

体温计模型的临界行为^{*}

范钦梁

(北京师范大学低能核物理研究所, 北京 100875; 辽宁大学物理系, 沈阳 110036)

张书东 丁鄂江

(北京师范大学低能核物理研究所, 北京 100875)

(1995年5月8日收到)

提出一个可用离散朗之万方程描述的体温计模型. 该体温计的特点是其温度示数只能随外界温度的升高而上升, 当外界温度降低时, 其示数却不能下降. 根据体温计示数这种只升不降的特点, 定义了“停顿”事件. 用随机行走的理论解析地推导了停顿时间分布函数. 数值模拟和解析结果都显示这种分布函数呈幂律形式 $D(s) \propto s^{-\epsilon}$, 揭示出在这一过程中所表现出的临界性.

PACC: 0540

1 引 言

相变和临界现象^[1]多年来一直是物理学家们关注的问题. 研究一些物理量在临界点附近的变化行为是非常有意义的. 人们研究表明, 在临界点附近, 一些物理量的行为可以表示成幂律的形式. 例如在气液连续相变的临界点, 其定容热容 C_v 有如下的行为^[2]:

$$C_v \sim \begin{cases} (T - T_c)^{-\alpha} & T > T_c, \\ (T_c - T)^{-\alpha'} & T < T_c, \end{cases} \quad (1)$$

式中 α 和 α' 为临界指数. 尤其重要的是, 人们发现在临界点附近系统的关联长度以幂律的形式发散

$$\xi \sim (T - T_c)^{-\nu}, \quad (2)$$

式中 ξ 即为系统的关联长度. 在临界现象的研究中, 形成了很多新的概念, 例如标度不变性、普适类、标度关系等, 同时也形成了新的研究方法, 即重整化群方法. 幂律行为和标度关系也便成为与临界现象紧密相连的术语. 甚至可以说幂率行为和标度关系成为临界现象的重要标志. 许多表现幂律行为和标度关系的现象也都被人们用“临界”一词来描述. Bak, Tang 和 Wiesenfeld 在 1987 年提出的“自组织临界性”的概念即为一例^[3]. 他们指出, 在自然界中存在许多动力学系统, 这些系统能够自发演化到“自组织临界状态”. 达到这样的状态以后系统不再具有特征时间和特征长度, 因而表现出覆盖整个系统的空间关联(自相似结构的出现). 此时系统的行为表现为幂律或标度关系. 这些现象都与平衡相变

^{*} 高等学校博士学科点专项科研基金和国家自然科学基金资助的课题.

在临界点附近的行为极其相似,因而被称作“临界性”.

实际上有许多过程都是趋向于一个吸引子,而向这个吸引子弛豫的过程具有临界性.我们认为这些过程具有临界性意指这些过程中有标度律存在,有普适的临界指数,并且这两者都与初始条件无关.这里举两个例子.其一是材料的断裂过程.材料断裂的研究是近年来很活跃的一个领域,纤维束模型^[4]是该领域中常常讨论的一个理论模型.不断增加负载将最终导致纤维束的完全断裂.Hansen 和 Hemmer 研究了该模型中断裂尺度的分布^[5],并证明了断裂过程会最终达到一个临界点.这样的结果有力地支持了断裂是临界过程的猜测,即它是一个能演化到吸引性固定点的动力学过程.这非常像自组织临界系统所表现出的特征行为,即系统自发演化到其临界点而无需细调外界参数.另一个例子是研究地震的自组织临界性中的弹簧滑块模型(spining-block model)^[6].许多作者^[7]的研究表明,从任意的初始状态出发,经过拖拉驱动,这个弹簧滑块系统将演化到自组织临界状态.这样一些过程有以下共同特点:1)有吸引子存在.不论从什么样的初始条件出发总是到达这个吸引子;2)过程中的每个小步骤都有随机性;3)过程中的每个步骤都是不可逆的.在上面两例中表现为纤维断裂后不再修复,弹簧滑块拖动后不再退回.

我们相信,这类过程实际上在自然界中广泛存在.一个趋向平衡的过程,从不同的角度观察它,可能发现与上面提到的临界现象类似的行为,即表现出临界现象的特征行为.研究这样一些过程的理想的模型就是下面将提出的体温计模型.这个模型具有下列特点:1)只有一个变量 T ;2)该模型中所研究的过程具有吸引子(即热源温度 T_c);3)过程中的每个小步骤都是不可逆的,温度计的读数只能随着外界温度的升高而升高,而当外界温度下降时,温度计的读数并不下降;4)有随机性存在,即温度计所处的环境温度有涨落;5)该模型所描述的过程便于实验研究.该模型中温度计温度的变化可以用离散形式的朗之万方程描述,其中表现出许多有趣的现象.本文的目的就在于用朗之万方程说明趋向吸引子的过程具有临界性.据我们所知,这是迄今为止对这类过程最为简洁的描述,它比通常采用的元胞自动机简洁得多.这种简洁的描述更有利于理解过程中一些现象的内在机制.另外,求出临界指数也是本文的一个目的.

2 体 温 计 模 型

假定要研究一个初始温度为 T_0 的温度计,把它置入温度为 T_c 的恒温热源中,假定 $T_0 < T_c$,上面已经提到这个温度计的读数只会上升不会下降,下面就研究温度计的温度和读数是如何变化的.

根据人们所熟知的热传导理论^[8,9],可以写出温度计温度 T 的朗之万方程^[10]如下:

$$\frac{dT}{dt} = \gamma(T_c - T) + g(t), \quad (3)$$

式中 γ 为一常数,它正比于介质的热导率 κ 而反比于温度计的定压比热 c_p 和质量 M ,所以可以写出如下的关系:

$$\gamma \propto \kappa / c_p M.$$

方程(3)中的 $g(t)$ 为一噪声项,它满足 $\langle g(t) \rangle = 0$, $\langle g(t)g(t') \rangle = 2D\delta(t - t')$.

这里的 D 是一常数, 并且与温度计的定容比热 c_v 、玻耳兹曼常数 k_B 、热源温度 T_c 有如下关系:

$$D = \gamma k_B T_c^2 / c_v.$$

定义约化温度 $\phi = T_c - T$, 于是方程(3)可以写为

$$\frac{d\phi}{dt} = -\gamma\phi + g(t). \quad (4)$$

方程(4)决定了约化温度将最终到达其稳态值 $\phi = 0$ 附近, 也就是 $T = T_c$ 附近. 温度的这种行为是不依赖于温度计的初始温度 T_0 的, 因而可以认为 $\phi_0 = 0$ 或者 $T = T_c$ 是该系统的动力学吸引子.

3 数值结果与解析讨论

用 Runge-Kutta 算法^[11]求解随机微分方程(4). 具有白噪声项的随机微分方程可写为

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(t), \quad (5)$$

式中 $g(t)$ 满足 $\langle g(t) \rangle = 0$, $\langle g(t)g(t') \rangle = 2D\delta(t - t')$. 可以用下面的方法求解 x 的轨道:

$$x(t_0 + \Delta t) = x(t_0) + \frac{1}{2}\Delta t(F_1 + F_2) + \sqrt{2D\Delta t}\psi, \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} F_1 &= f(x(t_0)), \\ F_2 &= f(x(t_0) + \Delta t F_1 + \sqrt{2D\Delta t}\psi), \end{aligned} \quad (7)$$

ψ 为一具有高斯分布的随机数, 满足 $\langle \psi \rangle = 0$, $\langle \psi^2 \rangle = 1$. 有关这种算法更为详细的讨论参见文献[12]. 如果每隔时间 Δt 作一次观察, 就得到 x 的一个序列,

$$x(0), x(\Delta t), x(2\Delta t), x(3\Delta t), \dots, x(n\Delta t), \dots$$

对于这里的体温计模型, 令 $t_0 = 0$, $t_n = n\Delta t$, $\phi_n = \phi(t_n)$, 于是对于给定的 ϕ_n 可以从方程(4)得到 ϕ_{n+1} 的概率分布. 这样不难得到

$$\langle \Delta\phi_n \rangle = \langle \phi_{n+1} \rangle - \phi_n = -\gamma\phi_n\Delta t + O((\Delta t)^2), \quad (8)$$

以及

$$\sigma^2 = \langle (\Delta\phi_n)^2 \rangle - \langle \Delta\phi_n \rangle^2 = 2D\Delta t + O((\Delta t)^2). \quad (9)$$

从 $\phi(0) = \phi_0$ 开始, 利用上面的算法即得到一个约化温度 ϕ 的随机序列为

$$\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dots$$

一旦出现某个 $\phi_i \leq 0$, 整个过程便终止, 因为 $\phi_i \leq 0$ 意味着温度计的温度已达到热源温度 T_c , 剩下的过程只是温度计的温度围绕热源温度作微小的波动. 这个 ϕ 的序列对应着 T 的一个序列:

$$T_0, T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$$

在方程(3)中如果没有噪声项 $g(t)$, 那么这里所得到的 T 序列将是递增的, 即当 $i < j$

时, $T_i < T_j$. 但是由于噪声项的存在, 温度的变化可能不是单调的. 如果从温度计的读数记录其温度的变化, 即得到另一个序列:

$$T_0^*, T_1^*, T_2^*, \dots, T_n^*, \dots$$

前面已提到该温度计的特点是其读数只会上升不会下降, 这样就不难想象这个序列是一个“不减”的序列. 这个序列与上面 T 序列有如下关系:

$$\begin{aligned} T_0^* &= T_0, \\ T_i^* &= T_{i-1}^* \quad \text{如果 } T_i \leq T_{i-1}^*, \\ T_i^* &= T_i \quad \text{如果 } T_i > T_{i-1}^*. \end{aligned}$$

在这个序列中可能有某些 T_i^* 具有相同的值. 现在讨论有多少 T_i^* 取相同的值. 如果有 s 个 T_i^* 满足 $T_i^* < T_{i+1}^* = T_{i+2}^* = T_{i+3}^* = \dots = T_{i+s}^* < T_{i+s+1}^*$, 我们就把这 s 个 T_i^* 定义为“持续时间为 s 的一个停顿”. 这意味着, 从 $t = (i+1)\Delta t$ 时刻到 $t = (i+s)\Delta t$ 时刻这一段时间内温度计的读数没有发生变化. 这种停顿事件很类似于文献[5]中定义的“尺度为 s 的断裂”事件.

遍历整个 T^* 序列就不难得到持续时间为 s 的停顿事件的总数 $D(s, T_0, T_c)$. 我们用 Runge-Kutta 随机算法^[12]对体温计模型(4)进行了模拟, 得到了停顿事件的时间分布, 即 $D(s, T_0, T_c)$ 与 s 的关系如下:

$$\begin{aligned} D(s, T_0, T_c) &\propto s^{-2} \quad \text{如果 } T_0 \text{ 离 } T_c \text{ 很远,} \\ D(s, T_0, T_c) &\propto s^{-3/2} \quad \text{如果 } T_0 \text{ 离 } T_c \text{ 很近.} \end{aligned} \quad (10)$$

图 1 示出的结果就是从数值计算得到的. 关于 ϕ_0 的取值, 我们在这里对 ϕ_0 离 $\phi_c = 0$ 的远近作一个比较量化的描述. 整个过程是从 ϕ 取某个大于零的值 ϕ_0 开始, 逐渐趋于零的. 在这个过程中每隔时间 Δt 作一次观察和记录, 这样才得到 ϕ 序列、 T 序列和 T^* 序列. 整个序列的长度是由 ϕ_0 的取值、观察时间间隔 Δt 、随机涨落幅度 D 以及导热常数 γ 共同决定的. 如果得到的序列很长很长, 就可以认为 ϕ_0 离 ϕ_c 远; 但如果得到的序列比较短, 便可以认为 ϕ_0 离 ϕ_c 近. 因而 ϕ_0 离 ϕ_c 的远近只具有相对的意义. 在计算 ϕ 序列时用到了下面的式子:

$$\phi(t + \Delta t) - \phi(t) = -\gamma\phi\Delta t + \sqrt{2D\Delta t}\psi. \quad (11)$$

当 ϕ 到达 ϕ_c 时, 便处于稳态. 假定 $\phi = \phi_i$ 时, 确定性的漂移项 $-\gamma\phi\Delta t$ 和随机性的扩散项 $\sqrt{2D\Delta t}$ 具有相同的数量级, 即

$$\gamma\phi_i\Delta t \sim \sqrt{2D\Delta t},$$

即有

$$\phi_i \sim \sqrt{\frac{2D}{\gamma^2\Delta t}},$$

所以当 $\phi_0 \gg \phi_i$ 时, 可以认为 ϕ_0 离 ϕ_c 远; 而当 $\phi_0 \ll \phi_i$ 时, 认为 ϕ_0 离 ϕ_c 近.

与图 1 相似, 图 2 示出的也是停顿事件的停顿时间分布, 只是基中 ϕ_0 , Δt , D 以及 γ 的取值与图 1 有所不同. 由此不难看出, 我们所得到的标度律不依赖于个别参数的具体取值. 从这种意义上讲, 这种标度律是顽强的.

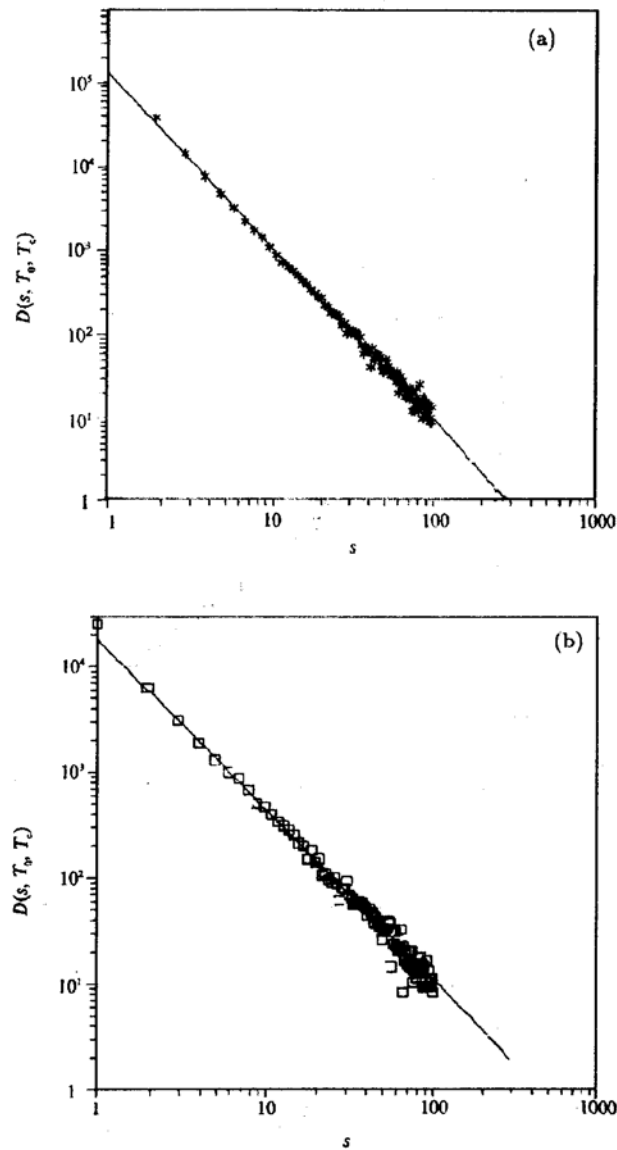


图1 温度计模型中“停顿”事件的时间分布 (a)为 T_0 离 T_c 很远, $\phi_0 = 500$, 幂率指数为 $\xi = 2.08$; (b)为 T_0 离 T_c 很近, $\phi_0 = 5$, 幂率指数为 $\xi = 1.51$. 这里的结果是从 100 个样本的计算得到的. $\Delta t = 0.001$; $\gamma = 0.5$; $D = 0.1$

其实数值结果(10)式完全可以解析地得到. 可以把这个温度计问题转化到一个一维的随机行走问题. 假定在一维的 ϕ 轴上作随机行走, 每一步的步长为 a , 每走一步, 往正方向走的概率为 p , 往负方向走的概率为 $q = 1 - p$. 显然, 当 $p = q$ 时, 这种随机行走即为一般意义上的随机行走, 而当 $p \neq q$ 时, 这就成为一种“偏倚”的随机行走. 在这种情况下, 每一步的平均位移为 $a(p - q)$, 方差为 $4a^2pq$, 即为

$$\langle \Delta \phi_n \rangle = a(p - q), \quad (12)$$

$$\sigma^2 = 4a^2 pq. \quad (13)$$

与方程(8)和(9)相对照, 不难得到

$$\begin{aligned} a(p - q) &= -\gamma \phi_n \Delta t, \\ 4a^2 pq &= 2D\Delta t. \end{aligned} \quad (14)$$

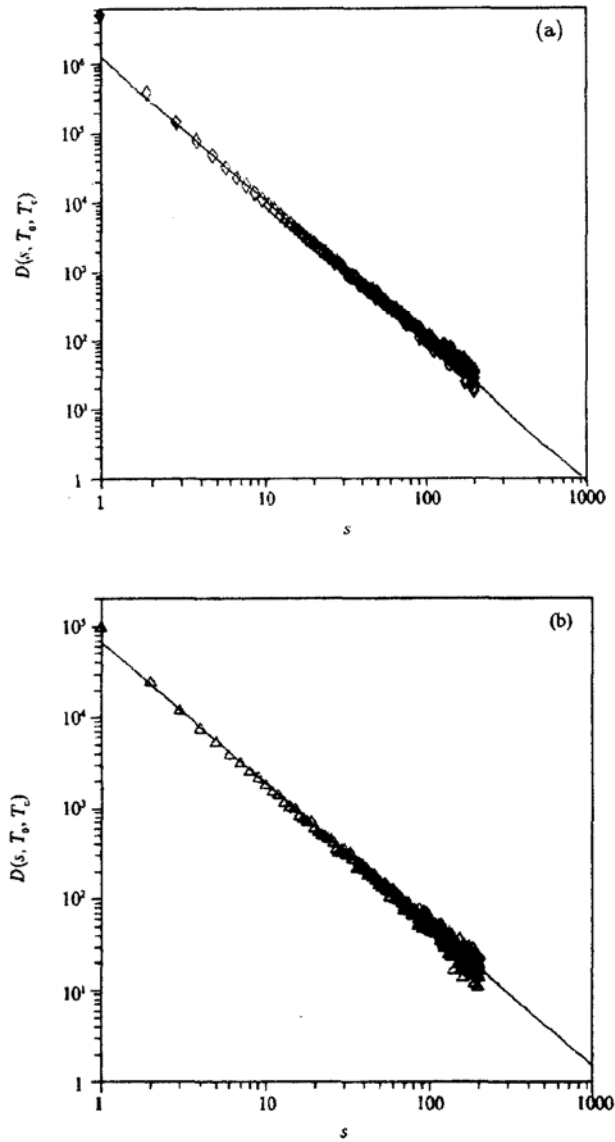


图2 在不同的参数下可以得到同样的标度律 (a)为 T_0 离 T_c 很远, $\phi_0 = 200$, 幂率指数为 $\xi = 2.06$; (b)为 T_0 离 T_c 很近, $\phi_0 = 2$, 幂率指数为 $\xi = 1.55$. 这里的结果也是从 100 个样本的计算得到的. $\Delta t = 0.001$; $\gamma = 0.05$; $D = 0.001$

从上面的方程中消去 α , 可得

$$\frac{p-q}{2\sqrt{pq}} = \frac{\langle \Delta\phi_n \rangle}{\sigma} = -\gamma\phi_n\sqrt{\frac{\Delta t}{2D}} \equiv -B. \quad (15)$$

当上式中的 B 较小时, 根据方程(15)和 $p+q=1$, 可以得到 $p = \frac{1}{2}(1-B)$ 以及 $q = \frac{1}{2}(1+B)$.

与温度计模型中的“停顿”事件相对应, 在这种偏倚的随机行走中同样也可以定义类似的事件. 行走者从某处 ϕ_n 开始, 经过 s 步行走又恰好回到了 ϕ_n 处, 在这 s 步中间, 行走者的位置始终处于 ϕ_n 的正向一侧. 另外, 行走者在 ϕ_n 之前都处在 ϕ_n 的正向一侧. 这样一个事件就与温度计中的停顿事件完全对应起来. 以下用数学的语言表示这种事件. 在 ϕ 序列中有以下两个条件: 1) 前向条件, 对于所有的 $0 < i < s$, $\phi_{n+i} \geq \phi_n$; 2) 后向条件, 当 $n' < n$ 时, $\phi_{n'} > \phi_n$, $\phi_{n+s} < \phi_n$. 如果这两个条件得到满足, 我们就把从 ϕ_n 到 ϕ_{n+s-1} 的这 s 个 ϕ 定义为一“持续时间为 s 步的滞留”.

这里的前向条件实际上是“赌徒输光”这个概率问题的特例. 很多有关概率的文献^[13]中都可以查到对这类问题的描述. 一个赌徒同银行进行赌博, 银行的钱有无穷多, 因而银行不会输光; 赌徒却只有 z 枚金币, 每赌一次, 赌徒或赢得或输掉一枚金币. 假定每赌一次银行赢的概率为 $p = \frac{1}{2}(1-B)$, 赌徒赢的概率为 $q = \frac{1}{2}(1+B)$, 赌徒从 z 枚金币开始, 赌了 s 次正好输光的概率为

$$\prod(z, s) = \frac{z}{s} \binom{s}{(s-z)/2} p^{(s-z)/2} q^{(s+z)/2}. \quad (16)$$

借用上式的结果, 对于“偏倚”随机行走问题, 前向条件得到满足的概率即为

$$\frac{1}{2} \prod(z=1, s) = \frac{s^{-3/2}}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1+B}{1-B}} (1-B^2)^{s/2}, \quad (17)$$

式中已假定 $s \gg 1$.

至于后向条件, 可以作如下考虑: 随机行走者在行走过程中至少有一次返回出发点的概率^[13]是 $1 - |p-q| = 1-B$. 那么, 后向条件得以满足的概率也就是 $1 - (1-B) = B$. 把前向条件与后向条件的概率相乘, 即得到发生一次“持续时间为 s 步的滞留”的概率

$$\Phi_{RW}(s, B) = \frac{1}{2} B \prod(z=1, s) = \frac{s^{-3/2}}{\sqrt{2\pi}} B e^{-B^2 s/2}, \quad (18)$$

式中 Φ 的下标 RW 意指随机行走(random walk). 另外, 此式中还假定了 $B \ll 1$.

回到我们的体温计问题, 很容易得出在 $t = n\Delta t$ 时刻发生一次时间为 s 的停顿的概率为

$$\Phi(s, \phi_n) \propto s^{-3/2} \frac{B}{\sqrt{2\pi}} e^{-B^2 s/2}. \quad (19)$$

利用上式, 计算在体温计模型中从 $t=0$ 到 $t=t_b$ 这一段时间内停顿事件的时间分布, 即从 ϕ_0 到 ϕ_b , 很容易得到

$$D(s, \phi_0, \phi_b) \propto \int_0^{t_b} \Phi(s, \phi) dt \propto \int_{\phi_0}^{\phi_b} s^{-3/2} e^{-B^2 s/2} d\phi, \quad (20)$$

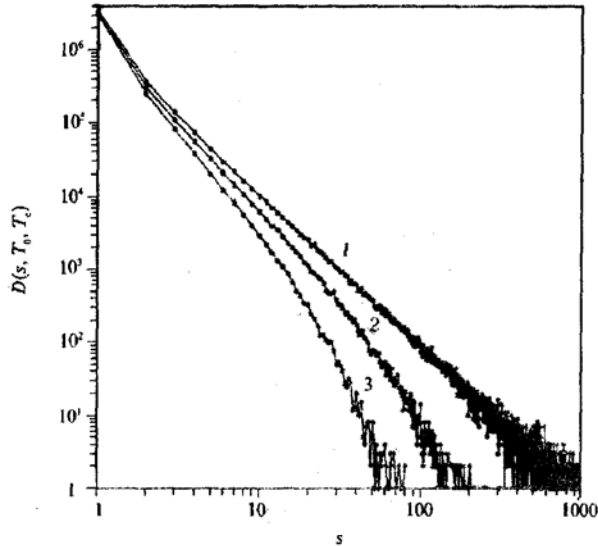


图3 当 ϕ_0 取不同值时, 停顿事件的数目 $D(s, \phi_0, \phi_c)$ 与停顿时间的关系
曲线 1—3 ϕ_0 的取值依次为 0.5, 5, 10; $\Delta t = 0.001$; $\gamma = 0.5$; $D = 0.1$;
 $\phi_0 = 100$ 可认为 $\phi_0 \rightarrow \infty$. 这里的结果是从 1000 个样本的计算得到的

式中 ϕ_b 不同于 $\phi_c = 0$, 但又离 $\phi_c = 0$ 很近, $D(s, \phi_0, \phi_b)$ 与 s 的关系如图 3 所示. 可以看到, 当 ϕ_b 离 ϕ_c 较远时, 停顿事件的停顿时间较短, 而当 ϕ_b 与 ϕ_c 很靠近时, 就有了停顿时间很长的停顿事件. 图 4 示出在 ϕ 从 ϕ_0 到 $\phi_c = 0$ 的过程中所发生的停顿时间. 在靠近临界值 $\phi_c = 0$ 的时候, 所发生的停顿事件停顿时间可长可短, 在这个意义上, 系统不再具有特征时间, 停顿事件的分布函数具有幂律行为, 系统的时间演化呈现自相似性. 所有这些是临界性所特有的性质.

令 $\phi_0 \rightarrow \infty$, 把方程(20)中的积分作出并把结果写成标度形式为

$$D(s, \infty, \phi_b) = s^{-\xi} G(s^\sigma (\phi_b - \phi_c)), \quad (21)$$

式中

$$\xi = 2, \sigma = 1/2, \quad (22)$$

并且

$$G(y) = C \int_y^\infty e^{-z/a} z^{-1/2} dz, \quad (23)$$

$\alpha = 4D/\gamma^2 \Delta t$, C 为一常数. 当 y 趋于零时, $G(y)$ 趋于一常数. 同样, 也是在方程(21)的这种标度性质上的意义上讲, 我们认为由方程(4)所描述的过程具有临界性. 图 5 中把由模拟得到的数值结果与解析结果方程(21)和(23)作了比较, 可以看到两者符合得很好.

对于从 ϕ_0 开始到 $\phi_c = 0$ 这一段, 其间所发生的时间为 s 的停顿事件的数目 $D(s, \phi_0, \phi_c)$ 为

$$D(s, \phi_0, \phi_c) \propto \int_0^\infty \Phi(s, \phi) dt \propto \int_0^{\phi_0} s^{-3/2} e^{-B^2 s/2} d\phi. \quad (24)$$

令 $D(s) = D(s, \phi_0 \rightarrow \infty, \phi_c = 0)$, 作出方程(24)中的积分后可得

$$D(s) \propto s^{-2}, \quad (25)$$

而当 $\phi_0 \ll \phi_c = \sqrt{2D/\gamma^2 \Delta t}$ 时, 可以认为 ϕ_0 很接近于临界值 $\phi_c = 0$, 此时方程(24)退化为

$$D(s, \phi_0, \phi_c) \propto \Phi(s, 0) \propto s^{-3/2}. \quad (26)$$

至此, 已看到方程(25)和(26)正是我们在数值模拟中所得到的(10)式.

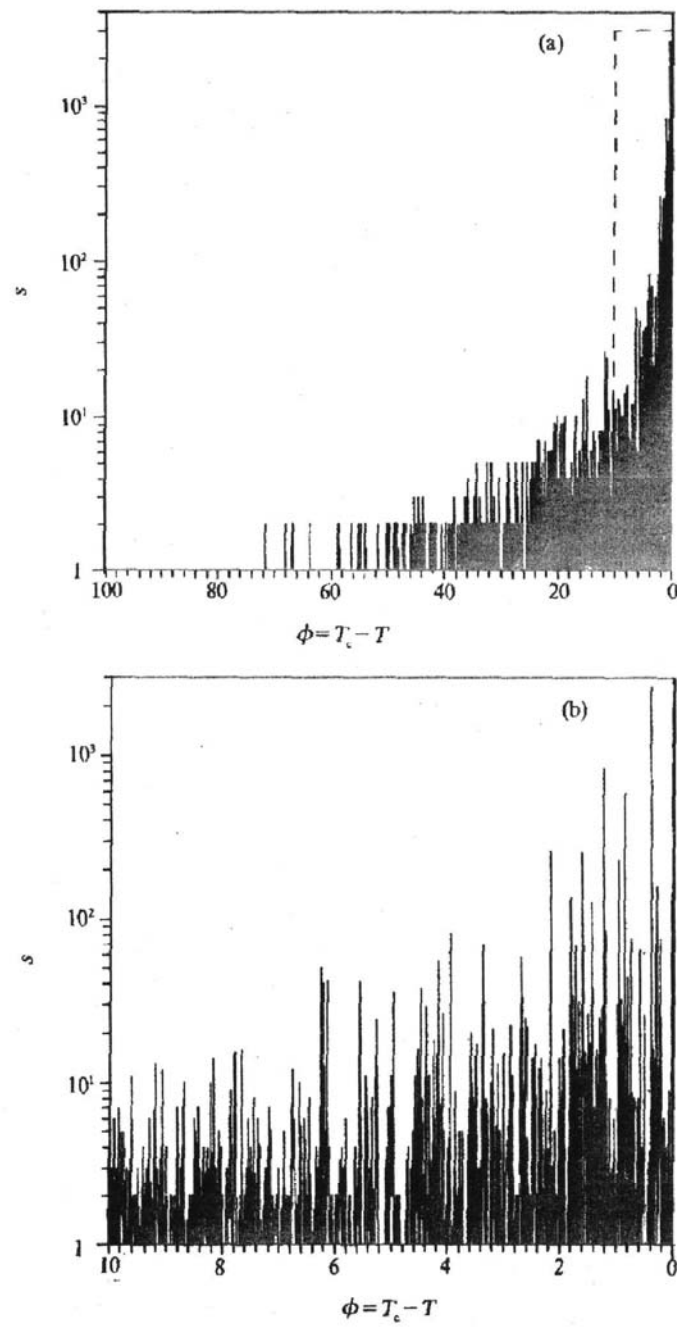


图4 在某一次过程中停顿事件的停顿时间序列 开始时只有短时间的停顿事件,当 ϕ 靠近临界值 $\phi_c = 0$ 时,便有长时间停顿事件发生. 图(b)为图(a)中虚线框内部分的放大图

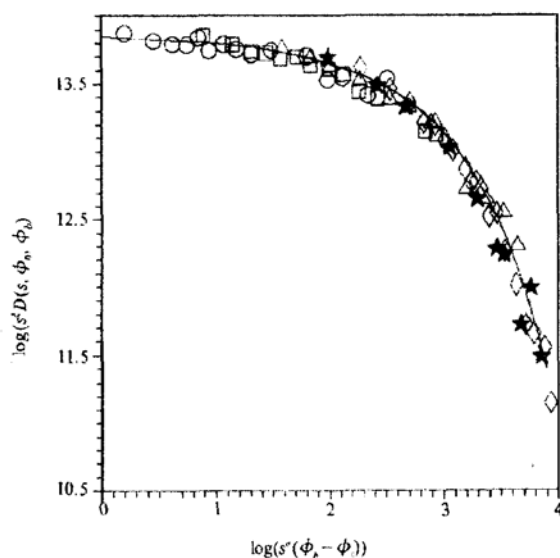


图5 数值结果与解析结果(21)式的对照图 $\xi=2; \sigma=0.5$; 实线为从(23)式计算得到; 计算中 ϕ_0 的取值为 10^3 ; 常数 $C=1.5 \times 10^4$; 由不同的 ϕ_0 得到的数值结果在图中用不同的符号表示: $\circ$ 为 $\phi_0=0.05$; $\square$ 为 $\phi_0=0.10$; $\triangle$ 为 $\phi_0=0.20$; $\star$ 为 $\phi_0=0.30$; $\diamond$ 为 $\phi_0=0.40$

4 小 结

本文首先提出一个可以用离散的朗之万方程描述的简单的温度计模型. 该模型中的温度计的示数只能随外界温度的升高而上升, 当外界温度降低时温度计的示数并不能下降. 利用温度计的这种性质, 我们定义了温度计示数的停顿事件. 数值结果和解析推导都显示, 这种停顿事件的停顿时间分布在很大的范围内满足幂率形式. 在进行解析处理时, 我们首先把这个温度计的问题转化成一个偏倚的随机行走问题, 进而通过研究行走问题中的“滞留”概率, 得到了滞留时间的分布. 这使我们看到, 在像温度计模型这样一类趋向平衡的过程中, 也存在着非平庸的临界过程的特征行为, 即停顿事件不具有特征时间, 分布函数具有幂律形式, 时间演化呈现自相似性质, 特别是系统的行为可以表示为如(21)式那样的标度形式, 因而我们也便证明了用朗之万方程可以描述一类临界过程. 实际上, 我们已证明文献[5]中的纤维束模型以及文献[6]中的弹簧滑块模型都可以用相应的朗之万方程描述. 我们已在文献[14]中报道了这方面的有关结论, 同时也期望看到其它一些过程能与这里的讨论联系起来.

作者感谢 Hemmer 教授的帮助.

- [1] 于 泳、郝柏林, 相变与临界现象(北京: 科学出版社, 1984).
- [2] 伍法岳、杨展如, 物理学进展, 1(1)(1981), 100.

- [3] P. Bak, C. Tang and K. Wiesenfeld, *Phys. Rev. Lett.*, **59** (1987), 381.
- [4] P. C. Hemmer and A. Hansen, *J. Appl. Mech.*, **59**(1992), 909.
- [5] A. Hansen and P. C. Hemmer, Critical in Fracture: The Burst Distribution, in "Trends in Statistical Physics" (Research Trends, Trivandrum, India, 1994).
- [6] E. J. Ding and Y. N. Lu, *Phys. Rev. Lett.*, **70**(1993), 3627.
- [7] See, e. g., J. M. Carlson and J. S. Langer, *Phys. Rev.*, **A40**(1989), 6470; S. Feder and J. Feder, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 2669; M. S. Vieira *et al.*, *Phys. Rev.*, **E47**(1993), R2221.
- [8] 黄祖洽、丁鄂江, 输运理论(北京: 科学出版社, 1987).
- [9] 李 椿、章立源、钱尚武, 热学(北京: 高等教育出版社, 1978).
- [10] 胡 岗, 随机力与非线性系统(上海科技教育出版社, 1994).
- [11] 王 璞、伍渝江、苗天德译, 数值方法大全——科学计算的艺术(兰州: 兰州大学出版社, 1991).
- [12] R. L. Honeycutt, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 600.
- [13] W. Feller, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Second Edition (J. Wiley, New York, 1966), Vol. 1.
- [14] S. D. Zhang, Q. L. Fan, E. J. Ding, *Phys. Lett.*, **A203**(1995), 83.

CRITICAL BEHAVIORS OF A CLINICAL THERMOMETER MODEL

FAN QIN-LIANG

(Department of Physics, Liaoning University, Shenyang 110036)

ZHANG SHU-DONG DING E-JIANG

(Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

(Received 8 May 1995)

ABSTRACT

A clinical thermometer model is proposed, which can be described by discrete Langevin equation. The characteristic of the clinical thermometer is that its reading can only increase with the increasing of its temperature, but cannot fall even when its temperature decreases. "Pause" events are defined according to the non-decreasing character of the reading. Using the random walk theory, we derive analytically the distribution of the duration of the pause events. Both numerical and analytical results show that the distribution function has the form of a power law $D(s) \propto s^{-\xi}$, indicating the critical behavior in this process.

PACC: 0540