

半导体超晶格子带间跃迁的光学双稳

赵国忠 潘少华

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

(1995年1月25日收到; 1995年6月30日收到修改稿)

运用 Kronig-Penney (KP)模型的新形式, 研究半导体超晶格中子带间跃迁的光学双稳特性. 由二子能带模型密度矩阵方法, 导出了子带间光跃迁的 Maxwell-Bloch (MB) 方程. 从 MB 方程的定态解出发, 得到了环形腔中超晶格子带间跃迁的光学双稳态方程, 进而讨论了这种光学双稳的特点以及实现的条件.

PACC: 4220; 4265P; 7865; 7980

1 引 言

半导体超晶格的新奇电子学和光学性质引起人们极大的兴趣. 特别是, 超晶格子带结构具有很好的可“裁剪性”, 即通过调节势能参数如阱宽, 垒宽和垒高等, 可以在很大范围内改变子带间跃迁的中心频率(位于中红外区)以及带宽; 而且子带间跃迁具有很大的电偶极矩和快速的响应, 因而为制作中红外光学波段的半导体微器件提供了广阔的前景. 而中红外光学器件可用成熟的、性能优越的二氧化碳激光器为光源, 故已有并将有许多重要的实际应用, 例如量子阱红外探测器和光调制器^[1,2].

光学双稳是一种很重要的非线性光学效应, 尤其是由于这种效应在光学数值运算中具有巨大的潜在应用价值, 并且与相变模拟以及分叉、混沌现象等基础研究密切相关, 它已成为极其活跃的研究焦点之一^[3]. 近10年来, 人们已广泛地研究了半导体多量子阱和超晶格的室温激子光学双稳^[4-6]. 由于子带间跃迁的光学非线性已为理论和实验所证实, 因而实现相应的中红外区的光学双稳原则上是可行的. 然而, 据我们所知, 迄今为止还未见有关这种子带间跃迁光学双稳的报道. 本文将探求其实现的条件以及有关特性.

2 二子能带模型的 MB 方程

如所周知, MB 方程是研究光与物质相互作用的最有效的方法之一. 其中把光看成经典的电磁场, 用 Maxwell 方程描述; 与光致跃迁相联系的介质极化则必须用量子理论, 即由光学 Bloch 方程描述. 在二者之间, 光场诱导了介质极化, 而极化反过来又成为光场的辐射源, 因此将 Maxwell 方程和 Bloch 方程耦合在一起, 共同自治地描述了光与介质的相互作用.

研究介质极化, 常见的简单模型是将介质看成二能级原子的集合, 即二能级系统. 半

导体量子阱是由两种材料交替生长而成,窄带隙材料构成势阱,而宽带隙材料构成势垒.由于电子在势阱中的受限效应,出现量子态能级.在一般情况下,电子的光致跃迁主要发生在第一能级(基态)与第二能级(最低激发态)之间,故可用二子能级模型来研究量子阱中的非线性光学效应^[7].用外延方法制备材料时,一般相继重复地生长若干个量子阱(例如周期数 $N=100$).这时若垒层很厚,则相邻量子阱的电子能级间彼此独立,系统的物理性质相当于 N 个孤立的量子阱,称多量子阱结构,仍可用二子能级模型描述.

与上述情况相反,若垒层比较薄,电子波函数通过势垒而相互耦合,因此单个的孤立能级被展开成有限宽度(ΔE)的子能带,称隧穿展宽.本文作者之一和合作者曾给出适合于超晶格应用的 KP 模型的普遍形式^[8],并在此理论基础上进而建立了描述光吸收饱和效应的二子能带模型^[9],以代替前人(例如文献[7])的二子能级模型,后一模型仅适合于隧穿效应可忽略,即 $\Delta E=0$ 的特例.根据二子能带模型,文献[9]找到了隧穿展宽与光饱和强度之间的一个普遍规律.此种模型也可用于研究某些其他的非线性光学效应.本文就是基于这种模型研究子能带间的光学双稳态的出现可能性,并深入系统地阐述这种双稳态与二能级系统双稳态的不同特点,以及这种特点同超晶格结构参数之间的关系,以便为实验以及器件应用提供一定的理论依据.

设超晶格是由 N 个周期的厚度为 a 的阱和 b 的垒所组成,则每个子带内包含 N 个态^[8],分别对应于超晶格波数 $k=l\frac{2\pi}{Nd}$, l 为从 $(-N/2+1)$ 至 $(N/2)$ 的整数值. $d=a+b$, 为超晶格周期.系统的电子本征态可表为^[9,10]

$$|j, k, \mathbf{K}_i\rangle = |j, k\rangle |\mathbf{K}_i\rangle, \quad (1)$$

其中态 $|j, k\rangle$ 的波函数解析式 $\psi_{jk}(z)$ 由 KP 模型求出, j 为子能带指标,对二子能带模型只需考虑 $j=1, 2$. 由于超晶格的周期 d 远大于体元胞线度, $\psi_{jk}(z)$ 为沿超晶格生长方向 (z) 的缓变函数,故称包络波函数. $|\mathbf{K}_i\rangle$ 为体材料 Bloch 本征态, $\mathbf{K}_i$ 为垂直于超晶格生长方向的横向波矢,即 (k_x, k_y) . 系统的本征态能量可表为

$$E_{jk\mathbf{K}_i} = \frac{\hbar^2 \mathbf{K}_i^2}{2m_a} + E_{jk}, \quad (2)$$

其中 m_a 为阱材料的有效质量, $\frac{\hbar^2 \mathbf{K}_i^2}{2m_a}$ 为准二维电子气态的动能, E_{jk} 为超晶格子带能级.

当光诱导的子带间跃迁发生时, $|\mathbf{K}_i\rangle$ 保持不变,而电偶极跃迁矩取在包络态 $|j, k\rangle$ 与 $|j', k'\rangle$ 之间,且由于波矢间的选择定则,跃迁矩如下式^[10]:

$$\langle j', k', \mathbf{K}_i' | \mu | j, k, \mathbf{K}_i \rangle = \mu_{jj'}(\mathbf{k}) \delta_{\mathbf{K}_i' \mathbf{K}_i} \delta_{\mathbf{k}' \mathbf{k}}, \quad (3)$$

其中 μ 为电偶极矩算符, $\mu_{jj'}(\mathbf{k}) = \langle j', k | \mu | j, k \rangle$ 为从第 j 子带中波矢为 $\mathbf{k}$ 的包络态到第 j' 子带 $\mathbf{k}$ 态的偶极矩阵元,其具体表达式见文献[10].

在光场作用下,系统哈密顿量为

$$H = H_0 - \mu E(x, t), \quad (4)$$

其中 H_0 为未扰系统哈密顿量.为了简单起见,假定入射光沿 x 方向传播,电场 $E(x, t)$ 与 μ 同为 z 方向,且设 $E(x, t)$ 为准单色场:

$$E(x, t) = \frac{1}{2} \epsilon(x, t) e^{i(qx - \omega t)} + c. c., \quad (5)$$

其中 $\epsilon(x, t)$ 为慢变振幅, ω 为频率, q 为波矢.

下面我们采用二子能带模型密度矩阵方法, 导出子带间光跃迁的 Bloch 方程. 由密度矩阵的运动方程^[3]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{\text{relax}}, \quad (6)$$

在旋波近似下, 不难得到

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= -\gamma_{//} (\rho_{11} - \rho_{11}^{(0)}) + \frac{i}{2\hbar} [\rho_{21} \mu_{12}(k) \epsilon(t) e^{i\omega t} - c. c.], \\ \dot{\rho}_{22} &= -\gamma_{//} (\rho_{22} - \rho_{22}^{(0)}) - \frac{i}{2\hbar} [\rho_{21} \mu_{12}(k) \epsilon(t) e^{i\omega t} - c. c.], \\ \dot{\rho}_{21} &= -\gamma_{\perp} \rho_{21} - i\omega_k \rho_{21} - \frac{i}{2\hbar} \mu_{21}(k) \epsilon(t) e^{-i\omega t} (\rho_{22} - \rho_{11}), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\omega(k) = (E_{2k} - E_{1k})/\hbar$ 为波矢为 k 的包络态子带间跃迁频率. (6) 式中, $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{\text{relax}}$ 描述光场作用下的密度矩阵 ρ 回到未扰量 $\rho^{(0)}$ 的弛豫. 未扰密度矩阵 $\rho^{(0)}$ 只有对角项 $\rho_{nn}^{(0)}$ (这里 n 代表 jkK_i), 由热平衡时的布居分布给出:

$$\begin{aligned} \rho_{nn}^{(0)} &= \frac{1}{1 + \exp[(E_n - E_F)/k_B T]}, \\ \rho_{nn'}^{(0)} &= 0 \quad (n \neq n'). \end{aligned} \quad (8)$$

这样, $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{\text{relax}}$ 可以明确地表作

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial (\rho_{nn} - \rho_{nn}^{(0)})}{\partial t} \right]_{\text{relax}} &= -\gamma_{//} (\rho_{nn} - \rho_{nn}^{(0)}), \\ \left(\frac{\partial \rho_{nn'}}{\partial t} \right)_{\text{relax}} &= -\gamma_{\perp} \rho_{nn'} \quad (n \neq n'), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\gamma_{//}$ 和 $\gamma_{\perp}$ 分别为横向和纵向弛豫参数, 它们可分别表为^[9] $\gamma_{//} = 1/\tau_{\text{inter}}$ 和 $\gamma_{\perp} = 1/\tau_{\text{inter}} + 1/\tau_{\text{intra}}$, τ_{inter} 代表子带间退布居衰减时间, τ_{intra} 代表子带内弛豫的衰减时间, 这种弛豫是引起解相的附加机制.

根据密度矩阵理论^[3], 光场感应的极化强度 $P(z, t)$ 和极化率 $\chi(t)$ 可通过下式表

$$\begin{aligned} P(x, t) &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi(\omega) \epsilon(x, t) e^{i(qx - \omega t)} + \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi(-\omega) \epsilon^*(x, t) e^{i(qx - \omega t)} \\ &= \frac{1}{V} \text{Tr}(\rho \mu) = \frac{2}{V} \sum_{k, K_i} [\rho_{21} \mu_{12}(k) + \rho_{12} \mu_{21}(k)], \end{aligned} \quad (10)$$

其中 ϵ_0 为真空介电常数, $\chi(-\omega) = \chi^*(\omega)$, V 为超晶格体积, 因子 2 由自旋简并而来, Tr 代表矩阵 $\rho \mu$ 的迹.

为了列出 Bloch 方程, 通常采用密度矩阵的实、虚部为变量. 本文作者之一和合作者在研究染料分子带模型下的光学双稳问题时发现^[11, 12], 为了简化计算, 宜将偶极矩阵元包含

在 Bloch 变量的定义中。与此种处理方法类似,本文为了最大限度得到物理意义透明的解析结果及其数值图示,我们定义与超晶格子能带模型相联系的广义 Bloch 变量如下:

$$\begin{aligned} u(k) &= \rho_{21} \mu_{12}(k) e^{-i(qx - \omega t)} + \text{c.c.}, \\ v(k) &= i \rho_{21} \mu_{12}(k) e^{-i(qx - \omega t)} + \text{c.c.}, \\ w(k) &= \rho_{22} - \rho_{11}. \end{aligned} \quad (11)$$

将上式代入(10)式,得

$$P(x, t) = \frac{1}{V} \sum_{k, K_1} \{ [u(k) - i v(k)] e^{i(qx - \omega t)} + \text{c.c.} \}. \quad (12)$$

从上式可见, $u(k)$ 和 $v(k)$ 分别对应于极化强度慢变振幅的实部和虚部,故新定义的 Bloch 变量是有明确物理意义的. 采用上述定义于(7)式,可以导出超晶格子带间跃迁的光学 Bloch 方程为

$$\begin{aligned} \dot{u}(k) &= -\gamma_{\perp} u(k) - (\omega_k - \omega) v(k) + \frac{1}{\hbar} |\mu_{21}(k)|^2 \text{Im}[\epsilon(x, t)] w(k), \\ \dot{v}(k) &= -\gamma_{\perp} v(k) + (\omega_k - \omega) u(k) + \frac{1}{\hbar} |\mu_{21}(k)|^2 \text{Re}[\epsilon(x, t)] w(k), \\ \dot{w}(k) &= -\gamma_{\parallel} [w(k) - w^{(0)}(k)] - \frac{1}{\hbar} \text{Re}[\epsilon(x, t)] v(k) - \frac{1}{\hbar} \text{Im}[\epsilon(x, t)] u(k), \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $w^{(0)}(k) = \rho_{22}^{(0)} - \rho_{11}^{(0)}$.

光在介质中传播的波动方程为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (14)$$

将慢变振幅近似式 $\left| \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x^2} \right| \ll \left| q \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right|$ 和 $\left| \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial t^2} \right| \ll \left| \omega \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right|$, 以及(5), (10)和(12)式用于(14)式,可以得到超晶格中关于慢变振幅 ϵ 的 Maxwell 方程:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \frac{n_r}{c} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\omega}{n_r \epsilon_0 V} \sum_{k, K_1} v(k). \quad (15)$$

3 光学双稳态方程

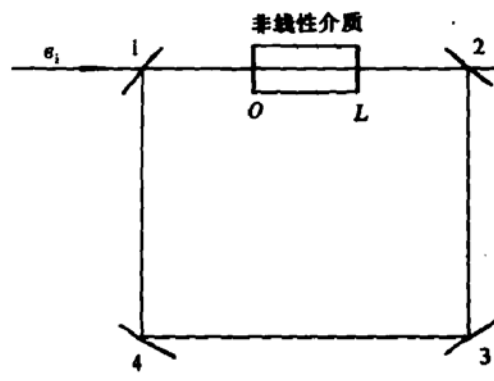


图 1 环形腔系统示意图

产生光学双稳态需具备两个基本条件:一是透光介质的光学非线性,二是光学系统的正反馈.第二个条件可采用 Fabry-Perot 标准具或环形腔结构得以满足.后一种结构所对应光场的理论形式较为简单,而所得关于双稳特性的结果很容易推广至标准具,故本文的理论分析以环形腔为例,如图 1 所示.图 1 中非线性介质即半导体超晶格,光轴与超晶格生长方向(z)一致. ϵ_i 和 ϵ_r 表示入射和

透射光场. 为了有足够的正反馈, 元件 1, 2 是高反射镜(下面计算中设其反射率 $\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_2 = 0.98$). 元件 3, 4 为全反射镜($\mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_4 = 1$).

为探求双稳条件, 只需求 MB 方程的稳态解. 让(13)式中 $\dot{u}(k) = \dot{v}(k) = \dot{w}(k) = 0$. 并为了简单, 设 $\text{Im}[\epsilon(x, t)] = 0$, 即光场为 $E(x, t) = \epsilon(x, t) \cos(qx - \omega t)$, 于是不难求光学 Bloch 方程的稳态解:

$$v(k) = \frac{|\mu_{21}(0)|^2}{\hbar \gamma_{\perp}} \frac{f_k^2 w^{(0)}(k) \epsilon(x, t)}{1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega})^2 + f_k^2 |\epsilon/\epsilon_i|^2}, \quad (16)$$

其中已用了无量纲量 $\bar{\omega}_k = \omega_k/\gamma_{\perp}$, $\bar{\omega} = \omega/\gamma_{\perp}$ 和 $f_k^2 = |\mu_{21}(k)|^2/|\mu_{21}(0)|^2$. 而 $|\epsilon_i'|^2 = \hbar^2 \gamma_{\perp} \gamma_{\parallel}/|\mu_{21}(0)|^2$ 正比于饱和光强. 在(15)式中令 $\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = 0$, 并将(16)式代入, 可得 Maxwell 方程的稳态解:

$$\frac{d\epsilon}{dx} = -\alpha \epsilon(x, t), \quad (17)$$

其中

$$\alpha = \alpha_0 \sum_k \frac{f_k^2 d_k}{1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega})^2 + f_k^2 (\epsilon/\epsilon_i')^2}, \quad (18)$$

$$\alpha_0 = \frac{\omega n_d |\mu_{21}(0)|^2}{2 n_r \epsilon_0 \hbar \gamma_{\perp}}, \quad (19)$$

无量纲的布居差 $d_k \equiv (N_{1k} - N_{2k})/n_d$, N_{jk} 为第 j ($j=1, 2$) 子带中波矢为 k 的子能级上的布居数, 可以由下式求得:

$$\begin{aligned} N_{jk} &= \frac{2}{V} \sum_{k_j} \frac{1}{1 + \exp[(\hbar^2 K_j^2/2m_a + E_{jk} - E_F)/k_B T]} \\ &= \frac{m_a k_B T}{\pi \hbar^2 N d} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{E_F - E_{jk}}{k_B T} \right) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $d = a + b$ 为超晶格周期, E_F 为温度为 T 时的 Fermi 能级, 它与超晶格中的载流子浓度 n_d 有关, 即 $n_d = \sum_k (N_{1k} + N_{2k})$. 从(18)式显然可见, α 为超晶格子带间光跃迁的吸收系数, 而 α_0 代表线性吸收系数的典型值.

由于光场慢变振幅 $\epsilon(x)$ 在一个波长 λ 内的变化很小, 故在超晶格厚度 L ($< \lambda$ 或 $\ll \lambda$) 内的变化更可忽略不计, 所以一般光学双稳文献中常用的平均场近似无疑可用于本例. 于是将(17)式等号右端的 $\epsilon(x)$ 代以 $\epsilon(L)$, 即得以下积分结果:

$$\epsilon(L) - \epsilon(0) = -\alpha L \epsilon(L), \quad (21)$$

其中 $\epsilon(0)$ 和 $\epsilon(L)$ 分别为样品左、右端面处的光场振幅, 通过环形腔边界条件与入射光场 ϵ_i 和透射光场 ϵ_t 相联系:

$$\epsilon(L) = \epsilon_t / \sqrt{\mathcal{T}}, \quad \epsilon(0) = \sqrt{\mathcal{T}} \epsilon_i + \mathcal{R} \epsilon(L), \quad (22)$$

其中 $\mathcal{R}$ 和 $\mathcal{T}$ 分别为环形腔反射镜 1, 2 的反射率和透射率, 且有 $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$. 将上式代入(21)式, 经过整理可以得到

$$y = x \left[1 + \sum_k \frac{2C' f_k^2 d_k}{1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega})^2 + f_k^2 x^2} \right], \quad (23)$$

其中已用了无量纲的光场振幅:

$$x \equiv \frac{\epsilon_i}{\sqrt{\mathcal{I}} \epsilon'_s}, \quad y \equiv \frac{\epsilon_t}{\sqrt{\mathcal{I}} \epsilon'_s}. \quad (24)$$

(23)式中 C' 为与双稳态判据密切相关的参量,由下式定义:

$$C' \equiv \frac{\alpha_0 L}{2\mathcal{I}}. \quad (25)$$

从(23)式可以看出,这个系统的入射光场 ϵ_i 和透射光场 ϵ_t 之间,具有类似于二能级系统纯吸收双稳的关系,因此只要选择适当参数,这个系统是可以实现光学双稳的.

将(23)式重新写作

$$Y = X[1 + 2C'f(\bar{\omega}, X)]^2, \quad (26)$$

其中 $Y \equiv y^2$, $X \equiv x^2$ 和

$$f(\bar{\omega}, X) = \sum_k \frac{f_k^2 d_k}{1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega})^2 + f_k^2 X}. \quad (27)$$

开始出现双稳态的临界点由极值点条件 $\frac{dY}{dX}|_{C=C_{\text{crit}}} = 0$ 和 $\frac{d^2 Y}{dX^2}|_{X=X_c} = 0$ 给出.从而有

$$3f'(\bar{\omega}, X_c) + 2X_c f''(\bar{\omega}, X_c) = 0, \quad (28)$$

$$C'_{\text{crit}} = -[2f(\bar{\omega}, X_c) + 4X_c f'(\bar{\omega}, X_c)]^{-1}. \quad (29)$$

当 $C' > C'_{\text{crit}}$ 时,系统出现光学双稳.(28)和(29)式一般需联立求数值解.下节先对(27)式作点变换,以求得物理意义更清楚的阈值方程,便于对系统的双稳特性作分析.

4 分析与讨论

由上面的计算,我们可以看出,函数 $f(\bar{\omega}, X)$ (见(27)式)集中反映了超晶格子带间跃迁的光学非线性.我们知道,在通常激光应用条件下,介质极化只需精确到三阶^[3,9],即(18)式可简化成

$$\alpha(\omega, \epsilon) = \alpha_m [g_1(\bar{\omega}) - g_2(\bar{\omega})(\epsilon/\epsilon'_s)^2], \quad (30)$$

其中 α_m 代表超晶格子带间跃迁的最大线性吸收系数,

$$\alpha_m = \alpha_0 G, \quad (31)$$

而归一化常数

$$G = \sum_k \frac{f_k^2 d_k}{1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega}_m)^2}. \quad (32)$$

另外,

$$g_1(\bar{\omega}) = \frac{1}{G} \sum_k \frac{f_k^2 d_k}{1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega})^2}, \quad (33)$$

$$g_2(\bar{\omega}) = \frac{1}{G} \sum_k \frac{f_k^4 d_k}{[1 + (\bar{\omega}_k - \bar{\omega})^2]^2}, \quad (34)$$

可见, $g_1(\bar{\omega})$ 和 $g_2(\bar{\omega})$ 分别代表线性和三阶吸收系数的线形函数,其中 $\bar{\omega}_m$ 为超晶格子带

间吸收峰值所对应的光场频率,可由 $\left. \frac{dg_1}{d\omega} \right|_{\bar{\omega}=\bar{\omega}_m} = 0$ 求得. 在上述三阶近似下, (27) 式可以等价于下式:

$$f(\bar{\omega}, X) = \frac{g_1(\bar{\omega})G}{1 + g_2(\bar{\omega})/g_1(\bar{\omega})X}. \quad (35)$$

正如前面已经提到的,关于 MB 方程及有关光学双稳问题的研究,最基本的常见模型是二能级系统,其双稳特性也广为人知,因此下面我们将把超晶格子二能带模型的双稳特性与二能级模型作对比. 何况前一模型可视为前一模型在子能带宽度 $\Delta E_j \rightarrow 0$ ($j=1, 2$) 的特例,它对应于隧穿耦合可忽略的结构,即多量子阱的结构,故这种对比对半导体多量子阱和超晶格物理以及应用是有现实意义的. 现在首先说明, (30) 式所代表的超晶格子带间光吸收系数的线形因子 $g_1(\bar{\omega})$ 当 $\Delta E_j \rightarrow 0$ ($j=1, 2$) 时,将趋于洛伦兹函数 $L(\bar{\omega})$;而三阶吸收系数的线形因子 $g_2(\bar{\omega})$ 将趋于洛伦兹函数的平方 $L^2(\bar{\omega})$. 因为,当 ΔE_1 (或 ΔE_2) $\rightarrow 0$ 时,子能带内的 N 个能级 E_{1k} (或 E_{2k}) 成为单一的简并能级,因此跃迁频率和偶极跃迁矩均与 k 无关,即 $\bar{\omega}_k = \bar{\omega}_m$ 和 $f_k = 1$. 将此两式代入 (32) — (34) 式,得 $G = \sum_k d_k$, $g_1(\bar{\omega}) = 1/[1 + (\bar{\omega}_m - \bar{\omega})^2]$ 和 $g_2(\bar{\omega}) = 1/[1 + (\bar{\omega}_m - \bar{\omega})^2]^2$, 于是可以看出: $g_1(\bar{\omega}) \rightarrow L(\bar{\omega})$ 和 $g_2(\bar{\omega}) \rightarrow L^2(\bar{\omega})$, 而

$$L(\bar{\omega}) = \frac{1}{1 + (\bar{\omega}_m - \bar{\omega})^2} = \frac{\gamma_{\perp}^2}{\gamma_{\perp}^2 + (\bar{\omega}_m - \bar{\omega})^2} \quad (36)$$

就是大家熟知的(无量纲)洛伦兹线形函数,其中 $\bar{\omega}_m = (E_2 - E_1)/\hbar$ 为二子能级(即多量子阱第一和第二包络态)间的跃迁频率.

定义 $C \equiv GC'$, 即

$$C = \frac{a_m L}{2\mathcal{I}}. \quad (37)$$

则(26)式可改写成如下式:

$$Y = X \left[1 + \frac{2Cg_1(\bar{\omega})}{1 + (g_2/g_1)X} \right]^2. \quad (38)$$

另外,将(35)式代入(28)和(29)式,不难求出实现超晶格子带间跃迁光学双稳的阈值条件:

$$C_{\text{crit}} g_1(\bar{\omega}) = 4. \quad (39)$$

其中 C_{crit} 代表临界合作参数,即对应于临界点的 C 值.

当满足双稳条件(39)式时,在某一入射光强范围内,对于每一入射光强 Y 值,有三个透射光强 X 值相对应,其中有两个值对应于稳定态,即光学双稳态. 双稳区端点(开关点)

X_m 和 X_M 对应于 $\left. \frac{dY}{dX} \right|_{X=X_m} = \left. \frac{dY}{dX} \right|_{X=X_M} = 0$, 于是由(38)式得

$$\begin{aligned} Y_M &= (g_1/g_2) \left[(Cg_1 - 1) - \sqrt{Cg_1(Cg_1 - 4)} \right] \left[1 + \frac{2Cg_1}{Cg_1 - \sqrt{Cg_1(Cg_1 - 4)}} \right]^2, \\ Y_m &= (g_1/g_2) \left[(Cg_1 - 1) + \sqrt{Cg_1(Cg_1 - 4)} \right] \left[1 + \frac{2Cg_1}{Cg_1 + \sqrt{Cg_1(Cg_1 - 4)}} \right]^2, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\Delta Y = Y_M - Y_m.$$

ΔY 即双稳区的大小. 从(40)式可见, 若 $Cg_1 < 4$, ΔY 无根, 即不出现光学双稳; 在临界点 ($Cg_1 = 4$) 时, $\Delta Y = 0$; 而当 Cg_1 取大于 4 的某一值时, $\Delta Y > 0$. 从(40)式还不难推断: 当 $\omega = \omega_m$ 时, ΔY 最大. 下面将给出具体数值例子, 这里仅强调一点, 即超晶格系统的最大光学双稳区较二能级系统的大, 因为当 $\omega = \omega_m$ 时, $g_1(\bar{\omega}_m) = 1$, 和 $g_2(\bar{\omega}_m) < 1$; 而对于二能级系统 $g_1(\bar{\omega}_m)$ 和 $g_2(\bar{\omega}_m)$ 分别约化为 $L(\bar{\omega}_m) = 1$ 和 $L^2(\bar{\omega}_m) = 1$. 这是超晶格子带间跃迁光学双稳的一个重要特点.

另一方面, 从(39)式可见, 合作参数 C 是紧密联系于光学双稳的实现条件的. 由于 $g_1(\bar{\omega}_m) = 1$ 和 $g_1(\bar{\omega}) < 1$ (当 $\omega \neq \omega_m$), 故具体说来有: (1) 假如 $C < 4$, 则无论 ω 为何值均不能使 $Cg_1(\bar{\omega}) \geq 4$ 成立, 故不能使系统产生光学双稳; (2) 反之, 当 C 为大于 4 的某一固定值时, 则可在 ω_m 附近某个频率范围内使 $Cg_1(\bar{\omega}) \geq 4$, 因而在此频率范围内均可实现光学双稳. 与上述第(2)点相联系的一个值得注意的事实是: 由于超晶格子带间吸收线形函数, 即(33)式的 $g_1(\bar{\omega})$ 一般较(36)式的 $L(\bar{\omega})$ 有宽得多的频谱范围, 故当给定 $C > 4$ 的某个值时, 满足条件 $0 > g_1(\bar{\omega}) \geq \frac{4}{C}$ 的频率范围比满足 $0 > L(\bar{\omega}) \geq \frac{4}{C}$ 的频率范围大得多. 由此可见, 超晶格子带间跃迁的光学双稳较二能级系统有宽得多的调频范围. 这是该系统光学双稳的又一个重要特点.

下面以 GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As 为例进行数值计算, 结构参数取为: GaAs 阱宽 $a = 10\text{nm}$, Al_{0.3}Ga_{0.7}As 垒宽 $b = 2\text{nm}$ 和超晶格周期数 $N = 100$, 样品长度 $L = 1.2\mu\text{m}$; 并设温度 $T = 300\text{K}$ 和掺杂浓度 $n_d = 1.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$, 弛豫率取^[9] $\hbar\gamma_{\perp} = 4.608\text{meV}$, 并取 $\mathcal{T} = 2\%$. 计算结果分别示于图 2 和图 3.

图 2 示出由(39)式算得的 C_{crit} 值与失谐量 $\bar{\Delta} \equiv \frac{\omega_m - \omega}{\gamma_{\perp}}$ 的关系, 如图中实线所示; 作为

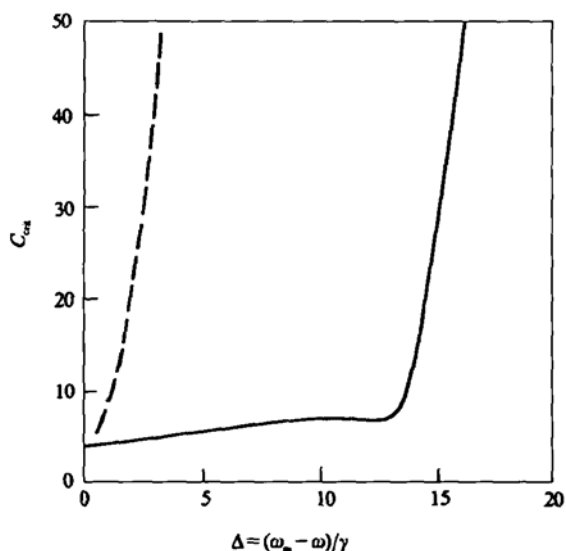


图 2 临界合作参数 C_{crit} 与失谐量 $\bar{\Delta} \equiv \frac{\omega_m - \omega}{\gamma_{\perp}}$ 之间的关系
实线代表超晶格系统, 虚线代表二能级系统

对比, 图中用虚线示出当(39)式中 $g_1(\bar{\omega})$ 用 $L(\bar{\omega})$ 代替的相应曲线, 即对应于二能级的曲线. 从图 2 可清楚地看出以下几点: (1) 当 $C \leq 4$ 时, 两种系统均无双稳态; (2) 当 $C > 4$ 时, 超晶格子带间光学双稳可存在的频率范围远大于二能级系统, 且此范围受 C 值变动的影响相对较小. 这些结果同上面的物理分析是一致的. 此外, 图 2 中实线还显示了一个令人注目的特点: 只要 C 值适当高于最低临界值 (即 $C = 4$), 双稳就可以在一很大频率范围内出现, 而且这个范围受 C 值变动的影响是相当小的. 这是超晶格子带间光学双稳的突出优点. 对此, 我们还可作

如下分析:关于图 2 所对应的超晶格 GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As 的计算表明,子能带宽度 $\Delta E_1 = 13.6\text{meV}$ 和 $\Delta E_2 = 51.5\text{meV}$, $\delta E = \hbar(\omega_{21}^{\max} - \omega_{21}^{\min}) = \Delta E_1 + \Delta E_2 = 65.1\text{meV}$, 故有 $\hbar(\omega_{21}^{\max} - \omega_{21}^{\min})/\hbar\gamma_- \approx 14$. 此外, KP 模型的计算也表明,子带间的偶极矩 $|\mu_{21}(k)|$ 随 k 的变化相当小,约只为百分之几^[9],即(33)式中的 $f_k \approx 1$. 综合上述两个基本特性,不难推断:约在 $0 < \bar{\Delta} < 14$ 的很宽调频范围内, $g_1(\bar{\omega})$ 偏离最大值 $g_1(\bar{\omega}_m) = 1$ 不明显,因此从双稳条件(39)式可进一步推论:临界 C 值只要稍超过最低值(即 $C = 4$),就会有约 $\bar{\Delta} \approx 14$ 的调频范围允许光学双稳态的存在. 这种半定量的估计,相当精确地符合具体的数值计算结果,即图 2 的实线情况. 我们用 KP 模型所作的计算和分析表明,类似于图 2 实线的结果,还可在超晶格的另外结构参数下实现. 换言之,可同时让 $C > 4$ 和 $\bar{\Delta} \gg 1$. 表 1 给出若干实例.

此外,由(23)式(并利用(35)式)算得的环形腔系统透射光场 x 与入射光场 y 之间的关系示于图 3, 其中曲线 $a(b)$ 和 $a'(b')$ 分别是超晶格系统和二能级系统当 $\bar{\Delta} = 0(\bar{\Delta} = 4)$ 时的对应曲线. 从图 3 中可以看到, $\omega = \omega_m$

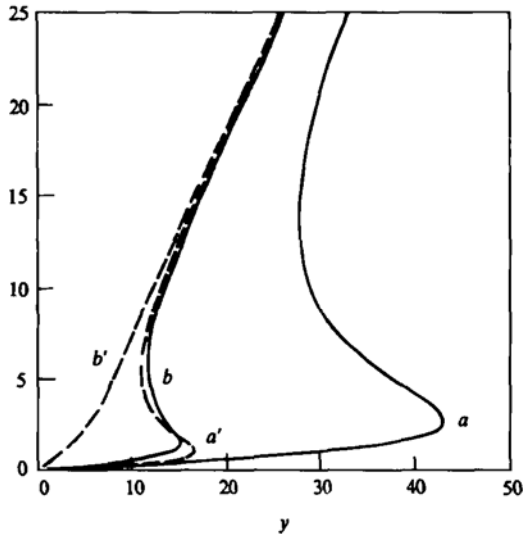


图 3 环形腔系统入射光强与透射光强之间的关系

时的双稳曲线,具有最大的双稳区,而且曲线 a 较曲线 a' 在更大的入射光场范围内出现双稳态,这与前面的分析一致. 在一定的失谐(如 $\bar{\Delta} = 4$)下,二能级系统不再出现光学双稳,而超晶格系统仍有良好的双稳特性,这正证实了图 2 的分析.

表 1 超晶格结构参数与光学双稳有关量*

x	b/nm	$\hbar\omega_m/\text{meV}$	$\lambda_m/\mu\text{m}$	a_m/cm^{-1}	C	$\delta E/\hbar\perp$
0.15	2.0	134.9	9.19	5410	16.2	22.7
	3.0	114.0	10.88	4452	14.5	15.9
	4.0	97.2	12.75	4158	14.5	11.1
0.30	2.0	122.0	10.16	5296	15.9	14.1
	3.0	105.1	11.80	5599	18.2	7.8
	4.0	95.7	12.95	6844	23.9	4.3

* 其他参数取为: $N = 100$, $a = 10.0\text{nm}$, $\mathcal{F} = 2\%$, $n_d = 1.0 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$, $T = 300\text{K}$. λ_m 指与光子能量 $\hbar\omega_m$ 相对应的光波波长.

另外,光学双稳曲线的上、下阈值开关点光强 $I_M \equiv (\mathcal{F}/n_r)I'_s Y_M$ 和 $I_m \equiv (\mathcal{F}/n_r)I'_s Y_m$ 以及光学双稳区之大小 $\Delta I \equiv (\mathcal{F}/n_r)I'_s \Delta Y$ 不难由(24)和(40)式联合求得. 表 2 给出上述几种超晶格结构的具体数值结果. 表 2 中 $I_s [= (g_1/g_2)I'_s]$ 代表饱和光强. 不难看出, 阈

值光强接近饱和光强 I_s , 实验上实现这种光强条件是可能的^[13].

最后值得指出的是, 阈值光强 I_M 对于实现光学双稳有着现实意义. 降低双稳阈值光强, 一直是实现光学双稳器件所企求的. 由表 2 可以看出, 通过调节超晶格结构参数(如 b 和 x), 可以改变系统的光学双稳特性, 包括阈值光强, 这是采用超晶格这种人工非线性介质设计半导体光学双稳器件的一大突出优点. 另一方面, 由(40)式与图 2 和图 3 可见, 降

表 2 超晶格结构参数与光学双稳阈值光强*

x	b/nm	$\epsilon'/\text{kV}\cdot\text{cm}^{-1}$	$I_s/\text{MW}\cdot\text{cm}^{-2}$	$I_{\max}/\text{MW}\cdot\text{cm}^{-2}$	$I_{\min}/\text{MW}\cdot\text{cm}^{-2}$	$\Delta I/\text{MW}\cdot\text{cm}^{-2}$
0.15	2.0	10.10	1.40	2.50	1.07	1.43
	3.0	9.21	1.87	2.59	1.25	1.34
	4.0	8.65	1.72	2.41	1.15	1.26
0.30	2.0	9.92	2.14	3.83	1.64	2.19
	3.0	9.86	2.26	4.51	1.85	2.66
	4.0	9.85	2.37	6.88	2.37	4.51

* 其他参数同表 1. $I_{\max}$ 和 $I_{\min}$ 指光学双稳曲线的上、下阈值开关点光强, ΔI 为光学双稳区的大小, I_s 为饱和光强.

低阈值光强与增大系统合作参数从而增大双稳调谐范围 Δ 和双稳区大小 ΔY , 是互相制约的. 根据材料性能和器件要求, 设计合适的超晶格结构和反馈系统, 是基于能带工程优化设计器件的重要任务. 本文仅给出个别实例, 以供参考.

5 结 论

综上所述, 超晶格子带间吸收是可以实现光学双稳的. 特别是, 超晶格系统的光学双稳较二能级系统具有较宽的调频范围和较大的双稳态区域. 对于常用的半导体超晶格结构和适当的反馈, 系统的合作参数均可提供较好的双稳条件. 因此, 本文的研究表明, 用半导体超晶格材料制作中红外波段的光学双稳器件, 不但是可行的, 而且还具有较宽的调频范围和较大的双稳态区域, 以及人工可设计性等优点. 本文的研究有待于进一步的实验证实.

- [1] L. C. West and S. J. Eglash, *Appl. Phys. Lett.*, **46**(1985), 1156.
- [2] B. F. Levine *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **50**(1987), 1092.
- [3] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley-Interscience, New York, 1984).
- [4] H. M. Gibbs, S. S. Tarng, J. L. Jewell, D. A. Weinberger, K. Tai, A. C. Gossard, S. L. McCall, A. Passner and W. Wiegmann, *Appl. Phys. Lett.*, **41**(1982), 221.
- [5] H. Yokoyama, *IEEE J. Quantum Electron.*, **25**(1989), 1190.
- [6] G. P. Bava, F. Castelli, P. Debernardi and L. A. Lugiato, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 5180.
- [7] D. Ahn and S. L. Chuang, *J. Appl. Phys.*, **62**(1987), 3052.
- [8] Shao-hua Pan and Si-ming Feng, *Phys. Rev.*, **B44**(1991), 5668.
- [9] Shao-hua Pan and Si-ming Feng, *Phys. Rev.*, **B44**(1991), 8165.
- [10] 潘少华、陈正豪等, *物理学报*, **39**(1990), 2011.
- [11] Shang-qin Gong, Shao-hua Pan and Guo-zheng Yang, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 6655.

- [12] Shang-qin Gong, Shao-hua Pan and Guo-zheng Yang, *Phys. Rev.*, **A47**(1993), 2205.
[13] Da-fu Cui, Zheng-hao Chen, Shao-hua Pan, Hui-bin Lu and Guo-zhen Yang, *Phys. Rev.*, **B47**(1993), 6755.

OPTICAL BISTABILITY OF INTERSUBBAND TRANSITIONS IN A SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE

ZHAO GUO-ZHONG PAN SHAO-HUA

(*Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

(Received 25 January 1995; revised manuscript received 30 June 1995)

ABSTRACT

The optical bistability (OB) of intersubband transitions in a semiconductor superlattice is studied by applying the general formalism of the Kronig-Penney model and density matrix method. The Maxwell-Bloch (MB) equations of two-subband model are derived, and the OB state equation for a ring cavity is obtained from the stationary solution of the MB equations. The conditions for realizing the OB and its characteristics are discussed.

PACC: 4220; 4265P; 7865; 7980