

自由电子激光中电子与辐射波 相互作用有效时间的分析

赵东焕

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(1995年1月3日收到)

利用已获得的大信号自由电子激光增益公式, 导出了激光平均增长率表达式, 分析了自由电子激光中电子与辐射波相互作用的有效时间, 讨论了其主要物理参量对相互作用有效时间的影响.

PACC: 4255 T

1 引 言

自由电子激光是近代发展起来的新型高功率、高效率激光, 理论研究预言其效率可高达50%^[1]. 然而到目前为止, 大部分较好的自由电子激光器实验效率只在10%左右, 最高的自由电子激光器实验效率也只有34%^[2], 且这个结果也是采用渐变 wiggler 磁场技术情况下获得的. 因此如何提高自由电子激光实验效率已成为当前摆在人们面前的一个重要课题. 目前除了进一步探索自由电子激光新的辐射机制之外, 在理论上还需要进行更深入的研究.

从80年代中期以来, 理论研究表明随着电子与辐射波相互作用增强, 自由电子激光器工作从稳定状态走向不稳定的混沌状态^[3-10]. 这种不稳定的混沌现象使得较多电子脱离与辐射波相互作用轨道. 可见自由电子激光中电子与辐射波的相互作用, 其结果并不总是随相互作用时间增加而使激光辐射能增强, 而是达到一定程度后走向反面. 这就需要深入研究自由电子激光中电子与辐射波相互作用的有效时间规律性, 以及各物理参量对相互作用有效时间的影响问题, 从而在实验中可更合理地选择物理参量来提高激光器实验效率. 本文依据文献[11, 12]中电子与辐射波多次相互作用情况下获得的大信号增益表达式来导出相互作用有效时间的理论分析结果, 并进一步讨论其主要物理参量对相互作用有效时间的影响.

2 基本增益分析

研究电子与辐射波相互作用的有效时间, 通常是在激光输出饱和状态下进行较为合理. 文献[11]中依据电子与辐射波多次相互作用原理, 获得了能反映激光饱和输出特性的大信号增益表达式:

$$G(t) = G_1(t) + G_2(t), \quad (1)$$

$$G_1(t) = g_1 F_1(t) = g_1(1 - \cos\Delta\omega t - \frac{1}{2}\Delta\omega t \sin\Delta\omega t), \quad (2)$$

$$G_2(t) = g_2 F_2(t) = g_2[1 \frac{23}{64} - 1 \frac{7}{16}\cos\Delta\omega t + \frac{5}{64}\cos 2\Delta\omega t - 1 \frac{5}{16}\Delta\omega t \sin\Delta\omega t - \frac{1}{32}\Delta\omega t \sin 2\Delta\omega t + \frac{1}{4}(\Delta\omega t)^2(\cos\Delta\omega t - 1) + \frac{1}{24}(\Delta\omega t)^3 \sin\Delta\omega t], \quad (3)$$

式中

$$g_1 = \frac{g_0 c D H}{\gamma_s^3 \Delta\omega^3}, \quad g_2 = \frac{g_0 c^3 D^3 H}{\gamma_s^9 \Delta\omega^7},$$

$$H = \frac{e^2 E_r B_0 \gamma_s}{\gamma_s c m_0^2 \omega_0}, \quad D = \frac{e^2 E_r B_0 (k_r + k_0)}{\gamma_s c m_0^2 \omega_0}, \quad (4)$$

式中 $g_0 = \frac{4\pi m_0 c^2 \rho_e}{E_0^2}$, $k_r = 2\pi/\lambda_r$, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, $\omega_0 = k_0 c$, λ_r , λ_0 分别为辐射场波长和 wiggler 场周期长度, E_0 为辐射初始电场强度, E_r 为辐射场强度, B_0 为 wiggler 磁场强度, c 为真空中光速, e 和 m_0 分别为电子的电荷和静止质量, γ_s 为电子束初始能量因子, ρ_e 为电子束密度, $\Delta\omega$ 为无量纲共振态因子, 它可表示为

$$\Delta\omega = (k_r + k_0)v_{2s} - \omega_r, \quad (5)$$

式中 $\omega_r = k_r c$, v_{2s} 为相互作用前相对论电子纵向速度. 由于(2)和(3)式中 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 是两个基本反向增长函数 (见图 1 和图 2), 从图 1 和图 2 可看出在 $0-2\pi$ 范围内, 这两个反向增长函数的绝对值差别不大, 而 $\Delta\omega t > 2\pi$ 后 $F_2(t)$ 的负增长远大于 $F_1(t)$ 的正增长, 并随 $\Delta\omega t$ 的增大, 二者数量级差越来越大. 由于系数 g_1 通常比 g_2 数量级高得多, 所以在 $0-2\pi$ 范围内, $F_2(t)$ 的负增长影响很小, 增益函数 $G(t)$ 基本上接近

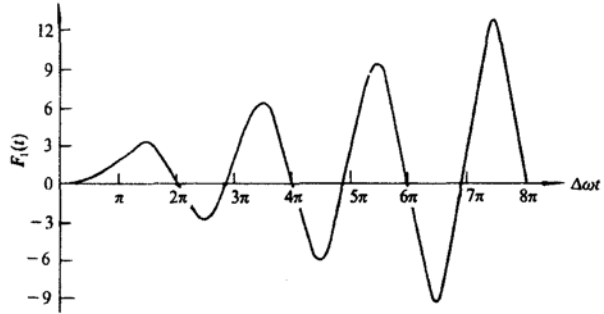
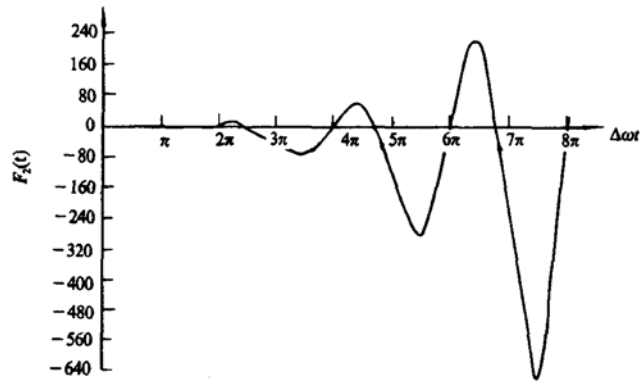
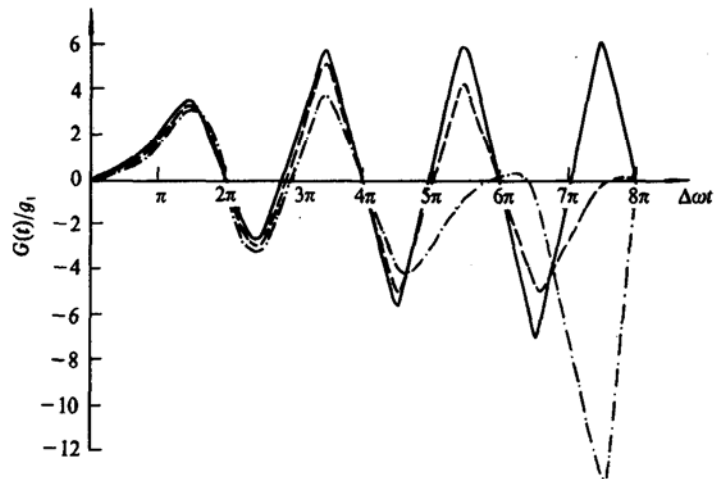


图 1 $F_1(t)$ 与 $\Delta\omega t$ 的对应曲线

于 $G_1(t)$. 但当 $\Delta\omega t > 2\pi$ 后, $F_2(t)$ 的负增长影响使得 $G(t)$ 的局部正峰值将越来越远离 $G_1(t)$ 的局部正峰值. 图 3 给出不同系数比 g_2/g_1 情况下激光增益 $G_1(t)/g_1$ 的走势, 与图 1 比较可看出 $>2\pi$ 后 $G(t)/g_1$ 的局部正峰值越来越远离 $F_1(t)$ 的局部正峰值, 且在某个时刻以后 $G(t)/g_1$ 的局部正峰值最终将消失, 这说明随相互作用时间的增加, 激光增益趋于饱和状态, 与此对应的实验现象就是激光输出饱和现象. 此外, 比较图 3 中的三条曲线可看出选择不同参量, 到达增益饱和态的时间是不同的. 这说明电子与辐射波相互作用时间与具体的工作参量选择有密切关系.

图2 $F_2(t)$ 与 $\Delta\omega t$ 的对应曲线图3 不同参量情况下增益特性曲线 $G(t)$ 走势图 实线为系数比 $g_2/g_1 = 0.01$ 时增益曲线;虚线为系数比 $g_2/g_1 = 0.02$ 时增益曲线;点划线为系数比 $g_2/g_1 = 0.04$ 时增益曲线

3 有效作用时间分析

上面的增益曲线走势分析,表明自由电子激光器中存在电子与辐射波相互作用的有
效作用时间,但要依靠增益表达式来确定实际相互作用时间是困难的.为此我们引入激光
平均增长率物理量,它定义为相互作用时间 τ 内激光增益总和的平均值,记为 $\bar{G}(\tau)$.按
定义有

$$\bar{G}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau G(t) dt. \quad (6)$$

由(1)–(3)式得

$$\bar{G}(\tau) = \bar{G}_1(\tau) + \bar{G}_2(\tau) = g_1 \bar{F}_1(\tau) + g_2 \bar{F}_2(\tau), \quad (7)$$

式中

$$\bar{G}_1(\tau) = g_1 \bar{F}_1(\tau) = g_1 \left(1 + \frac{1}{2} \cos \Delta \omega \tau - \frac{3}{2 \Delta \omega \tau} \sin \Delta \omega \tau \right), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_2(\tau) = g_2 \bar{F}_2(\tau) = & g_2 \left[\alpha_1 + (\alpha_4 + 2(\alpha_6 + 3\alpha_7)) \cos \Delta \omega \tau + \frac{\alpha_5}{2} \cos 2 \Delta \omega \tau \right. \\ & - \frac{\alpha_2 + \alpha_4 + 2(\alpha_6 + 3\alpha_7)}{\Delta \omega \tau} \sin \Delta \omega \tau + \frac{2\alpha_3 - \alpha_5}{4 \Delta \omega \tau} \sin 2 \Delta \omega \tau \\ & \left. + (\alpha_6 + 3\alpha_7) \Delta \omega \tau \sin \Delta \omega \tau - \frac{1}{3} (\alpha_6 + 3\alpha_7 \cos \Delta \omega \tau) (\Delta \omega \tau)^2 \right], \quad (9) \end{aligned}$$

式中 $\alpha_1 - \alpha_7$ 分别为(3)式方括号中各项系数, 即 $\alpha_1 = 1 \frac{23}{64}$, $\alpha_2 = 1 \frac{7}{16}$, $\alpha_3 = \frac{5}{64}$, $\alpha_4 = 1 \frac{5}{16}$, $\alpha_5 = \frac{1}{32}$, $\alpha_6 = \frac{1}{4}$, $\alpha_7 = \frac{1}{24}$, τ 为相互作用时间, $\bar{F}_1(\tau)$ 和 $\bar{F}_2(\tau)$ 分别为正、负平均增长率

函数. 图 4 和图 5 给出这两个函数曲线. 从图 4 和图 5 看出, $\bar{F}_1(\tau)$ 始终在 0.5—1.5 范围内来回摆动, $\bar{F}_1(\tau)$ 对辐射能量的影响特点是在小信号范围内随 τ 的增大使能量迅速增大, 而在大信号范围内随 τ 的增大使能量波动地缓慢增大. 而 $\bar{F}_2(\tau)$ 的作用正好相反, 在小信号范围内随 τ 的增大使能量缓慢下降, 在大信号范围内随 τ 的增大使能量波动地急速下降. 由于系数比 g_2/g_1 一般很小, 则可看出 $\bar{G}(\tau)$ 曲线的走势为在小信号范围, $\bar{F}_2(\tau)$ 的影响可忽略不计, $\bar{G}(\tau)/g_1 \approx \bar{F}_1(\tau)$, 而在大信号范围, 由于 $\bar{F}_2(\tau)$ 的负增长率影响随 τ 增大越来越大, $\bar{G}(\tau)$ 将波动地渐渐下降, 最后必将在某个作用时刻, $\bar{G}(\tau)$ 从正值转变为负值. 我们定义 $\bar{G}(\tau)$ 由正值转变为负值的时刻为电子与辐射波相互作用有效最大时刻, 记为 $\tau_{\max}$, 而 $\bar{G}(\tau)$ 由零转变为正值的时刻为相互作用有效初始时刻, 记为 $\tau_{\min}$, 相互作用的有效时间可表示为 $\tau_{\text{eff}} = \tau_{\max} - \tau_{\min}$. 根据定义, $\tau_{\max}$ 和 $\tau_{\min}$ 可由下式确定:

$$\bar{G}(\tau_{\max}) = 0, \quad \bar{G}(\tau_{\min}) = 0. \quad (10)$$

由(10)式可求出具体工作参量情况下 $\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ 和 τ_{eff} . 表 1 给出系数比 g_2/g_1 分别为 0.037 和 0.047 两种情况下激光平均增长率 $\bar{G}(\tau)/g_1$ 与 $\Delta \omega \tau$ 的对应关系. 由表 1 可得

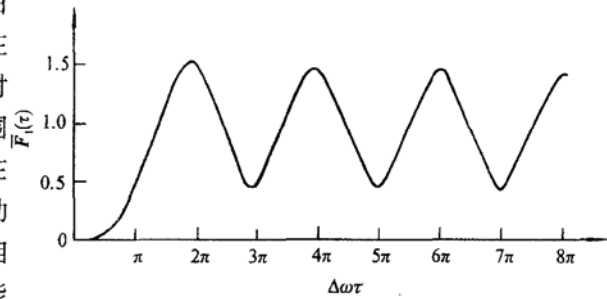


图 4 正平均增长率函数 $\bar{F}_1(\tau)$ 与 $\Delta \omega \tau$ 的对应曲线

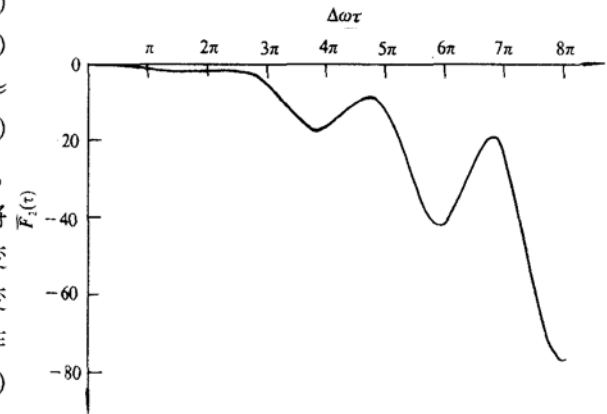


图 5 负平均增长率函数 $\bar{F}_2(\tau)$ 与 $\Delta \omega \tau$ 的对应曲线

$$\tau_{\max} \approx \frac{43\pi}{8\Delta\omega}, \tau_{\min} \approx \frac{\pi}{4\Delta\omega}, \tau_{\text{eff}} \approx \frac{41\pi}{8\Delta\omega} \quad (\text{当 } g_2/g_1 = 0.037 \text{ 时}),$$

$$\tau_{\max} \approx \frac{5\pi}{\Delta\omega}, \tau_{\min} \approx \frac{\pi}{4\Delta\omega}, \tau_{\text{eff}} \approx \frac{19\pi}{4\Delta\omega} \quad (\text{当 } g_2/g_1 = 0.047 \text{ 时}).$$

表 1 激光平均增长率 $\bar{G}(\tau)/g_1$ 与 $\Delta\omega\tau$ 对应表

g_2/g_1	$\Delta\omega\tau$	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$	$5\pi/8$	$3\pi/4$	$7\pi/8$
0.037	$\bar{G}/g_1$	0	-0.0013	-0.002	0.0032	0.0265	0.0777	0.1653	0.2563
0.047		0	-0.0017	-0.004	0	0.0215	0.0710	0.1569	0.2834
g_2/g_1	$\Delta\omega\tau$	π	$9\pi/8$	$5\pi/4$	$11\pi/8$	$3\pi/2$	$13\pi/8$	$7\pi/4$	$15\pi/8$
0.037	$\bar{G}/g_1$	0.4606	0.6555	0.8672	1.0761	1.2616	1.4040	1.4873	1.5011
0.047		0.4500	0.6433	0.8539	1.0617	1.2463	1.3881	1.4713	1.4854
g_2/g_1	$\Delta\omega\tau$	2π	$17\pi/8$	$9\pi/4$	$19\pi/8$	$5\pi/2$	$21\pi/8$	$11\pi/4$	$23\pi/8$
0.037	$\bar{G}/g_1$	1.4446	1.3244	1.1558	0.9599	0.7610	0.5826	0.4453	0.3617
0.047		1.4296	1.3105	1.1429	0.9475	0.7482	0.5669	0.4241	0.3313
g_2/g_1	$\Delta\omega\tau$	3π	$25\pi/8$	$13\pi/4$	$27\pi/8$	$7\pi/2$	$29\pi/8$	$15\pi/4$	$31\pi/8$
0.037	$\bar{G}/g_1$	0.3376	0.3698	0.4478	0.5552	0.6726	0.7802	0.8607	0.9016
0.047		0.2937	0.3086	0.3660	0.4513	0.5472	0.6361	0.7032	0.7395
g_2/g_1	$\Delta\omega\tau$	4π	$33\pi/8$	$17\pi/4$	$35\pi/8$	$9\pi/2$	$37\pi/8$	$19\pi/4$	$39\pi/8$
0.037	$\bar{G}/g_1$	0.8968	0.8469	0.7586	0.6432	0.5144	0.3855	0.2680	0.1693
0.047		0.7338	0.6926	0.6196	0.5223	0.4118	0.2970	0.1850	0.0802
g_2/g_1	$\Delta\omega\tau$	5π	$41\pi/8$	$21\pi/4$	$43\pi/8$	$11\pi/2$	$45\pi/8$	$23\pi/4$	$47\pi/8$
0.037	$\bar{G}/g_1$	0.0942	0.0414	0.0087	-0.008	-0.016	-0.018	-0.017	-0.016
0.047		-0.015	-0.102	-0.181	-0.252	-0.314	-0.366	-0.404	-0.424

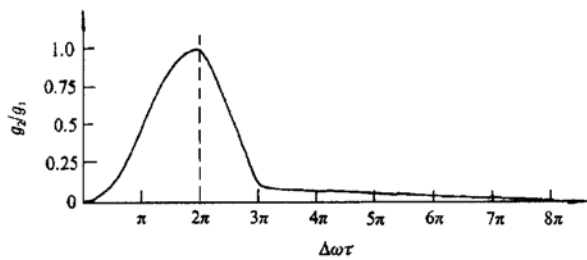
显然前者 τ_{eff} 大于后者,且表 1 中激光平均增长率也是前者大于后者。

图 6 给出不同系数比 g_2/g_1 与 $\Delta\omega\tau$ 的对应关系曲线.由图 6 可求出不同系数比 g_2/g_1 条件下与 $\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ 和 τ_{eff} 的对应数值.例如,当 $g_2/g_1 = 0.5$ 时,可得 $\tau_{\max} \approx 2.56\pi/\Delta\omega$, $\tau_{\min} = \pi/\Delta\omega$, $\tau_{\text{eff}} \approx 1.56\pi/\Delta\omega$.此外,根据图 6 还可得下列一些结果:

1)系数比 g_2/g_1 越小,则 τ_{eff} 就越大.反之当系数比 g_2/g_1 越大,则 τ_{eff} 就越小.但它们不是同一数量级的反比关系.

2)当系数比 $g_2/g_1 = 1$ 时, $\tau_{\text{eff}} = 0$,此时可看成 $\tau_{\max} = \tau_{\min} = 2\pi/\Delta\omega$.

3)当 $g_2/g_1 > 1$ 时, $\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ 和 τ_{eff} 都不存在,由此可得自由电子激光器的工作参量选择,应当使得系数比 $g_2/g_1 < 1$ 的情况下才能获得相干辐射输出,且 g_2/g_1 比值越小,理论上讲可得相干辐射能量也就越大.

图 6 不同系数比 g_2/g_1 与 $\Delta\omega\tau$ 的对应曲线

4 物理参量对 τ_{eff} 的影响

物理参量对相互作用有效作用时间 τ_{eff} 的影响总而言之较为复杂. 要详细说明这个问题需要利用计算机的大量计算才能解决. 本文只讨论两个主要物理参量 γ_s 和 $\Delta\omega$ 对 τ_{eff} 的影响. 由(4)式可得

$$g_1 \approx \frac{2e^4 B_0^2 \rho_c \lambda_0 (1 + \lambda_0/\lambda_r)}{c \gamma_s^5 \Delta\omega^3 m_0^3},$$

$$g_2/g_1 = \frac{e^4 B_0^2 E_r^2 (1 + \lambda_0/\lambda_r)^2}{c^2 \gamma_s^8 \Delta\omega^4 m_0^4}. \quad (11)$$

前面分析表明, τ_{eff} 与系数比 g_2/g_1 的大小密切相关, 且 g_2/g_1 越小时, τ_{eff} 就越大. 由(11)式不难看出 g_2/g_1 与 γ_s^8 成反比, 而 γ_s 与电子加速器质量密切相关, 所以选择高质量高能电子加速器对提高相互作用有效时间以及增强相干辐射能量输出有十分重要的作用, 这与激光器实验情况是相符合的.

另一个对 τ_{eff} 有重要影响的参量是 $\Delta\omega$, 由(11)式可得 g_2/g_1 与 $\Delta\omega^4$ 成反比, 从这个关系 $\Delta\omega$ 应选择较大为好. 但另一方面, 由于

$$\tau_{\text{eff}} = (\kappa_1 - \kappa_2)/\Delta\omega, \quad (12)$$

式中 κ_1 和 κ_2 分别由 $\bar{G}(\tau_{\text{max}}) = 0$ 和 $\bar{G}(\tau_{\text{min}}) = 0$ 来确定, 显然由(10)式确定的 κ_1 和 κ_2 与 $\Delta\omega$ 不是同一数量级线性关系. 由(12)式可看出, 当 $\Delta\omega$ 选择过大, τ_{eff} 反而要减小, 所以 $\Delta\omega$ 不能选择过份大, 当然也不能选择太小, $\Delta\omega$ 的数量级在 10^8 — 10^{10} 范围较合适, $\Delta\omega$ 的具体计算应根据(5)式来确定. 下面举一个例子来计算 τ_{eff} 的理论数值.

假定工作参量选择为 $\lambda_0 = 2.4$ cm, $\lambda_r = 8$ mm, $\gamma_s = 2$, $B_0 = 0.2$ T, $E_r \approx B_0 c/10^2$, $\Delta\omega \approx 3.77 \times 10^9$, 则计算得 $g_2/g_1 \approx 0.0474$, $\tau_{\text{max}} \approx 5 \pi/\Delta\omega \approx 4.166$ ns, $\tau_{\text{min}} \approx \frac{1}{16} \pi/\Delta\omega \approx 0.052$ ns, $\tau_{\text{eff}} \approx 4.937 \pi/\Delta\omega \approx 4.114$ ns.

5 结 束 语

利用文献[11]中获得的电子与辐射波多次相互作用情况下的增益表达式, 导出了激光平均增长率 $\bar{G}(\tau)$ 公式, 表明它由正负两个平均增长率函数 $\bar{G}_1(\tau)$ 和 $\bar{G}_2(\tau)$ 之和所组成, 分析了有效作用时间 τ_{eff} 与 $\bar{G}(\tau)$ 之间的关系, 获得了不同系数比 g_2/g_1 与 τ_{eff} 之间对应曲线规律, 讨论了其重要物理参量 γ_s 和 $\Delta\omega$ 对 τ_{eff} 的影响, 指出 γ_s 越大, 理论上可获得的 τ_{eff} 也越大, 而 $\Delta\omega$ 的选择不宜过大, 同时也不宜过小. 它的数量级一般在 10^8 — 10^{10} 范围较合适. $\Delta\omega$ 的具体计算应由(5)式来确定.

本文研究表明, 要获得较大的相互作用有效时间 τ_{eff} , 一般应选择的工作参数使得系数比 g_2/g_1 , 越小越好, 这对于自由电子激光器实验中具体参量的设计选择是有用的.

- [1] W. B. Colson, *Phys. Quant. Electr.*, **5**(1978), 157.
- [2] T. J. Orzechowski *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 2172.
- [3] R. Bonifacio, F. Casagrande, *Opt. Commun.*, **50**(1984), 251.
- [4] R. Bonifacio, C. Pellegrin and L. M. Narducci, *Opt. Commun.*, **50**(1984), 373.
- [5] I. Gjaja and A. Bhattacharjee, *Opt. Commun.*, **58**(1986), 201.
- [6] S. Riyopoulos and C. M. Tang, *Phys. Fluids*, **31**(1988), 3387.
- [7] 张中、张世昌, 物理学报, **38**(1989), 285.
- [8] 张世昌、胡忠、王文耀, 物理学报, **39**(1990), 1745.
- [9] C. Chen and R. C. Davidson, *Phys. Rev.*, **A42**(1990), 5041.
- [10] C. Chen and R. C. Davidson, *Phys. Rev.*, **A43**(1991), 5541.
- [11] 赵东焕, 物理学报, **43**(1994), 1447.
- [12] 赵东焕, 中国激光, **22**(1995), 419.

ANALYSIS OF EFFECTIVE TIME OF INTERACTION BETWEEN ELECTRON AND RADIATIVE WAVE IN THE FEL

ZHAO DONG-HUAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 3 January 1995)

ABSTRACT

The expression of uniform grow rate of laser is derived by using the high-signal gain formula of FEL, the effective time of interaction between electron and radiative wave in the FEL is analysed, and the effects of major physical parameters on the effective time of interaction are discussed.

PACC: 4255T