

腔损对单原子微激射器中产生稳定 四阶与振幅平方压缩态的影响*

李福利

(西安交通大学应用物理系, 西安 710049)

(1995年1月17日收到)

研究了利用相干陷落方法在单原子微激射器中产生具有四阶压缩和振幅平方压缩性质的稳态腔场. 结果表明, 在目前微激射器实验的腔损条件下, 如果注入腔中的原子初始处于相干态, 只要原子束的通量适当大, 当原子在腔中的飞行时间满足陷落条件时, 腔场可进入相干陷落态, 此时腔场呈现稳定的四阶压缩和振幅平方压缩性质.

PACC: 4250; 4252; 3280

1 引 言

单原子微激射器是近年来发展的一种研究单个原子与腔中量子化的电磁场模间相互作用的实验装置^[1-3]. 大量的理论分析和实验结果都表明, 利用单原子微激射器可产生具有亚泊松光子分布^[4,5]、场相位正交分量压缩效应^[6-8]等非经典腔场. 微激射器的研究是近几年来量子光学界相当活跃的一个领域.

在微激射器中, 最重要的物理过程是单个二能级原子与腔场的相互作用, 通常采用 J-C 模型^[9]来描述这一过程, 相应的哈密顿量是

$$\hat{H} = \hbar \omega_0 \hat{S}_z + \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g (\hat{a} \hat{S}_- + \hat{a}^\dagger \hat{S}_+), \quad (1)$$

式中 $\hat{S}_z = \frac{1}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)$, $\hat{S}_- = |e\rangle\langle g|$, $\hat{S}_+ = |g\rangle\langle e|$, 这里 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别表示原子的上、下能级的态矢量; $\pm \frac{1}{2} \hbar \omega_0$ 是上、下能级的能量; $\hat{a}^\dagger$ ($\hat{a}$) 是光子的产生(湮没)算子; ω 是腔场的频率; $\hbar g$ 是原子与腔场的耦合常数. 由(1)式可见, 当原子在上、下能级间跃迁时, 每次与场间仅交换一个光子, 故基于(1)式的微激射器称之为单光子微激射器. 代替(1)式, 本文将考虑涉及多光子交换的哈密顿量:

$$\hat{H} = \hbar \omega_0 \hat{S}_z + \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g (\hat{a}^m \hat{S}_- + \hat{a}^{+m} \hat{S}_+). \quad (2)$$

大量的理论分析表明^[10-13], 由(2)式所描述的相互作用过程可产生许多非经典效应. 我们把基于(2)式的微激射器称为多光子 ($m \geq 2$) 微激射器.

一般而言, 微激射器可经过两种途径形成稳态的腔场. 一是通过每次进入腔的原子带来的增益与腔损引起的损耗间的平衡来实现稳态^[5]. 另一是通过选择特定的原子在腔中

* 国家自然科学基金资助的课题.

飞行的时间,使原子在腔中经过整数个拉比振荡,从而形成“陷落”(trapping)态而实现稳态腔场.显然,在前一种稳态中场的密度矩阵非对角元一定为零,故这种稳态场不会有压缩性质.在后一种稳态中,如果注入腔中的原子初始处于上、下能级的叠加态——原子相干态,则场的密度矩阵非对角元可以不为零,腔场可以具有压缩性质. Slosser 和 Meystre 给出了在无腔损的单光子微激射器中实现相干陷落态的条件,并讨论了在相干陷落态中光子的分布性质^[14]. Qamar 和 Zubairy 研究了在相干陷落条件下利用单光子微激射器产生稳态二阶压缩腔场的动力学过程^[6]. 本文将给出在基于(2)式的简并多光子微激射器中形成相干陷落态的条件,分析这些相干陷落态的四阶和振幅平方压缩性质,并研究腔损以及原子的时间间隔的随机性质对利用微激射器产生这些压缩效应动力学过程的影响.

2 相干陷落态及其压缩性质

以下的讨论中,总假定单原子条件成立,即注入腔的原子通量很低,使得任何时间在腔中的原子数不大于 1,且暂时忽略腔损.

设进入腔的所有原子最初都处于相干态: $\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle$, 当许多这样的原子飞过腔之后,腔场由某一初始态到达叠加态 $\sum_{n=N_d}^{N_u} S_n |n\rangle$, 这里 N_d 和 N_u 分别是叠加态中包含的光子数态的最小和最大的光子数. 在腔场达到这一状态之后,如果 t 时刻又有一个原子进入腔中,则此时原子和场形成的系统的状态是

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=N_d}^{N_u} S_n |n\rangle \otimes (\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle). \quad (3)$$

当这一原子在腔中飞行时,原子和腔场相互作用,两者形成耦合系统,其哈密顿量为(2)式,整个系统的态矢可写为

$$|\Psi(t')\rangle = \exp[-i(t' - t)\hat{H}/\hbar] |\Psi(t)\rangle. \quad (4)$$

设原子在腔中飞行的时间为 τ , 在 $t' = t + \tau$ 时原子离开腔,此时态矢(4)式成为

$$\begin{aligned} |\Psi(t + \tau)\rangle = & \exp[-i(\omega_0 \hat{S}_z + \omega \hat{a}^\dagger \hat{a})\tau] \\ & \times \left\{ \sum_{n=N_d}^{N_u} S_n [\alpha \cos(\sqrt{(n+m)!/n!} g\tau) |n\rangle \right. \\ & - i\beta \sin(\sqrt{n!/(n-m)!} g\tau) |n-m\rangle] |e\rangle \\ & + \sum_{n=N_d}^{N_u} S_n [\beta \cos(\sqrt{n!/(n-m)!} g\tau) |n\rangle \\ & \left. - i\alpha \sin(\sqrt{(n+m)!/n!} g\tau) |n+m\rangle] |g\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

如果我们在原子越过腔之后除由 $\hat{H}_0 = \hbar \omega_0 \hat{S}_z + \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a}$ 引起的自由演化产生的相因子外,整个系统完全恢复到原子进入腔时的状态((3)式),则应有

$$\exp[i(\omega_0 \hat{S}_z + \omega \hat{a}^\dagger \hat{a})\tau] |\Psi(t + \tau)\rangle = |\Psi(t)\rangle. \quad (6)$$

把(3)和(5)式代入上式,得

$$S_n = -i \frac{\alpha}{\beta} \cot\left(\frac{1}{2} \sqrt{n!/(n-m)!} g\tau\right) S_{n-m}, \quad (7)$$

$$S_n = -i \frac{\beta}{\alpha} \cot\left(\frac{1}{2} \sqrt{(n+m)!/n!} g\tau\right) S_{n+m}. \quad (8)$$

显然,这样两个递推关系彼此独立,不能同时成立,这也就是说,由原子和场组成的整个系统,经过相互作用之后,不可能完全复原到初始状态(3)式.但下面会看到,在一些特定条件下,除由 $\hbar\omega\hat{a}^+\hat{a}$ 引起的自由演化因子外,场的状态可完全返回到原子进入腔时的状态

$$\sum_{n=N_d}^{N_u} S_n |n\rangle.$$

如果我们选择原子在腔中的飞行时间 τ 满足条件

$$\sqrt{N_d!/(N_d-m)!} g\tau = q\pi \quad q = 0, 2, 4, \dots \quad (9)$$

$$\sqrt{(N_u+m)!/N_u!} g\tau = p\pi \quad p = 1, 3, 5, \dots \quad (10)$$

则由(8)式得到

$$S_{N_u} = S_{N_u-m} = \dots = S_{N_d+m} = S_{N_d} = 0, \quad (11)$$

故递推关系(8)式在条件(9)–(10)式成立时无意义,但由(7)式得

$$S_{N_u+m} = S_{N_u+2m} = \dots = 0, \quad (12)$$

$$S_{N_d-m} = S_{N_d-2m} = \dots = 0, \quad (13)$$

$$S_n = -i \frac{\alpha}{\beta} \cot\left[\frac{1}{2} \sqrt{n!/(n-m)!} g\tau\right] S_{n-m}, \quad (14)$$

$$n = N_d + m, N_d + 2m, \dots, N_u.$$

将(12)–(14)式代入(5)式,得

$$|\Psi(t+\tau)\rangle = \exp[-i(\omega_0\hat{S}_z + \omega\hat{a}^+\hat{a})\tau] \sum_{n=N_d}^{N_u} S_n |n\rangle \cdot (\beta|g\rangle - \alpha|e\rangle). \quad (15)$$

假如选择 τ 满足条件

$$\sqrt{N_d!/(N_d-m)!} g\tau = q\pi \quad q = 1, 3, 5, \dots \quad (16)$$

$$\sqrt{(N_u+m)!/N_u!} g\tau = p\pi \quad p = 0, 2, 4, \dots \quad (17)$$

则可推得由递推关系(7)式给出的所有 S_n 都为零,故在条件(16), (17)式下递推关系(7)式失去意义,而由(8)式得

$$S_{N_d-m} = S_{N_d-2m} = \dots = 0, \quad (18)$$

$$S_{N_u+m} = S_{N_u+2m} = \dots = 0, \quad (19)$$

$$S_n = i \frac{\alpha}{\beta} \tan\left[\frac{1}{2} \sqrt{n!/(n-m)!} g\tau\right] S_{n-m}, \quad (20)$$

$$n = N_d + m, N_d + 2m, \dots, N_u.$$

将(18)–(20)式代入(5)式,得

$$|\Psi(t + \tau)\rangle = \exp[-i(\omega_0 \hat{S}_z + \omega \hat{a}^\dagger \hat{a})\tau] \sum_{n=N_d}^{N_u} S_n |n\rangle \cdot (\alpha |e\rangle - \beta |g\rangle). \quad (21)$$

由上述结果得到结论, 当(9), (10)式或(16), (17)式成立时, 如果(3)式中的系数 S_n 满足递推关系(14)或(20)式, 则(3)式在原子飞越腔之后将演化成(15)或(21)式. 在这些态中, 除去自由演化算子 $\exp[-i(\omega_0 \hat{S}_z + \omega \hat{a}^\dagger \hat{a})\tau]$ 带来的相因子外, 腔场的状态完全复原, 而原子处于上、下能级的几率幅大小复原但相对位相改变 π , 且在这两个状态中场与原子间退耦合, 这意味着这时的腔场与对从腔中出来的原子的测量无关. 这样我们看到, 通过选择适当的原子飞行速度使(9), (10)式或(16), (17)式成立, 则腔场由初始态经一系列处于相干态的原子作用到达由(14)或(20)式决定的状态之后, 后继飞越腔的原子不再能改变腔场的状态, 即腔场进入稳定态. 腔场的这种稳定状态称之为相干“陷落”态^[14, 15]. 由于(14)和(20)式的递推关系呈正切和余切形式, 因此由(14)和(20)式所决定的腔场的状态又分别称之为正切态和余切态. 当取 $m = 1$ 时, (14)和(20)式回到文献[14]的结果, 与文献[14]的讨论相比较, 本文采用的方法更为简捷.

在正切态和余切态中余切态特别值得研究, 因它包含真空态, 故可从腔场的真空态来产生它. 下面首先讨论余切态的压缩性质. 为此, 引入场的两个缓变厄密相位正交分量算子

$$\hat{d}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a}e^{i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t}), \quad (22)$$

$$\hat{d}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a}e^{i\omega t} - \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t}). \quad (23)$$

在任一态下, $\hat{d}_i (i = 1, 2)$ 的 N 阶均方涨落可写为

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \hat{d}_i)^N \rangle &= \langle : (\Delta \hat{d}_i)^N : \rangle + \frac{N!}{(N-2)!} \frac{1}{8} \langle : (\Delta \hat{d}_i)^{N-2} : \rangle \\ &+ \frac{N!}{2!(N-4)!} \frac{1}{8^2} \langle : (\Delta \hat{d}_i)^{N-4} : \rangle \\ &+ \cdots + (N-1)!! \left(\frac{1}{2}\right)^N, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\Delta \hat{d}_i = \hat{d}_i - \langle \hat{d}_i \rangle$, 而 $\langle : (\Delta \hat{d}_i)^N : \rangle$ 是 $\hat{d}_i$ 的 N 阶正常序均方涨落. 对相干态, 有

$$\langle (\Delta \hat{d}_i)^N \rangle = (N-1)!!/2^N. \quad (25)$$

如果在一状态下存在条件

$$\langle (\Delta \hat{d}_i)^N \rangle < (N-1)!!/2^N, \quad (26)$$

则该状态称之为 N 阶压缩态^[16].

类似(22), (23)式, 还可以定义场的振幅平方的两个相位正交分量

$$\hat{Y}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a}^2 e^{2i\omega t} + \hat{a}^{+2} e^{-2i\omega t}), \quad (27)$$

$$\hat{Y}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a}^2 e^{2i\omega t} - \hat{a}^{+2} e^{-2i\omega t}), \quad (28)$$

不难证明, $\hat{Y}_1$ 和 $\hat{Y}_2$ 在任一态下的均方涨落服从测不准关系

$$\langle (\Delta \hat{Y}_1)^2 \rangle \cdot \langle (\Delta \hat{Y}_2)^2 \rangle \geq \langle \hat{N} + \frac{1}{2} \rangle^2,$$

其中 $\hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a}$. 当 $\langle (\Delta \hat{Y}_1)^2 \rangle$ 和 $\langle (\Delta \hat{Y}_2)^2 \rangle$ 之一小于 $\langle \hat{N} + \frac{1}{2} \rangle$ 时, 相应的状态称之为振幅平方压缩态^[17].

为了方便起见, 本文用下面两个量来度量压缩的深度:

$$D_i^{(N)} = \frac{\langle (\Delta \hat{a}_i)^N \rangle}{2^{-N}(N-1)!!} - 1 \quad i = 1, 2, \quad (29)$$

$$Q_i = \frac{\langle (\Delta \hat{Y}_i)^2 \rangle}{\langle \hat{N} + \frac{1}{2} \rangle} - 1 \quad i = 1, 2. \quad (30)$$

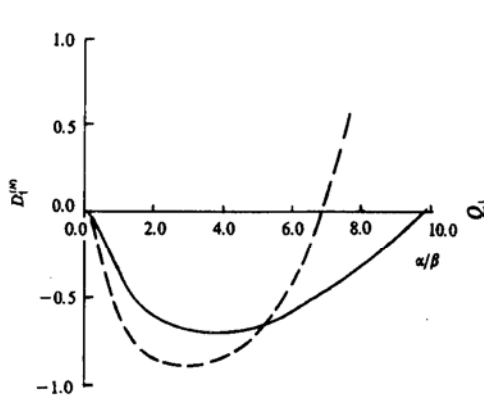


图 1 实线和虚线分别表示单光子情况 ($m = 1$) 的 $D_1^{(2)}$ 和 $D_1^{(4)}$

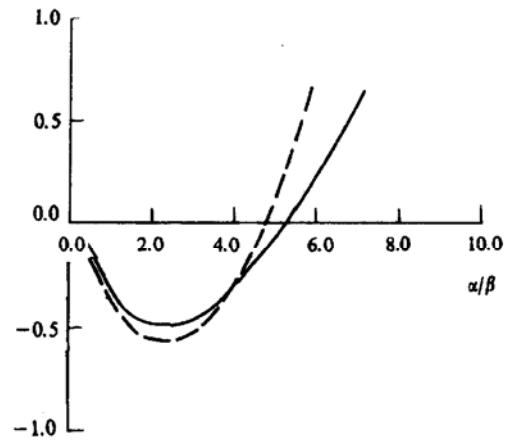


图 2 实线和虚线分别表示单光子和双光子 ($m = 2$) 过程的 Q_1

图 1 和图 2 分别给出当 $N_d = 0, N_u = 30$ 时余切态的压缩量 $D_1^{(2)}, D_1^{(4)}$ 和 Q_1 随 $\frac{\alpha}{\beta}$ 的变化, 在计算中 α 与 β 的相对位相取为 π . 由图可见, 对给定的 N_u , 存在适当的 $\frac{\alpha}{\beta}$ 值使压缩达到最大. 这就是说, 通过适当的选择原子的初始态, 可使形成的余切态具有最强的压缩. 例如, 当 $\alpha^2 = 0.89, \beta^2 = 0.11$ 时, 如图 1 所示, 四阶压缩量 $D_1^{(4)}$ 可达 -0.90 . 由图 2 可以看到, 当 $\alpha^2 = 0.84, \beta^2 = 0.16$ 时, 单、双光子过程的压缩量 Q_1 可分别达到 -0.50 和 -0.58 , 简并双光子过程比单光子过程可产生更强的振幅平方压缩. 另外, 在计算中我们发现, 当 $m = 2$ 时, 余切态不再具有二阶和四阶压缩性质, 但具有振幅平方压缩; 而当 $m > 2$ 后, 它既无二阶和四阶压缩, 也无振幅平方压缩性质.

3 相干陷落压缩态的实现与讨论

本节研究如何在微激射器中产生余切态所呈现的压缩现象.

设在 t_i 时刻场的密度矩阵为 $\hat{\rho}^{(f)}(t_i)$, 此时处于相干态 $\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle$ 的第 i 个原子进入腔, 若这一原子在腔中飞行的时间为 τ , 则在 $t_i + \tau$ 时它将飞离腔, 由 (5) 式可求得此

时场的密度矩阵元为

$$\begin{aligned}
 \hat{\rho}_{nn}^{(f)}(t_i + \tau) = & \exp[i(n - n')\omega\tau] \\
 & \times \{ |\alpha|^2 \cos(\sqrt{(n' + m)!/n!} g\tau) \cos(\sqrt{(n + m)!/n!} g\tau) \\
 & + |\beta|^2 \cos(\sqrt{n'!/(n' - m)!} g\tau) \cos(\sqrt{n!/(n - m)!} g\tau) \} \hat{\rho}_{nn}^{(f)}(t_i) \\
 & + |\beta|^2 \sin(\sqrt{(n' + m)!/n!} g\tau) \sin(\sqrt{(n + m)!/n!} g\tau) \hat{\rho}_{n+n+m}^{(f)}(t_i) \\
 & + |\alpha|^2 \sin(\sqrt{n'!/(n' - m)!} g\tau) \sin(\sqrt{n!/(n - m)!} g\tau) \hat{\rho}_{n-m}^{(f)}(t_i) \\
 & + i\alpha\beta^* \cos(\sqrt{(n' + m)!/n!} g\tau) \sin(\sqrt{(n + m)!/n!} g\tau) \hat{\rho}_{n+m}^{(f)}(t_i) \\
 & - i\alpha^*\beta \sin(\sqrt{(n' + m)!/n!} g\tau) \cos(\sqrt{(n + m)!/n!} g\tau) \hat{\rho}_{n+m}^{(f)}(t_i) \\
 & + i\alpha^*\beta \cos(\sqrt{n'!/(n' - m)!} g\tau) \sin(\sqrt{n!/(n - m)!} g\tau) \hat{\rho}_{n-m}^{(f)}(t_i) \\
 & - i\alpha\beta^* \sin(\sqrt{n'!/(n' - m)!} g\tau) \cos(\sqrt{n!/(n - m)!} g\tau) \\
 & \times \hat{\rho}_{n-m}^{(f)}(t_i) \}. \quad (31)
 \end{aligned}$$

如果接下来的第 i 个原子在 t_{i+1} 时刻进入腔,则在 $t_p = t_{i+1} - t_i - \tau$ 间腔中无原子,我们假定在此间腔场以速率 γ 向热光子数为 n_b 的热库弛豫^[5],这一过程由主方程

$$\begin{aligned}
 d\hat{\rho}^{(f)}/dt = & (\gamma/2)(n_b + 1)(2\hat{a}\hat{\rho}^{(f)}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho}^{(f)} - \hat{\rho}^{(f)}\hat{a}^\dagger\hat{a}) \\
 & + (\gamma/2)n_b(2\hat{a}^\dagger\hat{\rho}^{(f)}\hat{a} - \hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{\rho}^{(f)} - \hat{\rho}^{(f)}\hat{a}\hat{a}^\dagger) \quad (32)
 \end{aligned}$$

描述. 方程(31)和(32)组成了完整描述随着原子逐个飞越腔体场的密度矩阵逐次变化的递推关系. 我们将通过数值计算来求解这组方程,研究腔场压缩性质随着原子相继飞过腔而发生的变化.

应当指出,在写出(31)和(32)式时我们已假定在原子与腔场相干作用时场向热库的弛豫过程可忽略不计. 显然,仅当光子在腔中的寿命 $t_{\text{cav}} = 1/\gamma$ 远大于原子同腔场相干作用的时间 τ 时,这一假定才成立. 在目前的微激光器实验中^[4], $\gamma = 5 \text{ s}^{-1}$, 即 $t_{\text{cav}} = 0.2 \text{ s}$, 而 $\tau = 50 \text{ } \mu\text{s}$, 所以 $t_{\text{cav}} \gg \tau$ 的条件能够得到相当好的满足. 因此,上述的近似是合理的.

在数值求解方程(31)和(32)中,我们选取初始腔场为真空态 ($n_b = 0$), 而注入腔的所有原子在进入腔前都处于相干态 $\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle$, 且几率幅 α 和 β 的相对位相为 π . 同时,我们取 $\gamma = 5 \text{ s}^{-1}$, 让原子在腔中的飞行时间 τ 满足条件(9)和(10)式,且使 $N_d = 0$ 而 $p = 1$. 关于原子与场的耦合常数 g , 我们取为 10 kHz , 这一数值相应于目前微激光器实验中广泛采用的 ^{85}Rb 的 $63^2\text{P}_{3/2} \leftrightarrow 61^2\text{D}_{3/2}$ 的跃迁偶极矩^[4]. 在以上条件下,若取 $N_u = 30$, 则由(10)式得 $\tau = 5.64 \times 10^{-5} \text{ s}$, 这与目前微激光器实验中所选取的 τ 的数值是一致的^[4].

一般而言,注入腔的原子束中两个相邻原子之间的时间间隔是随机的,故 $t_p = t_{i+1} - t_i - \tau$ 应是随机变量. 在下面的讨论中,首先研究原子之间等距的情况,即所谓规则注入原子,这时若原子通量为 R , 则 $t_p = 1/R - \tau$, 然后再讨论由于 t_p 的无规性所带来的影响.

图 3 至图 6 给出在不同的原子通量 R 下对于单光子情形腔场的四阶压缩量 $D_4^{(4)}$ 和振幅平方压缩量 Q_1 随越过腔的原子数目的演化. 在各图中虚线表示无腔损 ($\gamma = 0$) 时的

结果,因计算中所取各参数使(9)和(10)式成立,所以虚线所示的稳定状态就是由(14)式所决定的余切态.由图可以看到,当 R 较小时,腔场无四阶和振幅平方压缩性质,此时的稳态显然由原子带来的增益与腔损引起的损耗间的平衡而形成.随着 R 的增大,单位时间原子带来的增益将超过腔损引起的损耗,但由于条件(10)式,腔中光子数的累积不可能超越 N_u ,这时的稳态显然是由于相干“陷落”而形成的,这时场呈现如图所示的压缩行为.在图3和图5中,我们注意到,随着 R 的增大,场由非压缩态到压缩态呈现出一种突变行为,如图3所示,当 $R = 25 \text{ s}^{-1}$ 时, $D_1^{(4)} = 0.50$,而当 $R = 30 \text{ s}^{-1}$ 时, $D_1^{(4)}$ 跃至 -0.08 ;如图5所示, Q_1 也有类似的跃变行为,当 R 进一步增大,由于相邻原子间的时间间隔很小, $t_p \approx 0$,这时腔损实际上已不起实质性作用,故此时的稳态场应十分接近余切态.如图4和图6所示,在 $R = 500 \text{ s}^{-1}$ 时,稳态腔场的压缩量 $D_1^{(4)}$ 和 Q_1 分别达到 -0.85 和 -0.43 ,已相当接近同参数下余切态的压缩量 $D_1^{(4)}$ 和 Q_1 的值 -0.90 和 -0.50 .

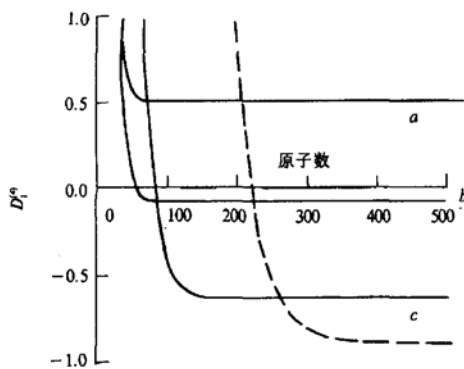


图3 $N_u = 30$, $\alpha/\beta = 2.9$, 各条曲线相应的原子通量分别是 25 s^{-1} (a); 30 s^{-1} (b); 50 s^{-1} (c)

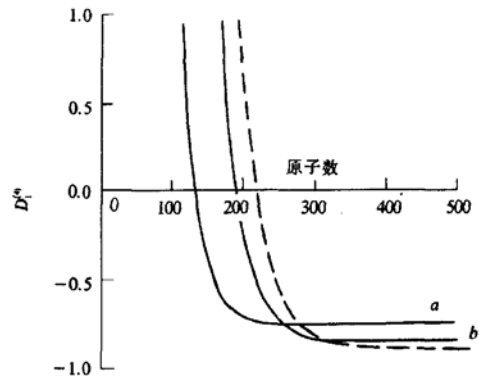


图4 与图3相同,但 a 是 100 s^{-1} ; b 是 500 s^{-1}

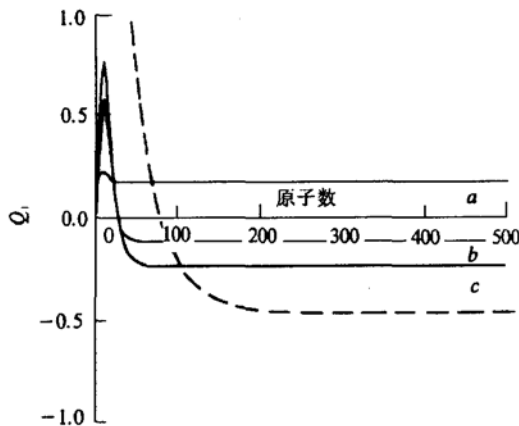


图5 $N_u = 30$, $\alpha/\beta = 2.3$, 各条曲线相应的原子通量分别是 20 s^{-1} (a); 30 s^{-1} (b); 50 s^{-1} (c)

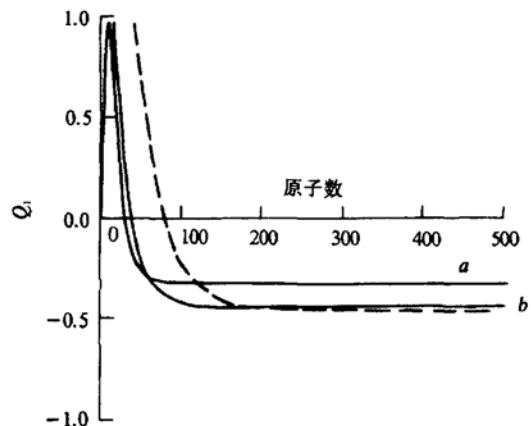


图6 与图5相同,但 a 是 100 s^{-1} ; b 是 500 s^{-1}

图 7 和图 8 给出对于简并双光子情况($m=2$)的振幅平方压缩量 Q_1 随飞越过腔的原子数目的变化, 可以看到, 其演化行为与图 5 和图 6 所示的单光子情况相类似, 但在相同的 R 值下, 压缩加深.

图 9 和图 10 给出当 $N_u = 30$ 和 $R = 1000 \text{ s}^{-1}$ 时稳态的压缩量 $D_1^{(4)}$ 和 Q_1 随腔损率 γ 的变化. 由图可见, 即使目前微激射器实验中的腔损率 $\gamma (= 5 \text{ s}^{-1})$ 增大一个数量级, 仍然可以通过相干陷落方法在腔中形成稳态的四阶压缩态和振幅平方压缩态.

由于注入腔中的原子之间的时间间隔的无规性, 所以在第 i 个原子与第 $i+1$ 个原子之间场的弛豫时间 $t_p = t_{i+1} - t_i - \tau$ 是一个随机量, 假设其服从泊松分布 $P(t_p) = R \exp(-Rt_p)$. 在通常的处理中, 取方程(31)和(32)对这一分布的平均^[5], 来计入 t_p 的随机性质. 这种作法隐含了“粗粒”近似, 因在微激射器实验中原子的通量 R 可以很低, 计算

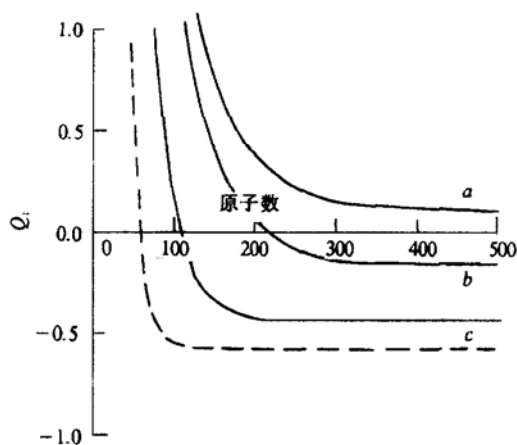


图 7 $N_u = 30, a/\beta = 2.3$, 各条曲线相应的原子通量分别是 $33 \text{ s}^{-1}(a); 35 \text{ s}^{-1}(b); 50 \text{ s}^{-1}(c)$

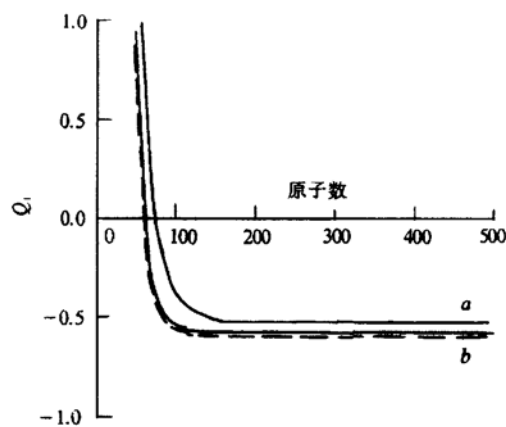


图 8 与图 7 相同, 但 a 是 100 s^{-1} ; b 是 500 s^{-1}

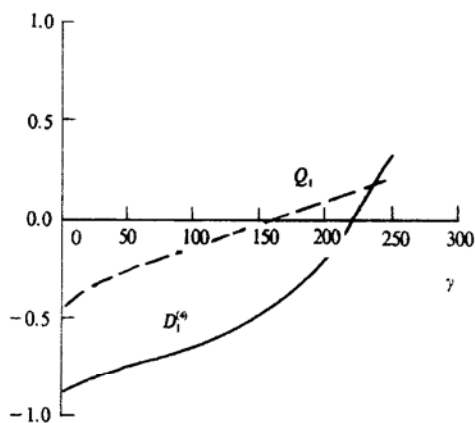


图 9 $a/\beta = 2.9$ 时单光子情况

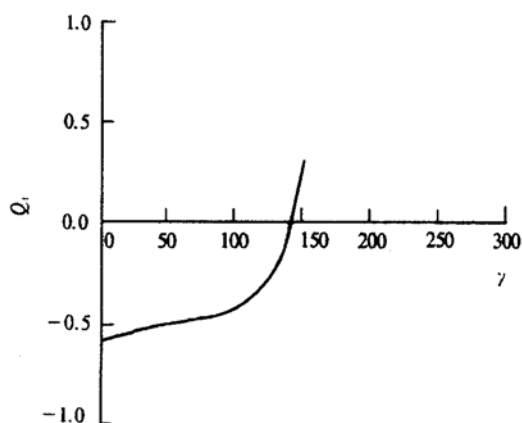


图 10 $a/\beta = 2.2$ 时双光子情况

表明甚至当 $R = 1 \text{ s}^{-1}$ 时就能在腔中形成稳态, 所以这种处理方法对微激射器并不总是合适的. 在我们的计算中, 利用随机抽样方法数值产生这一分布, 然后在求解方程(31)和(32)时将此抽样结果代入. 图 11 给出 t_p 服从泊松分布时由求解方程(31)和(32)得到的 $D_1^{(4)}$ 和 Q_1 随越过腔的原子数目的变化. 图 11 中的虚线表示相同原子通量下规则注入原子的结果. 由图 11 可见, t_p 为无规量的结果在规则注入的结果上下波动, t_p 的无规性对稳态压缩性质无实质性影响. 计算中我们还注意到, 随着 R 的增大, 无规注入的结果的波动幅度逐渐减小.

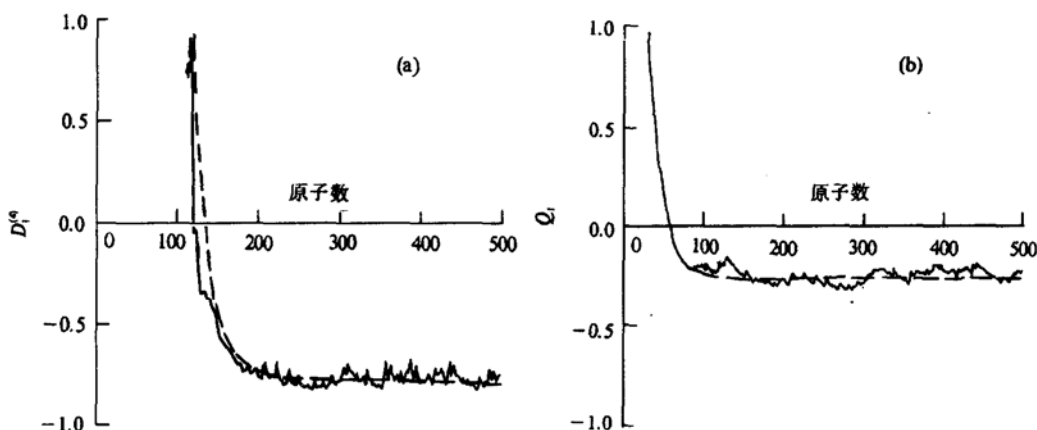


图 11 $N_u = 30$, $\alpha/\beta = 2.9$ 时单光子情况, t_p 泊松分布

4 结 论

本文将 Slosser 和 Meystre 的相干陷落态方法^[14]推广到简并多光子的情况, 得到了在简并多光子微激射器中形成相干陷落态的条件, 研究了余切形式的相干陷落态的四阶和振幅平方压缩性质. 结果表明, 仅在单光子情况下余切态才具有四阶压缩, 但在单光子和双光子情况下它都可呈现振幅平方压缩, 并通过适当选取原子的相干振幅, 可使这些压缩效应最显著. 在计入腔损并通过随机抽样方法考虑了原子的时间间隔的随机性的情况下, 数值研究了在相干陷落条件下利用微激射器产生稳态的四阶和振幅平方压缩腔场的动力学过程. 结果表明, 只要原子的通量足够大, 就可在腔中形成具有这些高阶压缩效应的稳态腔场, 而原子之间的时间间隔的随机性以及腔损, 对于这一过程没有实质性影响.

最后值得指出, 本工作中所取的各种参数的数值与目前微激射器实验中选择的相关参数的数值是一致的, 因此我们预期本文给出的结果应在目前微激射器的实验条件下能够得到实现.

- [1] G. Rempe, H. Walther and N. Klein, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 353.
- [2] D. Meschede, H. Walther and G. Müller, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 551.
- [3] M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy, L. Davidovich and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 1899.
- [4] G. Rempe, F. Schmidt-Kaler and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 2783.

- [5] P. Filipowicz, J. Javanainen and P. Meystre, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 3077.
- [6] S. Qamar and M. S. Zubairy, *Phys. Rev.*, **A48**(1993), 1559.
- [7] M. Orszag, R. Ramirez, J. C. Retamal and L. Roa, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 6717.
- [8] Fu-li Li and Shun-jing Wang, *Phys. Lett.*, **A148**(1990), 320; 李福利, 物理学报, **39**(1990), 1721.
- [9] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, *Proc. IEEE*, **51**(1963), 89.
- [10] F. L. Kien, M. Kozierowski and T. Quang, *Phys. Rev.*, **A38**(1988), 263.
- [11] A. S. Shumovsky, F. L. Kien and E. I. Aliskenderov, *Phys. Lett.*, **A124**(1987), 351.
- [12] C. C. Gerry and P. J. Moyer, *Phys. Rev.*, **A38**(1988), 5665.
- [13] Xiaoping Yang and Xiping Zheng, *Phys. Lett.*, **A138**(1989), 409.
- [14] J. J. Slosser and P. Meystre, *Phys. Rev.*, **A41**(1990), 3867.
- [15] G. S. Agarwal, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 1351.
- [16] C. K. Hong and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 323; *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 974.
- [17] M. Hillery, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 3796.

INFLUENCE OF CAVITY LOSS ON GENERATION OF STEADY STATE FOURTH-ORDER AND SQUARED AMPLITUDE SQUEEZING IN MICROMASER

LI FU-LI

(Department of Applied Physics,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

(Received 17 January 1995)

ABSTRACT

The generation of the steady state fourth-order squeezing and squared amplitude squeezing in a micromaser by the coherent trapping approach is investigated. The results show that if two-level atoms injected into the cavity are initially in coherent state and the flight time of the atoms inside the cavity satisfies the trapping condition, the field can evolve into a coherent trapping state which exhibits steady state fourth-order squeezing and squared amplitude squeezing in the cavity as long as the flux of the atoms is moderately large.

PACC: 4250; 4252; 3280