad (35)$$

ϵ_0 为能级上限, 则比热为

$$\begin{aligned} c &= k_B \beta^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \ln Z \\ &= \frac{4 k_B}{\pi \hbar} \int_0^{\beta \epsilon_0} \frac{y^2}{1 + 4 y^2 / \hbar^2} \frac{1}{\cosh^2 y} dy, \end{aligned} \quad (36)$$

$\hbar = j^2 \beta / 2 \hbar v_F$, 在低温满足 $\hbar \gg 1$ 时, 求得比热为

$$c = \frac{2\pi \hbar v_F k_B^2}{3 j^2} T. \quad (37)$$

上式为整个系统的比热, 呈温度的线性关系, 那么局域电子对比热的贡献亦为线性.

对 $\gamma \neq 0$ 的物理情形, 由于处于同一个相, 系统的行为在定性上由(30)式确定, 只不过参数 j 要重整化为 j^* . 所以我们得出 $\gamma < 1$ 时, 局域电子对比热的贡献随温度线性变化, 系统呈现局域费密液体行为.

2. 当 $\gamma > 1$ 时, 可利用微扰计算. 将(26)式中的玻色场展开

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_0(x) &= \sum_k \frac{1}{\sqrt{L}} \frac{1}{\sqrt{2|k|}} [i b_k e^{ikx} - i b_k^\dagger e^{-ikx}] e^{-a|k|/2}, \\ \tilde{\Pi}_0(x) &= \sum_k \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{|k|}{2}} [b_k e^{ikx} + b_k^\dagger e^{-ikx}] e^{-a|k|/2}, \end{aligned}$$

其中 $b_k^\dagger, b_k$ 为玻色算符, 则(26)式变为

$$\begin{aligned} H_S &= \frac{J_\perp}{4\pi a} [d^\dagger \exp(-\xi) + d \exp(\xi)] + \frac{J_\parallel}{2} \left(d^\dagger d - \frac{1}{2} \right) \sum_{k>0} e^{-ak/2} \left(\frac{k}{\pi L} \right)^{1/2} (b_k + b_k^\dagger) \\ &\quad + \hbar v_F \sum_{k>0} k b_k^\dagger b_k, \end{aligned} \quad (38)$$

及

$$\xi = \sum_{k>0} e^{-ak/2} \left(\frac{4\pi}{kL} \right)^{1/2} (b_k^\dagger - b_k).$$

利用么正变换

$$U_3 = \exp \left[\frac{J_\parallel}{4\pi \hbar v_F} (d^\dagger d - 1/2) \xi \right],$$

得

$$H_S = \sum_{k>0} \hbar \omega_k b_k^\dagger b_k - \frac{1}{2} \hbar \Delta (d^\dagger e^{-i\Omega} + d e^{i\Omega}), \quad (39)$$

其中

$$\Delta = -\rho \omega_c J_\perp, \quad \omega_c = v_F / a, \quad \omega_k = k v_F, \\ \Omega = 2i \sum_{k>0} \left[\left(\frac{J_\parallel}{4\pi \hbar v_F} - 1 \right) e^{-ak/2} \left(\frac{\pi}{kL} \right)^{1/2} (b_k^\dagger - b_k) \right].$$

将 $H_I = -\frac{1}{2} \hbar \Delta (d^\dagger e^{-i\Omega} + d e^{i\Omega})$ 看成微扰, 用 $Z = \text{Tr}(e^{-\beta H_0} T e^{-\int_0^\beta H_I(\tau) d\tau})$ 展开, 在 Heisenberg 绘景中

$$H_I(\tau) = e^{H_0 \tau} H_I e^{-H_0 \tau} \\ = -\frac{\hbar \Delta}{2} \left\{ d^\dagger \exp \left[\sum_k A_k (b_k^\dagger e^{\tau \hbar \omega_k} - b_k e^{-\tau \hbar \omega_k}) \right] \right. \\ \left. + d \exp \left[-\sum_k A_k (b_k^\dagger e^{\tau \hbar \omega_k} - b_k e^{-\tau \hbar \omega_k}) \right] \right\}, \quad (40)$$

A_k 定义为 $A_k = 2 \left(\frac{J_\parallel}{4\pi \hbar v_F} - 1 \right) \left(\frac{\pi}{kL} \right)^{1/2}$, 易得零阶项 $Z_0 = \text{Tr}(e^{-\beta H_0}) = \prod_k \frac{1}{1 - e^{-\beta \hbar \omega_k}}$, 一阶项 $Z_1 = 0$, 二阶项为^[17]

$$Z_2 = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[e^{-\beta H_0} \int_0^\beta d\tau \int_0^\tau d\tau' H_I(\tau) H_I(\tau') \right] \quad (41)$$

$$= \frac{\hbar^2 \Delta^2}{4} \int_0^\beta d\tau \int_0^\tau d\tau' \prod_k [1 - \exp(-\beta \hbar \omega_k)]^{-1} \exp[A_k^2 (e^{(\tau' - \tau) \hbar \omega_k} - 1)] \\ \times \exp \left[\frac{A_k^2 [2 - e^{(\tau' - \tau) \hbar \omega_k} - e^{(\tau - \tau') \hbar \omega_k}]}{1 - \exp(\beta \hbar \omega_k)} \right]. \quad (42)$$

如果只将配分函数取至第二阶并认为相对零阶为小量, 则 $\ln Z \approx \ln Z_0 + \frac{Z_2}{Z_0}$, 比热 $c =$

$T \frac{\partial^2}{\partial T^2} (k_B T \ln Z) \equiv c_0 + \Delta c$, 其中 $\Delta c = T \frac{\partial^2}{\partial T^2} (k_B T \frac{Z_2}{Z_0})$ 为局域电子对比热的贡献. 考察

低温 ($\beta \hbar v_F / L \gg 1$) 情形, 此时

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{\hbar^2 \Delta^2}{4} \int_0^\beta d\tau \int_0^\tau d\tau' \exp \left[\sum_k A_k^2 (e^{(\tau' - \tau) \hbar \omega_k} - 1) \right], \quad (43)$$

将 $\sum_k \rightarrow \int_0^\Lambda dk$, 则

$$\sum_k A_k^2 (e^{(\tau' - \tau) \hbar \omega_k} - 1) \sim - (1 + \gamma) \ln [\Lambda (\tau - \tau') \hbar v_F] \quad (\Lambda (\tau - \tau') \gg 1),$$

进而得到

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{\hbar^2 \Delta^2}{4} \frac{(\Lambda \hbar v_F)^{-(1+\gamma)}}{\gamma(\gamma-1)} (k_B T)^{\gamma-1}, \quad (44)$$

于是局域电子对比热的贡献为 $\Delta c \sim T^{\gamma-1}$, 则系统呈现局域非费密液体行为.

5 结 论

通过玻色变换我们在算符水平上将 MCRL 模型变换成单通道 Kondo 问题,并在此基础上导出 MCRL 模型的两个不动点哈密顿量.在这两个不动点附近,计算了 MCRL 模型的低温比热.从比热随温度的依赖关系可知:系统在 $\gamma < 1$ 时呈费密液体行为,而在 $\gamma > 1$ 时呈非费密液体行为.

- [1] C. M. Varma, P. B. Littlewood, S. Schmitt-Rink, E. Abrahams and A. E. Ruckenstein, *Phys. Rev. Lett.*, **63** (1989), 1996.
- [2] P. W. Anderson, *Phys. Rev.*, **124**(1961), 41.
- [3] P. Schlottmann, *Phys. Rev.*, **B25**(1982), 4815.
- [4] P. W. Anderson, *Phys. Rev.*, **164**(1967), 352; P. Nozières and C. de Dominicis, *Phys. Rev.*, **178**(1969), 1097.
- [5] P. Nozières and A. Blandin, *J. Phys. (Paris)*, **41**(1980), 193; A. W. W. Ludwig and I. Affleck, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 3160.
- [6] V. J. Emery and S. Kivelson, *Phys. Rev.*, **B46**(1992), 10812.
- [7] I. E. Perakis, C. M. Varma and A. E. Ruckenstein, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 3467; C. Sire, C. M. Varma, A. E. Ruckenstein and T. Giamarchi, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 2478.
- [8] G. M. Zhang and L. Yu, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 2474.
- [9] T. Giamarchi, C. M. Varma, A. E. Ruckenstein and P. Nozières, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 3967.
- [10] G. M. Zhang, Z. B. Su and L. Yu, *Phys. Rev.*, **B49**(1994), 7759.
- [11] I. Affleck and A. W. W. Ludwig, *Nucl. Phys.*, **B360**(1991), 641.
- [12] R. Shankar, in *Low-Dimensional Quantum Field Theories For Condensed Matter Physicsts*, ed. by Yu Lu, S. Lundqvist and G. Morandi (World Scientific, 1995).
- [13] S. Takada and S. Misawa, *Prog. Theor. Phys.*, **66**(1981), 101.
- [14] A. J. Leggett *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **59**(1987), 1.
- [15] F. Guinea, V. Hakim and A. Muramatsu, *Phys. Rev.*, **B32**(1985), 4410.
- [16] P. Nozières, *J. Low Temp. Phys.*, **17**(1974), 31.
- [17] G. D. Mahan, *Many Particle Physics* (Plenum Press, New York, 1981)p.429.

FERMI AND NON-FERMI LIQUID BEHAVIOR OF THE MULTICHANNEL RESONANT-LEVEL MODEL

YUAN QING-SHAN CHEN HONG ZHANG YU-MEI

(*Pohl Institute of Solid State Physics, Tongji University, Shanghai 200092*)

(Received 7 February 1996)

ABSTRACT

In this paper we have transformed the three-dimensional multichannel resonant-level model into one-dimensional model using the s -wave scattering approximation, and then map it onto a single channel Kondo model at the operator level by use of a bosonization technique. The specific heat has been calculated and the Fermi and non-Fermi liquid behavior of the system have been discussed for two fixed point Hamiltonians.

PACC: 7210; 7128; 7520H